

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор



Т.А. Хагуров

подпись

2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.06.02 ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МАТРИЧНЫХ ИГР

Направление подготовки/специальность	02.03.01 Математика
Направленность (профиль) / специализация	Алгебра, теория чисел и дискретный анализ
Форма обучения	Очная
Квалификация	Бакалавр

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.06.02 Введение в теорию матричных игр составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составил(и):

И.В. Сухан, старший преподаватель кафедры Вычислительной математики и информатики



подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.06.02 Введение в теорию матричных игр утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики

протокол № 14 « 22 » _____ апреля _____ 2022 г.

Заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики

Гайденко С.В.

фамилия, инициалы



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета
Математики и компьютерных наук

протокол № 5 « 5 » _____ мая _____ 2022 г.

Председатель УМК факультета

Шмалько С.П.

фамилия, инициалы



подпись

Рецензенты:

Терещенко И.В., к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой общей математики
Кубанского государственного технологического университета

Уртенев М.Х., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной
математики Кубанского государственного университета

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целью преподавания дисциплины "Введение в теорию матричных игр" является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по вопросам, касающимся принятия управленческих решений в конфликтных ситуациях; обучение студентов основам процесса принятия управленческих решений, нахождению оптимальных стратегий в процессе подготовки и принятия управленческих решений в организационно-экономических и производственных системах.

1.2 Задачи дисциплины.

Изучение теории матричных игр помогает освоить методы анализа ситуации стратегического взаимодействия, когда индивидуумы принимают решения, сознавая, что их действия влияют друг на друга, и когда каждый индивидуум учитывает это. Именно взаимодействие между принимающими решение участниками, все из которых ведут себя целенаправленно и чьи решения влияют на других участников, делает стратегические решения отличными от других решений. Изучение теории игр существенно расширит понимание проблем, возникающих в различных областях деятельности человека, поскольку дает ясный и точный язык исследования поставленных задач; дает возможность подвергать интуитивные представления проверке на логическую согласованность; помогает проследить путь от наблюдений до основополагающих предположений и обнаружить, какие из предположений действительно лежат в центре частных выводов.

Задачи дисциплины:

- ознакомление с основными понятиями теории матричных игр;
- обучение теории и практике принятия решений, математическими методами для обоснования решений в различных областях целенаправленной человеческой деятельности;
- формирование у студентов умения формализовать реальную ситуацию, создавать правильную математическую модель;
- рассмотрение широкого круга задач, возникающих в практике менеджмента и связанных с принятием решений, относящихся ко всем областям и уровням управления.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Введение в теорию матричных игр» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Список дисциплин, знание которых необходимо для изучения курса данной дисциплины:

1. «Математический анализ»,
2. «Линейная алгебра»,
3. «Методы оптимизации»,
4. «Теория вероятностей».

В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается на 4 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соответствующих с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (УК/ОПК/ПК):

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК-3 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	
ИПК-3.3 Демонстрирует навыки исследования вычислительной устойчивости решений алгебраических систем и дискретных аналогов дифференциальных задач	<p>Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга, т.е. уметь идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике.</p> <p>Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи</p> <p>Владеет математическими методами принятия решений, с помощью которых в современных условиях формируются и анализируются варианты управленческих решений</p>
ПК-5 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	
ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	<p>Знает основные понятия теории игр, формулировки основных математических утверждений курса, основы построения моделей, основные методы решения задач курса.</p> <p>Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи; выбирать метод принятия решений; собирать необходимую информацию; строить модель задачи</p> <p>Владеет навыками обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях оценивать строгость математических текстов; обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях</p>
ИПК-5.2 Описывает математические модели, формулирует, теоретически обосновывает и реализует программно численные методы для решения поставленных задач	<p>Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга</p> <p>Умеет выбирать адекватные методы решения задачи; интерпретировать полученные результаты и представлять их ЛПР</p> <p>Владеет навыками программирования подготовленных алгоритмов решения вычислительных задач</p>
ИПК-5.3 Применяет в профессиональной деятельности методику исследования и создания новых моделей, методов и технологий в математике, механике и естественных науках	<p>Знает методы решения практических задач; основы построения игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации</p> <p>Умеет идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике</p> <p>Владеет навыками решения практических задач теории графов с видоизмененным условием; навыками критического анализа учебной информации</p>
ИПК-5.4 Обладает навыками математического и алгоритмического моделирования социальных процессов	<p>Знает теоретическое содержание курса; методы решения практических задач; основы построения игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации</p> <p>Умеет сравнивать, оценивать и выбирать методы решения заданий, применять методы и алгоритмы теории игр</p>

