

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор



подпись

Т.А. Хагуров

2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Б1.В.04 ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Направление подготовки/специальность	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) / специализация	Математическое моделирование; Преподавание математики и информатики
Форма обучения	Очная
Квалификация	Бакалавр

Рабочая программа дисциплины Б1.В.04 Вариационное исчисление и методы оптимизации составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил(и):

И.Н. Царева, доцент кафедры Вычислительной математики и информатики,  
кандидат педагогических наук, доцент

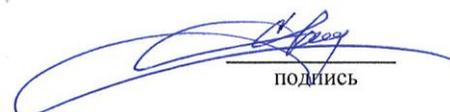
  
\_\_\_\_\_

подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.В.04 Вариационное исчисление и методы оптимизации утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики  
протокол № 14 « 22 » \_\_\_\_\_ апреля \_\_\_\_\_ 2022 г.  
Заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики

Гайденко С.В.

фамилия, инициалы

  
\_\_\_\_\_

подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета  
Математики и компьютерных наук  
протокол № 5 « 5 » \_\_\_\_\_ мая \_\_\_\_\_ 2022 г.  
Председатель УМК факультета

Шмалько С.П.  
фамилия, инициалы

  
\_\_\_\_\_

подпись

Рецензенты:

Терещенко И.В., к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой общей математики  
Кубанского государственного технологического университета

Уртенев М.Х., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной  
математики Кубанского государственного университета

# 1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

## 1.1 Цель освоения дисциплины.

Цели обучения дисциплине состоят в ознакомлении студентов с классическими методами оптимизации функционала с учетом ограничений, наложенных на допустимые значения переменных.

## 1.2 Задачи дисциплины.

1. Ознакомить студентов с постановками основных экстремальных задач и методами их решения.
2. Научить классифицировать и решать основные классы экстремальных задач.
3. Ознакомить с общей теорией экстремальных задач методов оптимизации и задач вариационного исчисления.

Дисциплина «Вариационное исчисление и методы оптимизации» изучается в течение одного семестра. Рассматриваются методы оптимизации линейного программирования, гладких задач с равенствами и неравенствами, задач классического вариационного исчисления, оптимального управления, задачи со старшими производными, численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления. Основное внимание уделяется постановке задачи, необходимым и достаточным условиям существования решения.

## 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ» относится к *вариативной* части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана, изучается на 4 курсе в 7 семестре обучения бакалавров.

В качестве основы используются курсы линейной алгебры, математического анализа, функционального анализа и дифференциальных уравнений.

## 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся *обще-профессиональных/профессиональных* компетенций (ПК)

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине ( <i>знает, умеет, владеет (навыки и/или опыт деятельности)</i> )
<b>ПК-1 Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики</b>	
ПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	<b>Знает</b> постановки классических задач вариационного исчисления, методы их решения
	<b>Умеет</b> решать базовые задачи вариационного исчисления и методов оптимизации, применять методы фундаментальной и прикладной математики
	<b>Владеет</b> способностью решения базовых задач вариационного исчисления и методов оптимизации, используя методы фундаментальной и прикладной математики
ПК-1.2. Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	<b>Знает</b> методы решений классических задач вариационного исчисления и методов оптимизации и правила исследования решения.
	<b>Умеет</b> исследовать решения задач оптимизации, передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований
	<b>Владеет</b> методами решений классических задач вариационного исчисления и методов оптимизации и правилами исследования решения.

\*Вид индекса индикатора соответствует учебному плану.

