

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

  
\* Т.А. Хагуров  
подпись

«30» мая 2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.ДВ.08.01 Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Направленность (профиль): Математическое моделирование

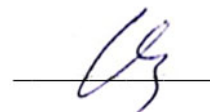
Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2022

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.08.01 СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил(и):  
Гаврилюк М.Н., доцент, к. ф.-м. н.



Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.08.01 СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 9 от «12» апреля 2022 г.  
Заведующий кафедрой Голуб М. В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 5 «5» мая 2022 г.  
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



Рецензенты:

Фоменко Сергей Иванович, канд. физ. - мат. наук,  
старший научный сотрудник лаборатории волновых процессов

Лепетухин Михаил Викторович,  
председатель правления КПК «Кубанский капитал»

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

**1.1 Цель освоения дисциплины** формирование системы математических знаний и умений, необходимых для использования в теории вероятностей, математической статистике, теории случайных процессов, финансовой математике.

### 1.2 Задачи дисциплины:

- сформировать представление об основных направлениях развития теории вероятностей и теории случайных процессов,
- выработать умения и навыки использования основных понятий курса-случайный процесс, мартингал, формула и интеграл ИТО, стохастические дифференциальные уравнения,
- выработать навыки решения рассматриваемых задач современными методами.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения» относится к *части, формируемой участниками образовательных отношений* Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 4 курсе по очной. Вид промежуточной аттестации: зачет.

Для изучения этой дисциплины необходимы знания действительного и комплексного анализа, теории вероятностей, теории случайных процессов, обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных. Знания полученные в этом курсе применяются во всех курсах связанных с теорией вероятностей, математической статистикой и приложениях к финансовой математике.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

ОПК-1 Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	
ИОПК-1.1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	Знать Аксиоматику теории вероятностей. Случайные последовательности. Мартингалы. Случайные функции. Интеграл ИТО. Стохастические дифференциальные уравнения.

		<p>Уметь строить вероятностные пространства. Определять стохастические интегралы по мартингалам. Находить решения стохастических дифференциальных уравнений.</p> <p>Владеть терминологией и методами теории случайных процессов и теории стохастических дифференциальных уравнений.</p>
<p>ОПК-2 Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p>		
<p>ИОПК-2.1. Знает математические модели стандартных задач в области профессиональной деятельности</p>		<p>Знать основные математические модели вероятностных пространств.</p>
		<p>Уметь строить модели вероятностных пространств. Классифицировать стохастические интегралы по мартингалам и процессам. Исследовать на существование и единственность стохастические дифференциальные уравнения.</p>
		<p>Владеть методами теории случайных процессов и стохастических дифференциальных уравнений. Приложениями к финансовой математики.</p>

Код и наименование индикатора* компетенции	наименование достижения	Результаты обучения по дисциплине
<p>ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения</p>		
<p>ИОПК-5.1. Реализует алгоритмы с использованием современных средств разработки прикладного программного обеспечения</p>		<p>Знать современные информационно-коммуникационные технологии, включая специализированное математическое программное обеспечение, локальные и глобальные компьютерные сети, для сбора, обработки и анализа информации</p>
		<p>Уметь выбирать специализированное программное обеспечение для решения проблем механики и оценивать перспективы его использования с учетом решаемых</p>

Код и наименование индикатора* компетенции	наименование достижения	Результаты обучения по дисциплине
		Владеть

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет \_\_\_\_ зачетных единиц (\_\_\_\_ часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения			
		очная	очно-заочная	заочная	
		8 семестр (часы)			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>		<b>30</b>			
занятия лекционного типа		8			
лабораторные занятия		22			
практические занятия					
семинарские занятия					
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)		37,8			
Промежуточная аттестация (ИКР)					
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>					
Подготовка к текущему контролю					
<b>Контроль:</b>	<b>зачет</b>				
Подготовка к экзамену					
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>				
	<b>в том числе контактная работа</b>				

	зач. ед					
--	---------	--	--	--	--	--

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 8 семестре 4 курса

№	Наименование разделов (тем)	Всего	Количество часов			
			Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Вероятностное пространство. Случайные величины. Случайные процессы.	6			6	
2.	Мартингалы. Стохастические интегралы.	8	2		6	
3.	Интеграл и формула ИТО.	6	2		4	
4.	Стохастические дифференциальные уравнения.	10	4		6	
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	30	8		22	
	Контроль самостоятельной работы (КСР)					37,8
	Промежуточная аттестация (ИКР)					
	Подготовка к текущему контролю					
	Общая трудоемкость по дисциплине					