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	при принятии решений в экономических, социальных системах; работать целенаправленно, используя связанные между собой формы представления информации
	Владеет методами обобщения и оценивания информации, полученной на основе исследования нестандартной ситуации; навыками использования сведений из различных источников, успешно соотнося их с предложенной ситуацией

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения
		очная
		7 семестр (часы)
Контактная работа, в том числе:	44,3	44,3
Аудиторные занятия (всего):	40	40
занятия лекционного типа	14	14
лабораторные занятия	26	26
Иная контактная работа:	4,3	4,3
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:	37	37
Контрольная работа	2	2
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и т.д.)	20	20
Подготовка к текущему контролю	15	15
Контроль:	26,7	26,7
Подготовка к экзамену	26,7	26,7
Общая трудоём-	108	108
кость	час.	108
	в том числе кон-	44,3
	тактная работа	44,3
	зач. ед	3
		3

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛР	СРС
1	Основные понятия.	8	2	2	4
2	Игры с противоположными интересами.	8	2	2	4
3	Статические игры с полной информацией.	8	2	2	4
4	Динамические игры с полной информацией.	8	2	2	4
5	Бесконечно повторяемые игры.	14	2	6	6
6	Статические игры с неполной информацией.	14	2	6	6
7	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	17	2	6	9
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	<i>77</i>	<i>14</i>	<i>26</i>	<i>37</i>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4			
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3			
	Подготовка к экзамену	26,7			
	Общая трудоемкость по дисциплине	108			

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины.

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	Основные понятия	Цель игры. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии. Классификация игр. Седловая точка. Равновесие Нэша.	Опрос
2	Игры с противоположными интересами.	Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры. Смешанные стратегии и теорема о минимаксе для матричных антагонистических игр. Решение игр 2×1 и 1×2 . Сведение конечной матричной игры к задаче линейного программирования	Опрос
3	Статические игры с полной информацией.	Биматричные игры. Итерационная процедура исключения строго доминируемых стратегий. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях. Доминирование по Парето и Парето оптимальное множество.	Опрос
4	Динамические игры с полной информацией	Метод обратной индукции. Равновесие Нэша, совершенное в подыграх.	Опрос
5	Бесконечно повторяемые игры.	Дисконт-фактор и платеж в бесконечно повторяемых играх. Стратегии переключения.	Опрос
6	Статические игры с неполной информацией.	Байесовские игры. Байесовское равновесие Нэша	Опрос
7	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	Информационное множество. Нормализация игры. Понятие веры. Слабое секвенциальное равновесие Нэша. Сигнализирующие игры. Примеры последовательных игр с определением слабого секвенциального равновесия.	Опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий/работ	Форма текущего контроля
1.	Основные понятия	Основные понятия теории игр. Классификация игр. Матрица	ЛР

		выигрышей	
2.	Игры с противоположными интересами.	Максиминные и минимаксные стратегии. Нижняя и верхняя цена игры в чистых стратегиях. Решение игры с седловыми точками	ЛР
3.	Статические игры с полной информацией.	Смешанные стратегии. Функция выигрыша в смешанных стратегиях. Решение игры в смешанных стратегиях	ЛР
4.	Динамические игры с полной информацией	Критерии и свойства оптимальных стратегий. Принцип доминирования. Разбиение матрицы игры на подматрицы	ЛР
5.	Бесконечно повторяемые игры.	Аналитическое решение игры 2×2	ЛР
6.		Графическое решение игры 2×2	ЛР
7.		Решение игры $2 \times n$. Решение игры $m \times 2$	ЛР
8.	Статические игры с неполной информацией.	Решение игры $m \times n$ приближенным методом	ЛР
9.		Взаимосвязь матричных игр и задач линейного программирования	ЛР
10.		Игры с природой (статистические игры)	ЛР
11.	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	Принятие решений в условиях риска Принятие решений в условиях неопределенности.	ЛР
12.		Планирование эксперимента в играх с природой	ЛР
13.		Контрольная работа	

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов).

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Работа с лекционным материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по заданной проблеме	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г
2	Изучение теоретического материала к лабораторным занятиям	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г
3	Подготовка к зачету/экзамену	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, лабораторные занятия, проблемное обучение, модульная технология, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, мозгового штурма, разбора конкретных ситуаций, анализа педагогических задач, педагогического эксперимента, иных форм) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование ОСМДО КубГУ; использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Введение в теорию матричных игр».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме перечня вопросов для устного опроса, типовых заданий к контрольной работе, и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету/экзамену.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК-3.3 Демонстрирует навыки исследования вычислительной устойчивости решений алгебраических систем и дискретных аналогов дифференциальных задач	Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга, т.е. уметь идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике. Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи Владеет математическими методами принятия решений, с помощью которых в современных условиях формируются и анализируются варианты управленческих решений	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме, разделу Контрольная работа	Вопросы и задания к экзамену
2	ИПК-5.1 Анализирует поставленные задачи и выбирает эффективные математические методы при создании алгоритмов и вычислительных программ для решения современных задач математики и механики	Знает основные понятия теории игр, формулировки основных математических утверждений курса, основы построения моделей, основные методы решения задач курса. Умеет использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи; выбирать метод принятия реше-		

		<p>ний; собирать необходимую информацию; строить модель задачи Владеет навыками обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях оценивать строгость математических текстов; обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях</p>		
3	<p>ИПК-5.2 Описывает математические модели, формулирует, теоретически обосновывает и реализует программно численные методы для решения поставленных задач</p>	<p>Знает содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга Умеет выбирать адекватные методы решения задачи; интерпретировать полученные результаты и представлять их ЛПР Владеет навыками программирования подготовленных алгоритмов решения вычислительных задач</p>		
4	<p>ИПК-5.3 Применяет в профессиональной деятельности методику исследования и создания новых моделей, методов и технологий в математике, механике и естественных науках</p>	<p>Знает методы решения практических задач; основы построения игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации Умеет идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике Владеет навыками решения практических задач теории графов с видоизмененным условием; навыками критического анализа учебной информации</p>		
5	<p>ИПК-5.4 Обладает навыками математического и алгоритмического моделирования</p>	<p>Знает теоретическое содержание курса; методы решения практических задач; основы построе-</p>		

	социальных процессов	<p>ния игровых моделей; критерии и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации</p> <p>Умеет сравнивать, оценивать и выбирать методы решения заданий, применять методы и алгоритмы теории игр при принятии решений в экономических, социальных системах; работать целенаправленно, используя связанные между собой формы представления информации</p> <p>Владеет методами обобщения и оценивания информации, полученной на основе исследования нестандартной ситуации; навыками использования сведений из различных источников, успешно соотнося их с предложенной ситуацией</p>		
--	----------------------	---	--	--

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы для устного опроса

- 1 Сформулируйте цели и задачи принятия решений в области экономики, бизнеса и финансов.
- 2 Что означает принятие решений в условиях риска, неопределенности и полуопределенности?
- 3 Опишите кратко основные понятия и определения антагонистической игры.
- 4 Какова методика построения теоретико-игровой антагонистической модели?
- 5 Перечислите игровые модели разных классов.
- 6 Как формируется матрица выигрышей?
- 7 Опишите методику построения игровой модели.
- 8 Опишите методику построения и анализа антагонистической игровой модели.
- 9 Дайте определение и перечислите свойства седловых точек выигрыш-функции и матрицы выигрышей.
- 10 Сформулируйте общие положения решения игр с седловыми точками.
- 11 Дайте определения чистой и смешанной стратегий.
- 12 Как определяется оптимальная стратегия во множестве чистых стратегий?
- 13 Какое действие называется смешанной стратегией? Перечислите свойства смешанных стратегий. Как определяется решение игры в смешанных стратегиях?

- 14 Что собой представляет смешанное расширение игры и решение игры в смешанных стратегиях?
- 15 Какие существуют методы решения игры в смешанных стратегиях?
- 16 Что такое минимаксный и максиминный принцип игры?
- 17 Сформулируйте теорему об эквивалентности решения матричной игры и пары двойственных задач линейного программирования.
- 18 Как решается игра 2×2 с седловыми точками?
- 19 Опишите геометрический метод решения игры $2 \times n$.
- 20 Опишите геометрический метод решения игры $m \times 2$.
- 21 Опишите алгоритм итераций.
- 22 Как применяется линейное программирование для решения игр?
- 23 Какие программные продукты можно использовать при решении задач с помощью игровых моделей?
- 24 Что называют статическими играми с полной информацией?
- 25 Что такое биматричные игры?
- 26 В чем состоит итерационная процедура исключения строго доминируемых стратегий?
- 27 Как определяется равновесие Нэша в смешанных стратегиях?
- 28 Что представляют динамические игры с полной информацией?
- 29 В чем состоит метод обратной индукции?
- 30 Что представляют бесконечно повторяемые игры?
- 31 Что такое дисконт-фактор и платеж в бесконечно повторяемых играх? В чем состоят стратегии переключения?
- 32 Что представляют статические игры с неполной информацией?
- 33 Что представляют динамические игры с неполной и несовершенной информацией?

Задачи для контрольных работ

Вопросы для проверки в контрольной работе

1. Формальное описание игры. Платежная матрица, примеры.
2. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса. Решение антагонистической игры 2×2 .
3. Решение антагонистической игры $2 \times n$ и $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
4. Приближенные методы решения матричных игр.
5. Игра с "природой". Критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Образец контрольной работы

ЗАДАНИЕ 1. Зная платежную матрицу

8 5 4 7 3

7 6 10 8 11

3 4 6 7 6

4 5 6 7 9

определить нижнюю и верхнюю цены игры и найти решение игры.

РЕШЕНИЕ. Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число в каждой строке обозначим i

α . Получаем: $4 \ 1 \ \alpha = , 3 \ 2 \ \alpha = , 6 \ 3 \ \alpha = , 3 \ 4 \ \alpha =$. Выберем максимальное из этих значений $\alpha = 6$ - нижняя цена игры.

Аналогично для второго игрока. Найдем максимальные значения выигрыша по столбцам: $8 \ 1 \ \beta = , 6 \ 2 \ \beta = , 10 \ 3 \ \beta = , 8 \ 4 \ \beta = , 11 \ 5 \ \beta =$ и минимальное из этих чисел $\beta = 6$ - верхняя цена игры.

Так как $\alpha = \beta$, в игре есть седловая точка, оптимальные стратегии игроков A_3 и B_2 , цена игры $v = 6$

ЗАДАНИЕ2. Найти стратегии игроков A, B и цену игры, заданной матрицей (с помощью формул и графически)

3 5 2 0

6 1 3 5

РЕШЕНИЕ. Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число в каждой строке обозначим $i\alpha$. Получаем: $1 \ \alpha = 0, 2 \ \alpha = -1$. Выберем максимальное из этих значений $\alpha = 0$ - нижняя цена игры.

Аналогично для второго игрока. Найдем максимальные значения выигрыша по столбцам: $1 \ \beta = 6, 2 \ \beta = 5, 3 \ \beta = 3, 4 \ \beta = 5$ и минимальное из этих чисел $\beta = 3$ - верхняя цена игры.

Так как верхняя и нижняя цены игры различны, игра не имеет решения в чистых стратегиях, цена игры находится в промежутке от 0 до 3 (между нижней и верхней ценой игры).

Игра имеет большую размерность, попробуем ее уменьшить, выделив невыгодные стратегии и вычеркнув их из матрицы: все элементы столбца B_1 больше элементов столбца B_3 , поэтому вычеркиваем столбец B_1 .

5 2 0

1 3 5

Получили матрицу (A_1, A_2, B_2, B_3, B_4):

5 2 0

1 3 5

Теперь найдем решение игры, заданной данной платежной матрицей в смешанных стратегиях.

Найдем две активные стратегии игрока B . Для этого определим оптимальные смешанные стратегии игрока A .

Игрок B имеет три чистые стратегии, им будут соответствовать три прямые в геометрическом решении игры.

Вычислим средний выигрыш первого игрока, при условии, что он применяет свою смешанную стратегию, а второй – свою чистую j -ю стратегию:

$$M_j(x) = (a_{1j} - a_{2j})x + a_{2j}.$$

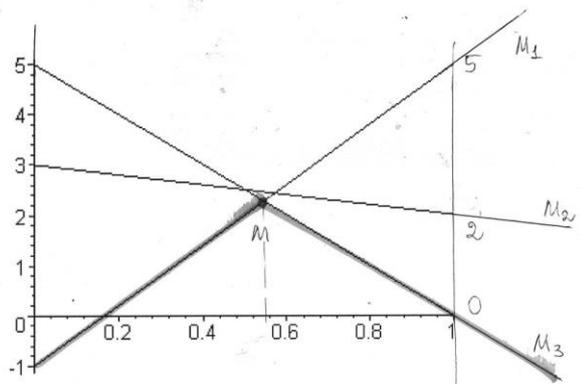
Получаем:

$$M_1(x) = (a_{11} - a_{21})x + a_{21} = 6x - 1,$$

$$M_2(x) = (a_{12} - a_{22})x + a_{22} = -x + 3,$$

$$M_3(x) = (a_{13} - a_{23})x + a_{23} = -5x + 5.$$

Строим соответствующие прямые линии в прямоугольной системе координат:



Цель второго игрока – минимизировать выигрыш первого за счет выбора своих стратегий, поэтому берем самые нижние отрезки. Цель первого игрока – максимизировать выигрыш за счет выбора $1x$, поэтому берем самую высокую точку M (см. чертеж).

Те линии стратегии, пересечением которых образована точка M , являются активными стратегиями игрока B , в нашем случае это $1B$ и $3B$. Таким образом, игра сводится к игре 2×2 с матрицей

5 0
1 5

Находим оптимальные стратегии:

$$6x - 1 = -5x + 5 = v,$$

$$x + x_2 = 1.$$

Откуда

$$x = 6/11, x_2 = 5/11, v = 25/11.$$

Теперь найдем стратегии второго игрока:

$$5q_1 + 0q_2 = v = 25/11 \Rightarrow q_1 = 5/11, q_2 = 6/11.$$

Получили

$$P = (6/11, 5/11)$$

$$Q = (0,5/11, 0,6/11)$$

$v = 25/11$ - цена игры.

ЗАДАНИЕ 3. Найти оптимальный вариант электростанции по критериям Лапласа, Вальда, Гурвица с показателями 0,8 и 0,3 и Сэвиджа по заданной таблице эффективности:

	V1	V2	V3	V4
A1	10	8	4	11
A2	9	9	5	10
A3	8	10	3	14
A4	7	7	8	12

РЕШЕНИЕ.

Критерий Лапласа. В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Исходя из этого действуют формулы:

$$n = \sum_{i=1}^n \max\{K_{i1}, K_{i2}, \dots, K_{in}\} \quad K_{i1} = K_{i2} = \dots = K_{in} = m /$$

Получаем:

$$K_1 = 0,25(10 + 8 + 4 + 11) = 8,25,$$

$$K_2 = 0,25(9 + 9 + 5 + 10) = 8,25,$$

$$K_3 = 0,25(8 + 10 + 3 + 14) = 8,75,$$

$$() () 4 K A = 0,25 \cdot 7 + 7 + 8 + 12 = 8,5 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 3 A .

Критерий Вальда. Это *максиминный критерий*, он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что, если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.

В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки $() \min_{ij} k_{ij}$

$$K A = k_{ij}, i=1, \dots, m .$$

Оптимальной считается система из строки с максимальным значением эффективности: $\max_{i=1, \dots, m} \{ k_{i1}, \dots, k_{im} \}$ $opt i K = K A i = m$

$$\text{Вычисляем: } () 1 K A = 4, () 2 K A = 5, () 3 K A = 3, () 4 K A = 7 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 A .

Критерий Гурвица с показателями 0,8 и 0,3. Это *критерий обобщенного максимина*.

Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточную позицию (взвешиваются наихудшие и наилучшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма α ($0 \leq \alpha \leq 1$), характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение. Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента α сумма максимальной и минимальной оценок: $() \max_{ij} (1 - \alpha) k_{ij} + \alpha \min_{ij} k_{ij}$

$$K A = \alpha k_{ij} + (1 - \alpha) k_{ij}, i=1, \dots, m .$$

Условие оптимальности стандартное: $\max_{i=1, \dots, m} \{ k_{i1}, \dots, k_{im} \}$ $opt i K = K A i = m .$

1) Пусть $\alpha = 0,8$. Вычисляем:

$$() 1 K A = 0,8 \cdot 11 + 0,2 \cdot 4 = 9,6 ,$$

$$() 2 K A = 0,8 \cdot 10 + 0,2 \cdot 5 = 9,0 ,$$

$$() 3 K A = 0,8 \cdot 14 + 0,2 \cdot 3 = 11,8 ,$$

$$() 4 K A = 0,8 \cdot 12 + 0,2 \cdot 7 = 11,0 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 3 A .

2) Пусть $\alpha = 0,3$. Вычисляем:

$$() 1 K A = 0,3 \cdot 11 + 0,7 \cdot 4 = 6,1 ,$$

$$() 2 K A = 0,3 \cdot 10 + 0,7 \cdot 5 = 6,5 ,$$

$$() 3 K A = 0,3 \cdot 14 + 0,7 \cdot 3 = 6,3 ,$$

$$() 4 K A = 0,3 \cdot 12 + 0,7 \cdot 7 = 8,5 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 A .

Критерий Сэвиджа. Минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце: $\max_{ij} k_{ij} - k_{ij}$

$$\Delta k = k_{ij} - k_{ij} .$$

После преобразования матрицы используется критерий минимакса:

$$() \max_{ij} \Delta k_{ij}$$

$$K A = \Delta k_{ij}, i=1, \dots, m ., \min_{i=1, \dots, m} \{ k_{i1}, \dots, k_{im} \}$$
 $opt i K = K A i = m$

Матрице эффективности будет соответствовать матрица потерь:

B1 B2 B3 B4

A1 0 2 4 3

A2 1 1 3 4

A3 2 0 5 0

A4 3 3 0 2

Вычисляем теперь:

$$() 1 K A = 4, () 2 K A = 4, () 3 K A = 5, () 4 K A = 3$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 А .

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Основные понятия. Цель игры. Формальное описание игры. Платежная матрица.
2. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии.
3. Классификация игр.
4. Седловая точка. Равновесие Нэша.
5. Игры с противоположными интересами.
6. Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры.
7. Решение антагонистических игр. Принцип минимакса. Нижняя и верхняя цена игры. Игра с седловой точкой. Чистые стратегии.
8. Смешанные стратегии. Теорема о существовании решения игры.
9. Решение антагонистической игры 2×2 . Геометрическая интерпретация.
10. Решение антагонистической игры $2 \times n$. Геометрическая интерпретация.
11. Решение антагонистической игры $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
12. Формальная постановка задачи линейного программирования.
13. Решение конечных антагонистических игр методами линейного программирования.
14. Решение игры $m \times n$ приближенным методом.
15. Игры с природой (статистические игры). Планирование эксперимента в играх с природой. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.
16. Статические игры с полной информацией. Биматричные игры.
17. Динамические игры с полной информацией.
18. Бесконечно повторяемые игры.
19. Статические игры с неполной информацией
20. Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.