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

(для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		7				
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>44,3</b>	<b>44,3</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>40</b>	<b>40</b>				
Занятия лекционного типа	14	14	-	-	-	
Лабораторные занятия	26	26	-	-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	-	
	-	-	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4				
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3				
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>28</b>	<b>28</b>				
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	20	20	-	-	-	
Подготовка к текущему контролю	8	8	-	-	-	
<b>Контроль:</b>	<b>35,7</b>	<b>35,7</b>				
Подготовка к экзамену	35,7	35,7				
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	-	-	-
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>44,3</b>	<b>44,3</b>			
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>	<b>3</b>			

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи.	22	6		8	8
2.	Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного программирования, теорема двойственности.	6	2		2	2
3.	Задачи классического вариационного исчисления.	40	6		16	18

	<i>Итого по дисциплине:</i>	68	14		26	28
	<i>Контроль самостоятельной работы (КСР)</i>	4				
	<i>Промежуточная аттестация (ИКР)</i>	0,3				
	<i>Подготовка к экзамену</i>	35,7				
	<i>Общая трудоемкость по дисциплине</i>	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СР – самостоятельная работа.

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи.	Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ . Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств.	Устный опрос
2.	Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного программирования.	Основные понятия выпуклого анализа. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическая и экономическая интерпретации. Каноническая форма ЗЛП. Графический метод.	Устный опрос
3.	Задачи классического вариационного исчисления	Основные леммы вариационного исчисления. Задачи классического вариационного исчисления: простейшая задача классического вариационного исчисления, задача Больца, изопериметрическая задача, задача со старшими производными. Необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа. Условия второго порядка Лежандра и Якоби.	Устный опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ .	ЛР
2.	Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений.	ЛР
3.	Конечномерные гладкие экстремальные задачи с ограничениями в виде равенств.	ЛР
4.	Конечномерные гладкие экстремальные с ограничениями в виде неравенств.	ЛР
5.	Задачи линейного программирования (ЗЛП). Графический метод. Каноническая форма ЗЛП. Решение задач.	ЛР
6.	Простейшая задача классического вариационного исчисления. Решение задач.	ЛР
7.	Задача Больца. Необходимые условия существования экстремума. Решение задач.	ЛР
8.	Изопериметрическая задача. Необходимые условия существования экстремума, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа. Решение задач.	ЛР
9.	Задачи со старшими производными. Необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера. Решение задач.	ЛР
10.	Задачи с подвижными концами. Принцип Лагранжа. Решение задач.	ЛР

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Подготовка к текущему контролю	1. Методические указания для подготовки к занятиям лекционного и семинарского типа. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук

		<p>ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>2. Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>3. Методические указания по использованию интерактивных методов обучения. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г.</p> <p>4. Методические указания по подготовке эссе, рефератов, курсовых работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5т от 05 мая 2022 г.</p>
2.	Выполнение лабораторных работ и расчетно-графических заданий	<p>1. Методические указания по выполнению лабораторных работ. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p> <p>2. Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий. Утверждены на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «КубГУ». Протокол № 5 от 05 мая 2022 г.</p>

Подробное изложение лекционного материала и задания лабораторных работ по дисциплине студенты получают в очном общении с преподавателем. Различные учебные материалы и примеры можно найти в предложенных литературных источниках и ресурсах информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)**

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, проблемное обучение, модульная технология, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозго-

вого штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, педагогического эксперимента, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, домашние работы. В ходе лекционных и практических занятий предполагается использование компьютерных технологий (информационные обучающие компьютерные программы по некоторым темам курса), математические пакеты прикладных программ. В течение занятия студенты решают задачи, указанные преподавателем к каждому лабораторному заданию, используя педагогическую поддержку, программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

Интерактивность подачи учебного материала предполагает взаимодействия вида «преподаватель – студент», «студент – преподаватель», «студент – студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных, так и на практических занятиях в ходе дискуссий.

Использование дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и применение компьютерных решений для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение.

Применение на занятии компьютерную педагогическую поддержку учебных действий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса более глубоко освоить некоторые понятия и методы решений, примеры. В этой связи определенные лекционные и практические занятия преподавателю целесообразно проводить с использованием математических компьютерных пакетов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Вариационное исчисление и методы оптимизации».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме устного опроса и самостоятельного решения задач и **промежуточной аттестации** в форме устного и письменного опроса и заданий.

#### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ПК-1.1. Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых	<b>Знает</b> постановки классических задач вариационного исчисления, методы их решения. <b>Умеет</b> решать базовые	<i>Контрольная работа по каждому разделу</i> <i>Лабораторная работа</i> <i>Вопросы для устного (письменного) опроса по разделу</i>	<i>Вопрос на экзамене</i> <i>1-13</i>

	задач	задачи вариационного исчисления и методов оптимизации, применять методы фундаментальной и прикладной математики. <b>Владеет</b> способностью решения базовых задач вариационного исчисления и методов оптимизации, используя методы фундаментальной и прикладной математики.	1-17	
2	ПК-1.2. Умеет передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований в виде конкретных предметных рекомендаций в терминах предметной области	<b>Знает</b> методы решений классических задач вариационного исчисления и методов оптимизации и правила исследования решения. <b>Умеет</b> исследовать решения задач оптимизации, передавать результаты проведенных теоретических и прикладных исследований. <b>Владеет</b> методами решений классических задач вариационного исчисления и методов оптимизации и правилами исследования решения.	<i>Контрольная работа по каждому разделу</i> <i>Лабораторная работа</i> <i>Вопросы для устного (письменного) опроса по разделу 1-17</i>	<i>Вопрос на экзамене</i> <i>1-13</i>

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции ПК-1 в процессе освоения образовательной программы.**

#### **Примерный перечень вопросов для устного опроса**

1. Дайте определения производных. Приведите примеры.
2. Перечислите и сформулируйте основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Приведите примеры.
3. Сформулируйте и формализуйте некоторые классические задачи. Назовите необходимые и достаточные условия экстремума. Сформулируйте теорему Ферма, принцип Лагранжа.
4. Приведите пример и решите конечномерной гладкой экстремальной задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств.
5. Сформулируйте основные понятия выпуклого анализа. Приведите примеры.
6. Сформулируйте постановку задачи линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическую и экономическую интерпретацию. Какая форма ЗЛП является канонической.
7. Опишите графический метод решения ЗЛП в двумерном и n-мерном случае.
9. Составьте математическую модель двойственной ЗЛП. Сформулируйте первую и вторую теорему двойственности ЗЛП. Приведите примеры.
12. Сформулируйте основные леммы вариационного исчисления: лемма Лагранжа с доказательством, лемма Дюбуа-Раймонда с доказательством.
13. Сформулируйте простейшую задачу классического вариационного исчисления, Теорему о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.

14. Сформулируйте задачу Больца. Сформулируйте теорему о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.
15. Сформулируйте изопериметрическую задачу. Определите Лагранжиан. Сформулируйте теорему о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.
16. Сформулируйте задачу со старшими производными. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Приведите примеры.
17. Сформулируйте задачу с подвижными концами. Принцип Лагранжа.

#### Вопросы для подготовки к экзамену

1. Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве  $C^1[a, b]$ . Примеры.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Примеры.
3. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа.
4. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств. Примеры.
5. Основные понятия выпуклого анализа. Примеры.
6. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическая и экономическая интерпретации. Каноническая форма ЗЛП. Графический метод.
7. Основные леммы вариационного исчисления: лемма Лагранжа с доказательством, лемма Дюбуа-Раймонда с доказательством.
8. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
9. Задача Больца. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
10. Изопериметрическая задача, Лагранжиан. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
11. Задача со старшими производными. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.
12. Задачи с подвижными концами. Принцип Лагранжа. Примеры.
13. Классическое вариационное исчисление и естествознание. Примеры.

#### Примерный перечень заданий на экзамен по темам:

1. Принцип Лагранжа в выпуклом программировании. Теория двойственности.
2. Конечномерные задачи.
3. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
4. Изопериметрическая задача.
5. Задача Больца.
6. Задачи с подвижными концами.

#### Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания по экзамену
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом

	<i>баллов, в основном сформировал практические навыки.</i>
<i>Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)</i>	<i>оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.</i>
<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	<i>оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.</i>

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1 Учебная литература:**

1. Сухарев А. Г., Тихомиров А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации– 2-е изд., испр. – Л.: "Физматлит", 2011. – 384 с. <http://e.lanbook.com/view/book /2330/>

2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учеб. Пособие / под ред. В. И. Ермакова. – 2-е изд., испр. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 575 с.

3. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление: Учебник. Изд. 6-е. – М.: КомКнига, 2006. – 208 с.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

### **5.2 Периодическая литература**

Использование периодической литературы не предусмотрено

#### **Дополнительная литература:**

1. Харчистов Б.Ф. Методы оптимизации: Учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004. - 140с.
2. Муртаф Б. Современное линейное программирование. М.: Мир, 1984.
3. Гюнтер Н. М. Курс вариационного исчисления Изд. стер., "Лань", 2009. – 320 с. <http://e.lanbook.com/view/book/119/>
4. Сухарев А. Г., Тихомиров А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации– 2-е изд., испр. – Л.: "Физматлит", 2011. – 384 с. <http://e.lanbook.com/view/book/2330/>
5. Васильева А. Б. Медведев Г. Н. Тихонов Н. А. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах. М.: Физматлит, 2005 г. – 214 с. <http://www.biblioclub.ru>

#### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

##### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

##### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>
9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

##### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

##### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>

3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Проект Государственного института русского языка имени А.С. Пушкина "Образование на русском" <https://pushkininstitute.ru/>;
10. Справочно-информационный портал "Русский язык" <http://gramota.ru/>;
11. Служба тематических толковых словарей <http://www.glossary.ru/>;
12. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
13. Образовательный портал "Учеба" <http://www.uceba.com/>;
14. Законопроект "Об образовании в Российской Федерации". Вопросы и ответы [http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy\\_i\\_otvety](http://xn--273--84d1f.xn--plai/voprosy_i_otvety)

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы**

##### **КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Электронные образовательные ресурсы кафедры информационных систем и технологий в образовании КубГУ и научно-методического журнала "ШКОЛЬНЫЕ ГОДЫ" <http://icdau.kubsu.ru/>

#### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

При организации изучения дисциплины студенту необходимо посещать лекционные и лабораторные занятия, выполнять учебные указания преподавателя. Ознакомиться со списком предлагаемой литературы и самостоятельно изучать свои конспекты лекционных занятий и учебный материал литературных источников, применять полученные знания на лабораторных занятиях и в самостоятельной работе.

Непосредственно на лабораторных занятиях студенты с преподавателем повторяют основной учебный материал лекционных занятий по конкретной теме. Получают от преподавателя лабораторное задание и выполняют их, используя помощь и контроль преподавателя. Часть лабораторных заданий приходится на самостоятельную работу: изучение теоретического материала по конспектам лекций и по основным источникам литературы, решение задач по заданному методу.

По разделу: «Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи» студенту необходимо по материалам лекционных занятий и по литературным источникам сформулировать определения производных, производной Фреше. Дифференцировать интегральный оператор в пространстве  $C^1[a, b]$ . Выучить основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Формализовать классические задачи. Выучить необходимые и достаточные условия экстремума, теорему Ферма, принцип Лагранжа. Сформулировать постановку конечномерных гладких

экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств и решать их

По разделу: «Основные элементы выпуклого анализа. Задачи линейного программирования, теорема двойственности» Ознакомиться и выучить основные понятия выпуклого анализа, постановку задач линейного программирования (ЗЛП), ее геометрическую и экономическую интерпретации. Ознакомиться с алгоритмом графического метода и применять его в решении двумерных ЗЛП.

По разделу: «Задачи классического вариационного исчисления. Основные леммы вариационного исчисления» используя конспекты лекционного курса и по литературным источникам сформулировать постановку задачи классического вариационного исчисления и решать: простейшую, Больца, изопериметрическую, задачу со старшими производными, применяя необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа, условия второго порядка Лежандра и Якоби.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, персональными компьютерами с доступом к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, оснащенное презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью, персональными компьютерами с доступом к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета