

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор



*[Handwritten signature]*

Т.А. Хагуров

подпись

*май*

2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Б1.О.43 ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Направление подготовки/специальность	01.05.01 Фундаментальные математика и механика
Направленность (профиль) / специализация	Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг; Фундаментальная математика и ее приложения
Форма обучения	Очная
Квалификация	Математик. Механик. Преподаватель

Рабочая программа дисциплины Б1.О.43 Вариационное исчисление составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил(и):

Д.Г. Сокол, доцент кафедры Вычислительной математики и информатики, кандидат физико-математических наук



подпись

Рабочая программа дисциплины Б1.О.43 Вариационное исчисление утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики  
протокол № 14 « 22 » \_\_\_\_\_ апреля 2022 г.  
Заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики

Гайденко С.В.

фамилия, инициалы



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета  
Математики и компьютерных наук  
протокол № 5 « 5 » \_\_\_\_\_ мая 2022 г.  
Председатель УМК факультета

Шмалько С.П.  
фамилия, инициалы



подпись

Рецензенты:

Терещенко И.В., к.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой общей математики Кубанского государственного технологического университета

Уртенев М.Х., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной математики Кубанского государственного университета

## **1. Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)**

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Изложить основные методы составления математических моделей в экономике. Задачи практической и теоретической экономики весьма разносторонни. Здесь применяются различные способы использования информации. Наряду с моделированием необходимо изучать и теорию оптимизации, включающую в себя математические методы исследования операций. Изучение данных дисциплин и их экономических приложений позволит будущему специалисту не только приобрести необходимые навыки, но и сформировать компоненты своего мышления. Всё это понадобится для успешной работы и для ориентации в будущей профессиональной деятельности.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Научить студентов самостоятельно определять подходящую математическую модель и применять соответствующие методы для решения прикладных задач.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Вариационное исчисление» входит в обязательную часть Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. При освоении материалов курса от обучающегося требуется знание основополагающего математического аппарата, т.е. подготовка по следующим дисциплинам: "Математический анализ", "Линейная алгебра", "Аналитическая геометрия", "Обыкновенные дифференциальные уравнения", "Теория вероятностей" и "Математическое программирование".

### **1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций: ПК–3, ПК–5.

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
ПК–1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	
ИПК–1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает основные факты теории оптимизации
	Умеет доказывать основные теоремы
	Владеет различными методами доказательств
ПК–2 Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	
ИПК–2.1 Умеет использовать математические модели и применять численные методы решения задач в естественных науках	Знает основные способы построения математических моделей
	Умеет самостоятельно определять подходящую математическую модель и применять соответствующие алгоритмы решения
	Владеет типовыми методами построения математических моделей

## 2. Структура и содержание дисциплины (модуля)

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		8

<b>Контактная работа, в том числе:</b>		<b>50,3</b>	<b>50,3</b>
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>		<b>48</b>	<b>48</b>
Занятия лекционного типа		16	16
Лабораторные занятия		32	32
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-
<b>Иная контактная работа:</b>		<b>2,3</b>	<b>2,3</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)		2	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	0,3
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		<b>13</b>	<b>13</b>
<i>Курсовая работа</i>		-	-
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>		8	8
<i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i>		-	-
<i>Реферат</i>		-	-
Подготовка к текущему контролю		5	5
<b>Контроль:</b>		<b>44,7</b>	<b>44,7</b>
Подготовка к экзамену		26,7	26,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>50,3</b>	<b>50,3</b>
	<b>зач. ед.</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 8 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов
---	-----------------------	------------------

		Аудиторная работа			Внеаудиторная работа	Всего
		Л	ПЗ	ЛЗ	СРС	
1.	Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи.	4		12	3	19
2	Задачи классического вариационного исчисления	10		12	3	25
3	Элементы оптимального управления	2		8	2	12
	<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>	<b>16</b>		<b>32</b>	<b>8</b>	<b>56</b>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)				2	2
	Промежуточная аттестация (ИКР)				0,3	0,3
	Подготовка к текущему контролю				5	5
	Подготовка к экзамену				44,7	44,7
	Общая трудоемкость по дисциплине	16		32	60	108

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные гладкие экстремальные задачи	Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ . Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма.	Проверка домашнего задания

		Принцип Лагранжа. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств.	
2.	Задачи классического вариационного исчисления	Основные леммы вариационного исчисления. Задачи классического вариационного исчисления: простейшая задача классического вариационного исчисления, задача Больца, изопериметрическая задача, задача со старшими производными. Необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа. Условия второго порядка Лежандра и Якоби. Классическое вариационное исчисление и естествознание.	
3.	Элементы оптимального управления	Задача Лагранжа и оптимальное управление. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Оптимальное управление и задачи техники.	Проверка домашнего задания

