

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

28 мая 2021 г.



## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **ФТД.02** **МЕТОД БАЗИСНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ** **В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ**

Направление подготовки

02.04.01 Математика и компьютерные науки

Программа магистратуры

«Математическое и компьютерное моделирование»

Форма обучения                   очная

Квалификация                   магистр

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины «Метод базисных потенциалов в задачах естествознания»  
составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом  
высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.04.01 Математика и  
компьютерные науки (уровень высшего образования: магистратура)

Программу составил:

Лежнев А. В., доцент, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры  
математических и компьютерных методов, протокол № 10 от 08.04.2021.

Заведующий кафедрой  
математических и компьютерных методов Лежнев А. В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики  
и компьютерных наук, протокол № 3 от 12.05.2021.

Председатель УМК факультета математики  
и компьютерных наук Шмалько С. П.



Рецензенты:

Савенко И. В., коммерческий директор ООО «РосГлавВино»

Никитин Ю. Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий  
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

# **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

## **1.1 Цель и задачи дисциплины**

Цель дисциплины: «Метод базисных потенциалов в задачах естествознания» состоит в обучении применению современных математических методов для решения задач естествознания (физике, механике жидкости и газа, теории упругости), их технических приложений, так как математические модели, в которых решение находится разложением по базисным потенциалам, являются широко распространенными. Получение высшего профессионального образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности с применением современных математических методов.

## **1.2 Задачи дисциплины:**

Ознакомление студентов с методологическими подходами, позволяющими строить адекватные математические модели в задачах естествознания, использовать математическое описание физических явлений; ознакомление с некоторыми широко распространенными моделями физики (в основном механики) и основными методами исследования этих моделей.

## **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Метод базисных потенциалов в задачах естествознания» относится к факультативным дисциплинам учебного плана.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является основой для решения исследовательских задач. Для успешного освоения дисциплины студент должен владеть обязательным минимумом содержания основных образовательных программ по математике и информатике для бакалавров.

## **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций.

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1 – Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</b>	
<b>ПК-1.1 – Демонстрирует навыки решения задач классической математики, теоретической механики, математической физики</b>	Знает основные понятия, методы и проблематику математического моделирования Умеет проводить выбор отношений и эффектов, учитываемых при составлении математических моделей Владеет навыками проверки адекватности математических моделей
<b>ПК-1.2 – Демонстрирует навыки программирования подготовленных алгоритмов решения вычислительных задач, разработки структуры и</b>	Знает основные понятия, методы и особенности вычислительной математики Умеет составлять алгоритмы решения задач на основе заданных математических моделей

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
программирования реляционных баз данных, а также экспертных систем	Владеет навыками интерпретации результатов моделирования
<b>ПК-1.3</b> – Владеет сетевыми технологиями, в том числе, основами теории нейронных сетей	Знает основные возможности технологий моделирования и визуализации Умеет выбирать сетевые технологии, отвечающие заданным требованиям Владеет навыками применения сетевых технологий для решения задач моделирования и визуализации
<b>ПК-1.4</b> – Собирает и анализирует научно-техническую информацию с учетом базовых представлений, полученных в области фундаментальной математики, механики, естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает основные функции математических пакетов программ для проведения символьических вычислений Умеет проводить формальные доказательства математических результатов на основе аксиоматически заданных свойств объектов и операций Владеет навыками обеспечения корректности выполнения алгебраических операций компьютерными средствами

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		(часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>32,2</b>	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>32</b>	
Занятия лекционного типа	16	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	16	
Лабораторные занятия	–	
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>0,2</b>	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>39,8</b>	
Проработка учебного (теоретического) материала	32	
Подготовка к текущему контролю	7,8	
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>72</b>	
<b>в том числе контактная работа</b>	<b>32,2</b>	
<b>зач. ед.</b>	<b>2</b>	

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа	KCP	Самостоятельная работа

№	Наименование разделов	Количество часов					
			Л	ПЗ	ЛР		
1.	Задачи естествознания. Математическое моделирование физических процессов. Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембранны)	2	2	—	—	—	—
2.	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов	15	3	8		—	4
3.	Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики	19	5	10		—	4
4.	Моделирование физических процессов. Стационарные и нестационарные процессы	18	4	8		—	4
5.	Типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и специфика методов, применяемых для нахождения множеств их решений	17,8	4	8		—	5,8
<i>Итого по дисциплине:</i>		72	16	16		—	39,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

### 2.3 Содержание разделов дисциплины:

#### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела		Форма текущего контроля
		1	2	
1	Задачи естествознания. Математическое моделирование физических процессов. Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембранны).	1.1 Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения. 1.2 Корректность и некорректность. Обратные задачи. 1.3 Классификация дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнение теплопроводности и волновое уравнение. Стационарные процессы и эллиптические уравнения.	3	4 Опрос

2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы задач математической физики.	1.1 Интегральные операторы теории потенциала. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. 1.2 Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. 1.3 Потенциал Робена. Интегральные операторы. 1.4 Представление функций потенциалами. Лемма Новикова.	Опрос
3	Моделирование физических процессов. Стационарные и нестационарные процессы. Типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и специфика методов, применяемых для нахождения множеств их решений.	3.1 Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций. 3.2 Системы потенциалов полные на границе области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения. 3.3 Алгоритм задачи Робена. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона. 3.4 Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа и уравнения Пуассона. Бигармоническое уравнение. 3.5 Границочное управление температурой.	Экзамен

### **2.3.2 Занятия семинарского типа УП не предусмотрены.**

### **2.3.3 Лабораторные занятия**

№ раздела	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	См. таблицу 2.3.1	Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембранны).	Опрос
2 – 3	См. таблицу 2.3.1	Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.	Опрос
4	См. таблицу 2.3.1	Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, гиперболические системы 2x2 первого порядка, задачи, сводящиеся к бигармоническому уравнению.	Опрос

### **2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Курсовые работы УП не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Общие сведения о математических моделях гидромеханики и газовой динамики, физические свойства жидких и газообразных сред.	Седов Л.И. Механика сплошной среды Том. 1 – список дополнительной литературы п. 5.2.1.
2	Прямые и обратные задачи математического моделирования в плоской гидромеханике. Сведения об основных методах решения уравнений движения жидкости и газа (аналитические решения).	Седов Л.И. Механика сплошной среды Том. 2 – список дополнительной литературы п. 5.2.1.
3	Методы численного моделирования и асимптотического анализа гидромеханических и аэродинамических моделей.	Бэтчелор Дж., Моффат Г., Сэффмен Ф. и др. Современная гидромеханика. Успех и проблемы – список основной литературы п. 5.1.1. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики – список основной литературы п. 5.1.2. Слезкин Н.А. Лекции по гидромеханике – список основной литературы п. 5.1.3.

### 3. Образовательные технологии:

Разбор практических задач и примеров, моделирование ситуаций, приводящих к тем или иным ошибкам в программе, выработка навыков выявления и исправления ошибок в процессе написания программы. Построение тестовых примеров для выявления ошибок в программе и сравнения эффективности различных алгоритмов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### Используемые интерактивные образовательные технологии:

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Кол-во часов
8	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи колебаний струны или мембранны)»	8
		Дискуссия на тему: «Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности»	8
		Дискуссия на тему: «Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, гиперболические системы 2x2 первого порядка, задачи, сводящиеся к бигармоническому	8

	уравнению»	
<i>Итого:</i>		24

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации**

*Текущие аттестации не предусматриваются.*

##### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

*Контрольные вопросы (к зачету):*

1. Задачи естествознания. Математическое моделирование физических процессов.
  2. Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения. Корректность и некорректность.
  3. Обратные задачи. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных.
  4. Уравнение теплопроводности и волновое уравнение.
  5. Стационарные процессы и эллиптические уравнения.
  6. Элементы теории потенциала. Интегральные операторы теории потенциала
  7. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал.
  8. Потенциал Робена. Интегральные операторы.
- Представление функций потенциалами. Лемма Новикова. Полные системы потенциалов
9. Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций.
  10. Системы потенциалов полные на границе области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения.
  11. Алгоритмы задач математической физики. Алгоритм задачи Робена.
  12. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.
  13. Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа и уравнения Пуассона.
  14. Границное управление температурой. Бигармоническое уравнение.
  15. Моделирование физических процессов. Задачи математической физики.
  16. Примеры задач математической физики. Задача распространения тепла.
  17. Задача колебаний струны или мембранны. Стационарные процессы.
  18. Основные типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Постановка краевых задач.
  19. Алгоритмы расчета плоскопараллельных течений идеальной несжимаемой жидкости.
  20. Алгоритмы решения задач об управлении температурой.

#### **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

##### **5.1 Основная литература:**

- 5.1.1. Дзержинский, Р.И. Уравнения математической физики: курс лекций / Р.И. Дзержинский, В.А. Логинов; Министерство транспорта Российской Федерации, Московская государственная академия водного транспорта. - Москва: Альтаир: МГАВТ, 2015. - 67 с.: ил. - Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429675>

5.1.2. Динамические системы и модели биологии / А.С. Братусь, А.С. Новожилов, А.П. Платонов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 400 с.- ISBN 978-5-9221-1192-8, 600 экз. — [Электронный ресурс]. – URL <http://znaniun.com/catalog/product/397222> (06.04.2018).

5.1.3. Емельянов В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: учеб. пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 216 с. - ISBN 978-5-8114-0863-4 — [Электронный ресурс]. – URL: <https://e.lanbook.com/book/71748> (06.04.2018).

### 5.2 Дополнительная литература:

1. Присекин, В.Л. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел: учебник / В.Л. Присекин, Г.И. Растворгувев. – НГТУ, 2009. - 240 с. ISBN 978-5-7782-1287-9. — [Электронный ресурс]. — URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=436040](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436040)

2. Александров, Д.В. Введение в гидродинамику : учебное пособие / Д.В. Александров, А.Ю. Зубарев, Л.Ю. Исакова. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 112 с. - ISBN 978-5-7996-0785-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239521>

3. Митрофанова, О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-электрических установок / О.В. Митрофанова. - Москва : Физматлит, 2010. - 286 с. - ISBN 978-5-9221-1223-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68969>

### 5.3. Периодические издания:

1. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. Inviscid Batchelor – model flow past an airfoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1996. – Vol. 323. – P. 367 – 376. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211209600095X>

2. Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. High – Reynolds – number Prandtl – Batchelor – model flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1998. – Vol. 358. – P. 283 – 297. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112097008203>

3. Бунякин А.В. Ламинарный пограничный слой при обтекании крылового профиля с круговой выемкой // Изв. РАН Мех. жидк. и газа – 1998. – №2. – С. 52 – 57.

4. Бунякин А.В. Вихревая ячейка с вращающимся внутри цилиндром на поверхности крылового профиля при больших числах Рейнольдса // Изв. РАН Мех. жидк. и газа. – 2001. – № 4. – С. 87 – 92.

5. Sandoval M., Chernyshenko S. Extension of the Prandtl – Batchelor theorem to three-dimensional flows slowly varying in one direction // Journal of Fluid Mechanics 2010. V. 654. P. 351 – 361

## 6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля): Wikipedia

## 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе самостоятельной работы каждый обучающийся получает задания по каждому из трех разделов дисциплины (см. табл. 2.2), которые принимаются по согласованию с преподавателем (в специально назначаемое время).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта

между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Перечень необходимого программного обеспечения:**

Лицензированные программы не используются, а только авторские.

### **8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем:**

*Wikipedia*

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

Распределение видов материально-технического обеспечения по видам занятий представлено в таблице.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа (302Н, 303Н, 308Н, 309Н, 505А, 507А)	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	средство подготовки презентаций MS PowerPoint; математический пакет MathCAD
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций (301Н, 309Н, 316Н, 320Н)	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер с доступом к сети «Интернет» и в электронную информационно-образовательную среду организации	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет; средство подготовки презентаций MS PowerPoint; математический пакет MathCAD
Учебные аудитории для проведения текущей и промежуточной аттестации (301Н, 302Н, 303Н, 307Н, 308Н, 308На, 309Н, 310Н, 312Н, 314Н, 316Н, 318Н, 320Н)	Мебель: учебная мебель. Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Математический пакет MathCAD

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	<p>Мебель: учебная мебель  Комплект специализированной мебели: компьютерные столы  Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет; средство подготовки презентаций MS PowerPoint
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (301Н, 302Н, 303Н, 307Н, 308Н, 308На, 309Н, 310Н, 312Н, 314Н, 316Н, 318Н, 320Н)	<p>Мебель: учебная мебель.  Подключение к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации</p>	Интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет; средство подготовки презентаций MS PowerPoint