Билеты для экзамена

БИЛЕТ №1

по дисциплине «Теория игр»

1. Основные понятия. Цель игры. Формальное описание игры. Платежная матрица.
2. Решение антагонистической игры $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №2
по дисциплине «Теория игр»

1. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии.
2. Формальная постановка задачи линейного программирования.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №3
по дисциплине «Теория игр»
для направления подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки

1. Классификация игр.
2. Решение конечных антагонистических игр методами линейного программирования.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №4
по дисциплине «Теория игр»

1. Седловая точка. Равновесие Нэша.
2. Решение игры $m \times n$ приближенным методом.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №5
по дисциплине «Теория игр»

1. Игры с противоположными интересами.
2. Игры с природой (статистические игры). Планирование эксперимента в играх с природой. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №6
по дисциплине «Теория игр»

1. Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры.
Цена игры.
2. Статические игры с полной информацией. Биматричные игры.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №7
по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистических игр. Принцип минимакса. Нижняя и верхняя цена игры. Игра с седловой точкой. Чистые стратегии.
2. Динамические игры с полной информацией.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №8
по дисциплине «Теория игр»

1. Смешанные стратегии. Теорема о существовании решения игры.
2. Бесконечно повторяемые игры.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №9
по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистической игры 2×2 . Геометрическая интерпретация.
2. Статические игры с неполной информацией
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №10
по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистической игры 2х1. Геометрическая интерпретация.
2. Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

**Критерии оценивания результатов обучения в соответствии
с уровнем освоения дисциплины**

Критерии оценки качества освоения студентами дисциплины:

- пороговый (оценка «удовлетворительно»)
- стандартный (оценка «хорошо»)
- эталонный (оценка «отлично»)

Критерий	В рамках формируемых компетенций студент демонстрирует
пороговый	Знание и понимание теоретического содержания курса с незначительными пробелами; отсутствие некоторых практических умений при решении задач.
стандартный	Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; недостаточную сформированность некоторых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; достаточное качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий.
эталонный	Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; сформированность необходимых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; высокое качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

1. Благодатских, А.И. Сборник задач и упражнений по теории игр : учеб. пособие / А.И. Благодатских, Н.Н. Петров.. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 304 с. <https://e.lanbook.com/book/49465>.

2. Мазалов, В.В. Математическая теория игр и приложения : учеб. пособие — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 448 с. <https://e.lanbook.com/book/90066>.

3. Теория игр : учебник и практикум / В. Л. Шагин. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Юрайт, 2018. - 223 с. - <https://biblio-online.ru/book/63D26079-5A27-41A4-A405-5C673DE5DA48>.

4. Теория игр : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Н. А. Шиловская. - М. : Юрайт, 2018. - 318 с. - <https://biblio-online.ru/book/FC603514-6DF9-4645-855A-815B07217FEA>.

5. Теория игр : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Ю. Челноков. - М. : Юрайт, 2018. - 223 с. - <https://biblio-online.ru/book/18725F67-CEE5-4EF4-BFFD-E672FE78BCA1>.

6. Теория игр + CD : учебник для академического бакалавриата / П. В. Конюховский, А. С. Малова. - М. : Юрайт, 2017. - 252 с. - <https://biblio-online.ru/book/764C82B3-0907-42B2-BEF0-77AE1E7C22E0>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Университетская библиотека ONLINE».

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:
Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

Текущая самостоятельная работа студента, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений, осуществляется при проработке материалов лекций и соответствующей литературы, подготовке к промежуточному и итоговому контролям, подготовке к выполнению лабораторных работ и написанию отчетов.

Для улучшения качества и эффективности самостоятельной работы студентов предлагаются методические указания к лабораторным работам, списки основной и дополнительной литературы. Все методические материалы предоставляются как в печатном, так и в электронном видах.

Текущая и опережающая СРС заключается в:

- работе студентов с лекционным материалом, поиске и анализе литературы и электронных источников информации по заданной проблеме;
- изучение теоретического материала к лабораторным занятиям;

- подготовке к промежуточному контролю.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Формы контроля со стороны преподавателя включают:

- проверочные работы по результатам изучения некоторых разделов курса;
- отчет по лабораторным занятиям;
- экзамен.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Для подготовки к экзамену необходимо использовать указания и рекомендации, данные преподавателем в ходе занятий. Если студент испытывает какие-либо затруднения с пониманием материала, он всегда может получить консультацию преподавателя.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель	
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель	

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.

	камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	1. Microsoft Windows 10 2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.