

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_____ Хагуров Т.А.
подпись
« 28 » _____ 05 _____ 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.09 «Дифференциальные уравнения»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности; Математическое моделирование в естествознании и технологиях; Программирование и информационные технологии

Форма обучения очная

Квалификация Бакалавр

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Программу составил:

А.Д. Колотий доцент кафедры прикладной математики, кандидат физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины Дифференциальные уравнения утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 10 «20» мая 2021 г. Заведующий кафедрой (разработчика) Уртенев М.Х.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 10 «20» мая 2021 г. Заведующий кафедрой (выпускающей) Уртенев М.Х.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 10 «21» мая 2021 г. Заведующий кафедрой (выпускающей) Бабешко В.А.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных технологий протокол № 15 «20» мая 2021 г. Заведующий кафедрой (выпускающей) Подколзин В.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 «21» мая 2021 г. Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна

Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

Марков Виталий Николаевич

Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСИИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

- ознакомить студентов с начальными навыками математического моделирования;
- показать возникающие принципиальные трудности при переходе от реального объекта к его математической идеализации;
- показать разницу между «хорошими» и «плохими» моделями.

1.2 Задачи дисциплины

- формирование у студента представления о дифференциальных уравнениях, как математических моделях явлений и процессов различной природы;
- выработка навыков использования классических методов «Дифференциальных уравнений»;
- освоение студентами синтеза классических методов теории дифференциальных уравнений с современными идеями качественных, численных и асимптотических методов.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Данная дисциплина тесно связана с дисциплинами базовой части Блока 1: математический анализ, алгебра и аналитическая геометрия, дискретная математика, методы оптимизации, численные методы, комплексный анализ, математический анализ II, уравнения математической физики.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

| Код и наименование индикатора* | Результаты обучения по дисциплине |
|--|---|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | |
| ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их при анализе предметной области | Знает: <ul style="list-style-type: none">– основные понятия математического анализа и теории дифференциальных уравнений;– основные свойства и теоремы математического анализа и теории дифференциальных уравнений; |
| ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) Отечественный и международный опыт в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | <ul style="list-style-type: none">– основные методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений;– основные типы интегрируемых уравнений 1-го порядка и методы их решения. |
| ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) Использовать существующие типовые решения и шаблоны при анализе входных данных | Умеет: <ul style="list-style-type: none">– решать основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка;– решать уравнения высшего порядка методом понижения порядка; |
| ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) Проведение наблюдений и измерений, составление их описаний и формулировка выводов | <ul style="list-style-type: none">– находить общее и частное решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида; |
| ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) Деятельность, направленная на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач, с использованием | <ul style="list-style-type: none">– используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями;– применять методы теории дифференциальных уравнений к доказательству теорем и решению задач. |

| Код и наименование индикатора* | Результаты обучения по дисциплине |
|--|---|
| фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук | <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – современными знаниями о дифференциальных уравнениях и приложениях этой теории; – основными понятиями курсов математический анализ и алгебра и теория чисел, относящихся к дифференциальным уравнениям – методами выбора и анализа математических моделей физических явлений; – навыками доказательства теорем о структуре общего решения линейных уравнений второго порядка. |
| ПК-1 Способен решать актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики | |
| <p>ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) Предметная область прикладной математики и информатики</p> <p>ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) Цели и задачи проводимых исследований и разработок, значимые задачи прикладной математики и информатики</p> <p>ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) Отечественный и международный опыт решения актуальных и значимых задач прикладной математики и информатики</p> <p>ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) Методы проведения экспериментов и наблюдений, обобщения и обработки информации при решении задач в области прикладной математики и информатики</p> <p>ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) Анализировать входные данные при решении задач в области прикладной математики и информатики</p> <p>ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) Проведение наблюдений и измерений, составление их описаний и формулировка выводов при анализе решений задач прикладной математики и информатики</p> <p>ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) Деятельность, направленная на решение задач актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач</p> | <p>Знает</p> <ul style="list-style-type: none"> – основные факты о дифференциальных уравнениях; – современный математический аппарат дифференциальных уравнений; – теоремы существования и единственности для системы линейных уравнений; – основные этапы составления дифференциальных уравнений по условию геометрической и естественно научной задачи <p>Умеет</p> <ul style="list-style-type: none"> – применять методы современного математического аппарата для решения задач в области технологических процессов и производств – уметь логически строго доказывать математические утверждения, классифицировать уравнения и выбирать соответствующие алгоритмы их решения; – точно и лаконично рассказывать или описывать решение задач, доказательство теорем, свойства рассматриваемых математических объектов; – используя полученные знания, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса (обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных). <p>Владеет</p> <ul style="list-style-type: none"> – методами теории дифференциальных уравнений для исследования и анализа математических моделей физических явлений; – базовыми идеями и методами теории дифференциальных уравнений, относящимся к дифференциальным уравнениям первого и второго порядков; – системой основных математических структур (пространство непрерывных функций) и аксиоматическим методом; – основными понятиями высшей математики, связанными с дифференциальными уравнениями и их приложениями. |

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

| Виды работ | Всего часов | Форма обучения | | |
|---|--------------------------------------|------------------|------------------|-------------|
| | | очная | | |
| | | 3 семестр (часы) | 4 семестр (часы) | |
| Контактная работа, в том числе: | | | | |
| Аудиторные занятия (всего): | | | | |
| занятия лекционного типа | 66 | 34 | 32 | |
| лабораторные занятия | 66 | 34 | 32 | |
| практические занятия | | | | |
| семинарские занятия | | | | |
| Иная контактная работа: | | | | |
| Контроль самостоятельной работы (КСР) | 10 | 6 | 4 | |
| Промежуточная аттестация (ИКР) | 1 | 0,5 | 0,5 | |
| Самостоятельная работа, в том числе: | | | | |
| Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.) | 60 | 20 | 40 | |
| Подготовка к текущему контролю | 40,6 | 13,8 | 26,8 | |
| Контроль: | | | | |
| Подготовка к экзамену | 80,4 | 35,7 | 44,7 | |
| Общая трудоемкость | час. | 324 | 144 | 180 |
| | в том числе контактная работа | 143 | 74,5 | 68,5 |
| | зач. ед | 9 | 4 | 5 |

2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре (очная форма)

| № | Наименование разделов (тем) | Количество часов | | | | |
|-----|--|------------------|-------------------|----|----|----------------------|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | Внеаудиторная работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1. | Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка. | 16 | 4 | | 8 | 4 |
| 2. | Геометрические и физические задачи. | 6 | | | 4 | 2 |
| 3. | Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений. | 5 | 3 | | | 2 |
| 4. | Свойства решений линейных однородных систем. | 8 | 5 | | | 3 |
| 5. | Уравнения, не разрешенные относительно производной. | 4 | | | 2 | 2 |
| 6. | Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы. | 5 | 3 | | | 2 |
| 7. | Разные уравнения первого порядка. | 12 | | | 8 | 4 |
| 8. | Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка. | 7 | 3 | | 2 | 2 |
| 9. | Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. | 11 | 4 | | 4 | 3 |
| 10. | Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | 10 | 4 | | 4 | 2 |
| 11. | Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов. | 6 | 4 | | | 2 |
| 12. | Зависимость решения от начальных значений и параметров. | 8 | 4 | | | 4 |

| | | | | | | |
|-----|---|-------|----|--|----|------|
| 15. | Обзор пройденного материала и прием зачета. | 3,8 | | | 2 | 1,8 |
| | <i>ИТОГО по разделам дисциплины</i> | 101,8 | 34 | | 34 | 33,8 |
| | Контроль самостоятельной работы (КСР) | 6 | | | | |
| | Промежуточная аттестация (ИКР) | 0,5 | | | | |
| | Подготовка к текущему контролю | 35,7 | | | | |
| | Общая трудоемкость по дисциплине | 144 | 34 | | 34 | 33,8 |