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Мартингалы. Стохастические интегралы	Стохастические интегралы по мартингалам. Семимартингалы. Теорема представления для семимартингалов.	Р
2.	Интеграл и формула ИТО.	Построение интеграла ИТО, свойства, формула ИТО.	Р
3.	Стохастические дифференциальные уравнения.	Теорема существования решений стохастических дифференциальных уравнений, слабые решения.	Р

	Одномерные стохастические дифференциальные уравнения.	
--	---	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий	Форма текущего контроля
1.	Вероятностное пространство. Случайные величины. Случайные процессы.	Вероятностная мера. Вероятностное пространство. Случайная величина. Случайный процесс как параметризованный набор случайных величин. Броуновское движение.	Р
2.	Мартингалы. Стохастические интегралы	Определение, свойства. Супермартингалы дискретного и непрерывного аргументов. Интегрирование процессов по мартингалам.	Р
3.	Интеграл и формула ИТО	Построение интеграла ИТО, свойства. Поток. Мартингал относительно потока.	Р
4.	Стохастические дифференциальные уравнения	Теорема существования решений стохастических дифференциальных уравнений. Одномерные стохастические дифференциальные уравнения. Марковский случай. Единственность решения.	Р

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

- 1.
- 2.
- 3.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы

1		
2		
3		

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, проблемное обучение, модульная технология, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, педагогического эксперимента, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.



#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме *тестовых заданий, доклада-презентации по проблемным вопросам, разноуровневых заданий, ролевой игры, ситуационных задач (указать иное)* и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий (*указать иное*) к экзамену (дифференцированному зачету, зачету).

##### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1			<i>Контрольная работа №1- по теме, разделу Рабочая тетрадь Лабораторная работа</i>	<i>Вопрос на экзамене 1-3</i>
2			<i>Вопросы для устного (письменного) опроса по теме, разделу</i>	<i>Вопрос на экзамене 4-7</i>
3			<i>Тест по теме, разделу Круглый стол Кейс</i>	<i>Вопрос на экзамене 8-11</i>
4			<i>Курсовой проект (работа)</i>	<i>Вопрос на экзамене 12-15</i>
5			<i>Опрос Реферат</i>	<i>Вопрос на экзамене 28-30</i>
6			<i>Реферат, доклад, сообщение, эссе</i>	
7			<i>Лабораторная работа</i>	

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

***Примерный перечень вопросов и заданий***

*(Указать перечень заданий, круглых столов, кейсов при текущей аттестации)*

***Контрольная работа***

*Вариант 1*

.....

*Вариант 2*

.....

***Реферат***

*Тематика рефератов*

*1.....*

***Тест***

*Вариант 1*

.....

***Темы выступлений к круглому стол***

.....

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации зачет**

1. Вероятностное пространство. Случайная величина.
2. Математические ожидания, условные математические ожидания, регулярные условные ожидания.
2. Случайные процессы. Броуновское движение.
3. Интегралы ИТО, свойства, обобщения.
4. Формула ИТО для одномерного случая.
5. Многомерная формула ИТО.
6. Мартингалы. Теорема о представлении мартингалов.
7. Стохастические интегралы по мартингалам.
8. Стохастические интегралы по точечным процессам.
9. Пространство стохастических дифференциалов.
10. Стохастические дифференциальные уравнения. Теорема существования.
11. Стохастические дифференциальные уравнения. Теорема единственности.
12. Слабые решения.

13. Стохастические дифференциальные уравнения с граничными условиями.
14. Приложение к финансовой математике. Основные понятия.
15. Рынок , портфель ценных бумаг, арбитраж.
16. Достижимость и полнота.
17. Расчет опциона.
18. Элементарные стохастические дифференциальные системы.

### **Критерии оценивания результатов обучения**

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
«5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
«4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
«3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
«2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Гихман И.И. Скороход А.В. Теория случайных процессов.-М: Наука, 1975
2. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения.-М: Наука, 1985.
3. Ватанабэ С., Икэда Н. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы.-М: Наука, 1986.
4. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения.-М: Мир, 2002.

### **5.2. Периодическая литература**

Указываются печатные периодические издания из «Перечня печатных периодических изданий, хранящихся в фонде Научной библиотеки КубГУ» <https://www.kubsu.ru/ru/node/15554>, и/или электронные периодические издания, с указанием адреса сайта электронной версии журнала, из баз данных, доступ к которым имеет КубГУ:

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

**Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН»  
[www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ)) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ  
<http://uisrussia.msu.ru>

### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;

6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/>.
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety)

### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий [http://mschool.kubsu.ru/](http://mschool.kubsu.ru;);
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

### **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного
------------------------------------	------------------------------------	------------------------

		программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер Оборудование:	
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ. Лаборатория...	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер Оборудование:	
	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения:	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника	

	<p>с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	
<p>Помещение для самостоятельной работы обучающихся</p>	<p>Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	