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1		2	3
1.	Элементы дифференциального исчисления. Конечномерные	Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве $C^1[a, b]$ . Основные	Проверка домашнего задания

	гладкие экстремальные задачи	теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств.	
2.	Задачи классического вариационного исчисления	Основные леммы вариационного исчисления. Задачи классического вариационного исчисления: простейшая задача классического вариационного исчисления, задача Больца, изопериметрическая задача, задача со старшими производными. Необходимые условия существования экстремума, уравнение Эйлера, Лагранжиан, уравнение Эйлера-Лагранжа. Условия второго порядка Лежандра и Якоби. Классическое вариационное исчисление и естествознание.	Проверка домашнего задания
3.	Элементы оптимального управления	Задача Лагранжа и оптимальное управление. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Оптимальное управление и задачи техники.	Проверка домашнего задания

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы – не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Работа с лекционным материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по заданной проблеме	1. Юдович, В.И. Математические модели естественных наук. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 336 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/689">http://e.lanbook.com/book/689</a> .
2	Изучение теоретического материала лабораторным занятиям	2. Новиков, А.И. Экономико-математические методы и модели: Учебник для бакалавров. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Дашков и К, 2017. — 532 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/77298">http://e.lanbook.com/book/77298</a> .
3	Выполнение домашних заданий	3. Кундышева, Е.С. Математические методы и модели в экономике: Учебник для бакалавров. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Дашков и К, 2017. — 286 с. — Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/91232">http://e.lanbook.com/book/91232</a> .
4	Подготовка к зачету	4. Горлач, Б.А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.А. Горлач, В.Г. Шахов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 292 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/74673">https://e.lanbook.com/book/74673</a> 5. Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 332 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/5268">https://e.lanbook.com/book/5268</a>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии**

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студентов. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. В ходе практических занятий предполагается использование компьютерных технологий (презентации по некоторым темам курса).

К **образовательным** технологиям относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала на практических занятиях в ходе дискуссий.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### **3.1. Дискуссия.**

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, творческие

доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию в ходе практического занятия:

1. Составления плана решения задачи.
2. Поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания студентами соответствующего материала

### **3.2. Доклад (презентация).**

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса более глубоко освоить некоторые понятия и доказательства утверждений. В этой связи определенные практические занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в таком виде на практических занятиях по некоторым темам студенты могут представлять и свои доклады.

## **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации**

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИПК–1.1 Знает основные понятия, идеи и методы фундаментальных математических дисциплин для решения базовых задач	Знает основные факты теории оптимизации	<i>Вопросы для устного опроса по теме, контрольная работа по теме.</i>	<i>Вопросы для подготовки. Тестовые задания.</i>
		Умеет доказывать основные теоремы	<i>Вопросы для устного опроса по теме, контрольная работа по теме.</i>	<i>Вопросы для подготовки. Тестовые задания.</i>
		Владеет различными методами доказательств	<i>Вопросы для устного опроса по теме, контрольная работа по теме.</i>	<i>Вопросы для подготовки. Тестовые задания.</i>
2	ИПК–2.1 Умеет использовать математические модели и применять численные методы решения задач в естественных науках	Знает основные способы построения математических моделей	<i>Вопросы для устного опроса по теме, контрольная работа по теме.</i>	<i>Вопросы для подготовки. Тестовые задания.</i>
		Умеет самостоятельно определять подходящую математическую модель и применять соответствующие алгоритмы решения	<i>Вопросы для устного опроса по теме, контрольная работа по теме.</i>	<i>Вопросы для подготовки. Тестовые задания.</i>
		Владеет типовыми методами построения математических моделей	<i>Вопросы для устного опроса по теме, контрольная работа по теме.</i>	<i>Вопросы для подготовки. Тестовые задания.</i>

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
			<i>работа по теме.</i>	<i>задания.</i>

### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенции	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично/зачтено
ПК–1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	Знание и понимание теоретического содержания курса с незначительными пробелами; отсутствие некоторых практических умений при решении задач	сформированность некоторых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; достаточное качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий	необходимых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; высокое качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий

ПК–2 Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	Удовлетворительно владеет общими методами решения типовых тематических заданий, в некоторой мере обладает способностью видеть и использовать закономерности, возникающие в ходе рассуждений при решении задач	Хорошо владеет общими методами решения типовых тематических заданий, в целом обладает способностью видеть и использовать закономерности, возникающие в ходе рассуждений при решении задач	Отлично владеет общими методами решения типовых тематических заданий, в полной мере обладает способностью видеть и использовать закономерности, возникающие в ходе рассуждений при решении задач
---	---	---	--

### Примеры заданий для текущего контроля

1. Найти максимум функции  $F$  при заданных ограничениях. Дать геометрическое решение задачи.
2. Простейшая задача классического вариационного исчисления.
3. Задача Больца..
4. Задача с подвижными концами.
5. Изопериметрическая задача.

### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Определения производных. Производная Фреше. Дифференцирование интегрального оператора в пространстве  $C^1[a, b]$ . Примеры.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления в нормированных пространствах. Примеры.

3. Формализация некоторых классических задач. Необходимые и достаточные условия экстремума. Теорема Ферма. Принцип Лагранжа.

4. Конечномерные гладкие экстремальные задачи без ограничений, с ограничениями в виде равенств, с ограничениями в виде неравенств. Примеры.

5. Основные понятия выпуклого анализа. Примеры.

6. Основные леммы вариационного исчисления: лемма Лагранжа с доказательством, лемма Дюбуа-Раймонда с доказательством.

7. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

8. Задача Больца. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

9. Изопериметрическая задача, Лагранжиан. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

10. Задача со старшими производными. Теорема о необходимых условиях существования экстремума. Примеры.

11. Условия второго порядка Лежандра и Якоби. Примеры.

12. Классическое вариационное исчисление и естествознание. Примеры.

13. Задача Лагранжа и оптимальное управление. Принцип Лагранжа. Примеры.

14. Элементарная задача оптимального управления, принцип максимума Понтрягина. Принцип Лагранжа. Примеры.

15. Оптимальное управление и задачи техники. Примеры.

**4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

## **Критерии оценки по промежуточной аттестации (экзамена или зачёта)**

*Оценка «отлично», «зачтено»:*

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «хорошо», «зачтено»:*

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «удовлетворительно», «зачтено»:*

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

*Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено»:*

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);

- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).**

### **5.1 Основная литература.**

1. Юдович, В.И. Математические модели естественных наук. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 336 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/689>.
2. Новиков, А.И. Экономико-математические методы и модели: Учебник для бакалавров. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Дашков и К, 2017. — 532 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/77298>.
3. Кундышева, Е.С. Математические методы и модели в экономике: Учебник для бакалавров. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Дашков и К, 2017. — 286 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/91232>.
4. Горлач, Б.А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.А. Горлач, В.Г. Шахов. — Электрон. дан. — Санкт-

Петербург : Лань, 2016. — 292 с. — Режим доступа:  
<https://e.lanbook.com/book/74673>

- Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 332 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5268>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Университетская библиотека ONLINE».

## 5.2 Дополнительная литература.

- Красс М.С., Чупрынов Б.П. *Основы математики и её приложения в экономическом образовании: Учеб.* – 2-е изд., испр. – М.: Дело, 2001.
- Общий курс высшей математики для экономистов. Учебник/Под ред. В.И. Ермакова.* М.:ИНФРА-М, 2008.
- Муртаф Б. Современное линейное программирование. М.: Мир, 1984.
- Гетманчук, А.В. Экономико-математические методы и модели: Учебное пособие для бакалавров. [Электронный ресурс] / А.В.
- Балдин, К.В. Математические методы и модели в экономике. М.: ФЛИНТА, 2012.
- М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. Математика в экономике: Математические методы и модели. М. : Финансы и статистика, 2007.

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН»

[www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).**

Самостоятельная работа студента включает в себя подготовку к лабораторным занятиям и зачету. Эти виды самостоятельной работы студентов контролируется в ходе проверки домашних заданий.

Важнейшим этапом изучения курса является самостоятельная работа. Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовку к лабораторным занятиям, к контрольным работам, к зачету, к экзамену.

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы студентам достаточно использовать материал лекций. Весь теоретический материал, необходимый для сдачи экзамена содержится в учебных пособиях из списка основной литературы. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

### **Виды самостоятельной работы**

Обязательными при изучении дисциплины являются следующие виды самостоятельной работы:

- самостоятельное решение задач по темам практических занятий;
- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- подготовка к зачету.

Эти виды самостоятельной работы студентов контролируются в ходе проверки домашних заданий, контрольных работ, зачетов и экзамена.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме практического занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретический материал, в краткой форме имеющийся в учебных пособиях из списка основной литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

## **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office (MS Word, MS Excel)
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Office (MS Word, MS Excel)

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы	Microsoft Office (MS Word, MS Excel)

	<p>Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	
<p>Помещение для самостоятельной работы обучающихся</p>	<p>Мебель: учебная мебель</p> <p>Комплект специализированной мебели: компьютерные столы</p> <p>Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	<p>Microsoft Office (MS Word, MS Excel)</p>