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 4 семестре (очная форма)

| № | Наименование разделов (тем) | Количество часов | | | | |
|----|---|------------------|-------------------|----|----|----------------------|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | Внеаудиторная работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1. | Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. | 17 | 4 | | 5 | 8 |
| 2. | Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | 14 | 3 | | 3 | 8 |
| 3. | Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. | 14 | 4 | | 2 | 8 |
| 4. | Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению. | 19 | 5 | | 6 | 8 |
| 5. | Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. | 15 | 3 | | 4 | 8 |
| 6. | Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений. | 13 | 3 | | 2 | 8 |
| 7. | Краевые задачи. | 19 | 6 | | 5 | 8 |
| 8. | Уравнения с частными производными первого порядка. | 15 | 4 | | 3 | 8 |
| 9. | Обзор пройденного материала и прием зачета. | 4,8 | | | 2 | 2,8 |
| | <i>ИТОГО по разделам дисциплины</i> | 130,8 | 32 | | 32 | 66,8 |
| | Контроль самостоятельной работы (КСР) | 4 | | | | |
| | Промежуточная аттестация (ИКР) | 0,5 | | | | |
| | Подготовка к текущему контролю | 44,7 | | | | |
| | Общая трудоемкость по дисциплине | 180 | 32 | | 32 | 66,8 |

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

| № | Наименование раздела (темы) | Содержание раздела (темы) | Форма текущего контроля |
|----|--|---|-------------------------|
| 1. | Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка. | Понятие дифференциального уравнения и его решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка. Лемма Гронуолла-Белмана. | Т |
| 2. | Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений. | Теоремы Пикара для одного дифференциального уравнения и систем. Теорема Пиано. Теорема о гладкости решения дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности для линейных систем. | Т |
| 3. | Свойства решений | Пять теорем о свойствах решений линейных однородных | Т |

| | | | |
|-----|--|---|---|
| | линейных однородных систем. | систем. Теорема Лиувилля для линейных систем. | |
| 4. | Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы. | Понятие фундаментальной матрицы и её свойств. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем. Утверждение о линейных неоднородных системах и следствие из него. | Т |
| 5. | Линейные дифференциальные уравнения n -ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n -ого порядка. | Эквивалентность уравнения n -ого порядка и системы. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n -ого порядка. Пять теорем о свойствах решений линейных однородных дифференциальных уравнений n -ого порядка. Теорема Лиувилля. Понижение порядка линейного однородного уравнения. | Т |
| 6. | Линейные однородные дифференциальные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. | Случай простых и кратных характеристических чисел для линейного однородного дифференциального уравнения n -ого порядка. Построение общего вещественного решения. Лемма о линейной независимости функции. | К |
| 7. | Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | Поиск частного решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами в нерезонансном, резонансном и вещественном случаях. | Т |
| 8. | Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов. | Две леммы о свойствах нулей решения дифференциальных уравнений. Следствие из них. Теорема сравнения Штурма. Замечание и четыре следствия из неё. Понятие решения дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. | Т |
| 9. | Зависимость решения от начальных значений и параметров. | Лемма Адамара. Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений от параметров. Следствие из неё. Получение задач для производных по параметру и начальным условиям. | Т |
| 10. | Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. | Вид общего решения однородной системы линейных дифференциальных уравнений в случае матрицы простой структуры и матрицы общего вида. Выделение вещественных решений. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения линейной однородной системы. | Т |
| 11. | Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | Поиск частного решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом неопределенных коэффициентов в нерезонансном, резонансном и вещественном случаях. | Т |
| 12. | Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы | Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости нулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Преобразование линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Две леммы и три теоремы об устойчивости нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с | К |

| | | | |
|-----|---|---|---|
| | дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. | постоянными коэффициентами. | |
| 13. | Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению. | Теорема Четаева о неустойчивости. Критерий Рауса-Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. | Т |
| 14. | Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. | Вид особой точки: узел, седло, фокус, центр. Случаи дикритического и вырожденного узла. | Т |
| 15. | Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений. | Теорема о поведении траектории вблизи фокуса. Понятие предельного цикла. Поведение траекторий вблизи предельного цикла. | Т |
| 16. | Краевые задачи. | Альтернатива Фредгольма и следствие из неё. Определение функции Грина. Теорема о существовании функции Грина. Свойства функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема о свойствах собственных значений и собственных функций. | Т |
| 17. | Уравнения с частными производными первого порядка. | Теоремы о решениях линейного однородного уравнения. Задача Коши и построение общего решения квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка. | Т |

2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

| № | Наименование лабораторных работ | Форма текущего контроля |
|----|--|---|
| 1 | 3 | 4 |
| 1. | Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 2. | Геометрические и физические задачи. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 3. | Однородные уравнения и приводящиеся к ним. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 4. | Линейные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли и Риккати. Методы их решения. | Проверка выполнения контрольной работы |
| 5. | Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним. Интегрирующий множитель. | Проверка выполнения лабораторной работы, проверка коллоквиума |
| 6. | Уравнения, не разрешенные относительно производной. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 7. | Разные уравнения первого порядка. | Проверка выполнения контрольной работы |
| 8. | Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы их решения. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 9. | Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. | Проверка выполнения лабораторной работы |

| | | |
|-----|---|--|
| 10. | Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 11. | Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных дифференциальных уравнений. | Проверка выполнения контрольной работы |
| 12. | Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Леувилля. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 13. | Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 14. | Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 15. | Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем. | Проверка выполнения контрольной работы, проверка коллоквиума |
| 16. | Устойчивость. Исследование на устойчивость по первому приближению. Исследование на устойчивость с помощью функций Ляпунова. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 17. | Положение равновесия. Исследование на устойчивость нулевого решения. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 18. | Особые точки. Исследование особой точки. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 19. | Фазовая плоскость. Фазовое пространство. Автономные системы и траектории. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 20. | Красевые задачи. Функция Грина. | Проверка выполнения лабораторной работы |
| 21. | Уравнения с частными производными первого порядка. | Проверка выполнения контрольной работы |

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

| № | Вид СРС | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы |
|---|---|---|
| 1 | Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.) | Методические указания по организации самостоятельной работы по дисциплине «Дифференциальные уравнения», утвержденные кафедрой прикладной математики, протокол №7 от 18.04.2018 г. |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематические обзоры дифференциальных уравнений.

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в традиционных аудиториях. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

18. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме опроса, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену, зачету.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

| № п/п | Код и наименование индикатора | Результаты обучения | Наименование оценочного средства | |
|-------|--|---|--|--------------------------|
| | | | Текущий контроль | Промежуточная аттестация |
| 1 | Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме | Вопрос на экзамене 1-3 |
| 2 | Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 4-7 |

| | | | | |
|---|--|---|--|--------------------------|
| | | ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | | |
| 3 | Свойства решений линейных однородных систем. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 8-10 |
| 4 | Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 11-12 |
| 5 | Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 13-17 |
| 6 | Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме | Вопрос на экзамене 18-20 |
| 7 | Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме | Вопрос на экзамене 21-23 |

| | | | | |
|----|---|---|--|--------------------------|
| 8 | Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 24-27 |
| 9 | Зависимость решения от начальных значений и параметров. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 28-30 |
| 10 | Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме | Вопрос на экзамене 31-33 |
| 11 | Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме | Вопрос на экзамене 34-35 |
| 12 | Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 36-38 |
| 13 | Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) | Устный опрос, проверка самостоятельной | Вопрос на экзамене 39-41 |

| | | | | |
|----|---|---|--|--------------------------|
| | первому приближению. | ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | неаудиторной работы | |
| 14 | Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 42-45 |
| 15 | Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 46-48 |
| 16 | Краевые задачи. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 49-52 |
| 17 | Уравнения с частными производными первого порядка. | ИОПК-1.1. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИОПК-1.2. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИОПК-1.4. (06.016 А/30.6 У.1) ИОПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИОПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) ИПК-1.2. (06.016 А/30.6 Зн.3) ИПК-1.3. (40.001 А/02.5 Зн.1) ИПК-1.4. (40.001 А/02.5 Зн.2) ИПК-1.5. (40.001 А/02.5 Зн.4) ИПК-1.6. (06.016 А/30.6 У.1) ИПК-1.7. (40.001 А/02.5 Тд.2) ИПК-1.8. (40.001 А/02.5 Др.2 Тд.) | Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы | Вопрос на экзамене 53-55 |

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы для семинаров, коллоквиумов, собеседования

БИЛЕТ 1

1. Теорема существования и единственности для линейных систем.
2. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем.
3. Задача. Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 2

1. Простейшие классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 1, 2, 3).
3. Задача. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 3

1. Утверждение о представлении решения неоднородной системы, следствие.
2. Лемма о линейной независимости функций вида $x^k e^{\lambda_j x}$.
3. Задача. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

БИЛЕТ 4

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n -ого порядка.
2. Поиск частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами (резонансный случай).
3. Задача. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 5

1. Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений.
2. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения.
3. Задача. Линейные уравнения первого порядка.

Комплект заданий для контрольной работы

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Задание: Определить тип и решить каждое дифференциальное уравнение первого порядка.

Вариант 1

1. $(2t + 3x - 1)dt = (5 - 4t - 6x)dx$;
2. $xy' = e^y + 2y'$;
3. $dy + (xy - xy^3)dx = 0$;
4. $x^2y' - 2xy = 3y$;
5. $y' - 1 = e^{x+2y}$.

Вариант 2

1. $y \sin x + y' \cos x = 1$;
2. $2x^3 + y = xy'$;
3. $x(x - 1)y' + 2xy = 1$;
4. $y' - 1 = \frac{y}{x(x+1)}$;
5. $xy' - 2y = -2x^2$.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Задание: Решить уравнение.

Вариант 1

1. $xyy' - xy'^2 - yy' = 0$;
2. $xy^{(5)} - y^{(4)} = 0$;
3. $y^{(4)} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0$;
4. $y^{(5)} + 8y''' + 16y' = 0$;
5. $y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$;
6. $y'' + 4y' + 3y = \cos x$;
7. $y'' + y = \operatorname{tg} x$;
8. $y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x}$;
9. $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$;
10. $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Вариант 2

1. $y''' - 7y'' + 16y' - 12y = 0$;
2. $y^{(4)} + 4y''' + 8y'' + 16y' + 16y = 0$;
3. $y''^2 = 4(y' - 1)$;
4. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$;
5. $y''' + y' = \frac{1}{\cos x}$;
6. $y''' + y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$;
7. $y'' - 4y' + 3y = \sin x$;
8. $y'' - 5y' + 6y = \sin 2x$;
9. $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$;
10. $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений.

Задание: Решить систему уравнений.

Вариант 1

1.
$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4x + 4y, \\ z' = -2x + y + 2z. \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x' = 2x + 6y - 15z, \\ y' = x + y - 5z, \\ z' = x + 2y - 6z. \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} x' = -x - 2y + 2e^t, \\ y' = -2x + 2y + 5e^t. \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} x' = 4x + 2y, \\ y' = -x + y + 2e^t. \end{cases}$$

Вариант 2

1.
$$\begin{cases} x' = 9x - 6y - 2z, \\ y' = 18x - 12y - 3z, \\ z' = 18x - 9y - 6z. \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x' = 4x + 6y - 15z, \\ y' = x + 3y - 5z, \\ z' = x + 2y - 4z. \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} x' = -x + 3y, \\ y' = -x + 3y + e^{-t}. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 4x + y - e^{-2t}, \\ y' = -5x - 2y. \end{cases}$$

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель).

2. Линейные уравнения 1-ого порядка.

3. Лемма Гронуолла – Белмана.

4. Теорема о существовании и единственности решения (Пикара) для одного дифференциального уравнения.

5. Теорема Пиано (без доказательства). Теорема о гладкости решения дифференциального уравнения.

6. Теорема Пикара для систем.

7. Теорема существования и единственности для линейных систем.

8. Свойства решений линейных однородных систем. (Теоремы 1,2,3).

9. Свойства решений линейных однородных систем. (Теоремы 4,5).

10. Теорема Лиувилля для линейных систем.

11. Фундаментальная матрица и её свойства.

12. Линейные неоднородные системы. Утверждение и следствие. Метод вариации произвольных постоянных.

13. Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Эквивалентность уравнения n-ого порядка и системы. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-ого порядка.

14. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Теоремы 1,2,3.

15. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Теоремы 4,5.

16. Теорема Лиувилля. Понижение порядка линейного однородного уравнения.

17. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.

18. Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами, случай простых характеристических чисел. Построение общего вещественного решения.

19. Лемма о линейной независимости функций вида $x^k e^{\lambda mx}$.

20. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами, случай кратных характеристических чисел.

21. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в нерезонансном случае.

22. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в резонансном случае.

23. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в вещественном случае.

24. Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Лемма 1,2. Следствие.

25. Теорема сравнения Штурма. Замечания.

26. Следствия 1,2,3,4.

27. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

28. Зависимость решения от начальных значений и параметров. Лемма Адамара.
29. Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений от параметров.
30. Следствие из теоремы о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений. Получение задач для производных по параметру и начальным условиям.
31. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Вид общего решения в случае матрицы простой структуры. Выделение вещественного решения.
32. Вид общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений в случае матрицы общего вида. Выделение вещественных решений.
33. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения линейной однородной системы.
34. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (нерезонансный случай).
35. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (резонансный случай). Вещественный случай.
36. Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости ненулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Геометрическая интерпретация. Преобразование линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
37. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Леммы 1,2.
38. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теоремы 1,2,3. Замечание.
39. Лемма Ляпунова.
40. Теорема Четаева о неустойчивости. Критерий Рауса-Гурвица (без доказательства).
41. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
42. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (узел, седло).
43. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (фокус, центр).
44. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (дискритический узел; $\{\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0\}$).
45. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденный узел; $\{\lambda_1 = \lambda_2 = 0\}$).
46. невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Теорема о поведении траекторий вблизи фокуса.
47. невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Узел, седло (без доказательства). Понятие предельного цикла. Поведение траекторий вблизи предельного цикла.
48. Устойчивость периодических решений.
49. Краевые задачи. Альтернатива Фредгольма. Следствия.
50. Определение функции Грина. Теорема о существовании функции Грина. Свойства функции Грина.
51. Утверждение о функции $\tilde{G}(t, s)$, удовлетворяющей условиям 1,2,3.

52. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема о свойствах собственных значений и собственных функций.

53. Уравнения с частными производными первого порядка. Теоремы о решениях линейного однородного уравнения.

54. Построение общего решения квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.

55. Задача Коши для линейного и квазилинейного уравнений с частными производными первого порядка.

Критерии оценивания результатов обучения

| Оценка | Критерии оценивания по экзамену |
|---|--|
| Высокий уровень «5» (отлично) | оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы. |
| Средний уровень «4» (хорошо) | оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки. |
| Пороговый уровень «3» (удовлетворительно) | оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы. |
| Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно) | оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы. |

Критерии оценивания по зачету:

«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, допускает незначительные ошибки, справляется с материалом без видимых затруднений; студент умеет правильно объяснять материал, подкрепляя его примерами, и, применяя полученные знания при решении практических задач.

«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры, решает задачи с видимыми затруднениями; довольно ограниченный объем знаний теоретического материала.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление

информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий

5.1. Учебная литература

1. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений : учебник для студентов вузов по группе физико-математических направлений и специальностей / А. Ф. Филиппов. - Изд. стер. - Москва : URSS : [ЛЕНАНД], 2015. - 239 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236.
2. Филиппов, Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [учебное пособие] / А. Ф. Филиппов. - Изд. 4-е. - Москва : URSS : [Книжный дом "ЛИБРОКОМ"], 2011. - 237 с. : ил. - (Классический учебник МГУ).
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению : учебное пособие / под ред. Романко В.К. - Москва : Лаборатория знаний, 2015. - 222 с. - <https://e.lanbook.com/book/70710>.
4. Петровский, Иван Георгиевич. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учебник для механико-мат. фак. ун-тов / И. Г. Петровский. - Изд. 6-е, стер. - М. : [Едиториал УРСС], 2003. - 272 с.
5. Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 320 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/96873>
6. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 400 с. - <https://e.lanbook.com/book/537>.

5.2. Периодическая литература

Не используется.

5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» www.biblioclub.ru
3. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

Профессиональные базы данных:

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>

3. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
4. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
5. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
6. zbMath <https://zbmath.org/>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

Ресурсы свободного доступа:

1. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
2. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
4. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
6. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
7. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;

Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием дифференциальных уравнений и освоиться в решении практических задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;
- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

| Наименование специальных помещений | Оснащенность специальных помещений | Перечень лицензионного программного обеспечения |
|---|------------------------------------|---|
| Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа | Мебель: учебная мебель | Программное обеспечение не предусмотрено |
| Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации | Мебель: учебная мебель | Программное обеспечение не предусмотрено |

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

| Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся | Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся | Перечень лицензионного программного обеспечения |
|---|--|---|
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки) | Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi) | Программное обеспечение не предусмотрено |
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.102а) | Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет | Программное обеспечение не предусмотрено |

| | | |
|--|--|--|
| | (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi) | |
|--|--|--|