

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – проректор

Г. А. Хагуров

подпись

«28» мая 2021 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.В.ДВ.08.02 МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ В ТЕОРИИ БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Алгебра, теория чисел и дискретный анализ

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составили:

Титов Г.Н., канд. физ.-мат. наук, доцент

  
\_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 9 от «13» апреля 2021 г. Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

  
\_\_\_\_\_

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «12» мая 2021 г, протокол № 3.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.

  
\_\_\_\_\_

Рецензенты:

Терещенко И.В., заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

Гайдено С.В., заведующий кафедрой вычислительной математики и информатики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель дисциплины

Цель освоения дисциплины – дальнейшее формирование у студентов приобретенных на первых трех курсах знаний по алгебре и ее приложениям.

### 1.2 Задачи дисциплины

Задачи освоения дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений»:

- получение базовых теоретических сведений по порядковым системам (частично упорядоченным множествам и т. п.) с применением матричного анализа этих систем;
- развитие познавательной деятельности;
- приобретение практических навыков работы с понятиями дискретной математики.

При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач теории бинарных отношений. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, а также для продолжения обучения в магистратуре по соответствующему направлению подготовки.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Матричный анализ в теории бинарных отношений» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана и является дисциплиной по выбору студента.

Курс «Матричный анализ в теории бинарных отношений» продолжает начатое в предшествующих семи семестрах алгебраическое образование студентов соответствующего направления подготовки. Знания, полученные в этом курсе, могут быть использованы в дискретной математике, теории чисел, методах оптимизации. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках программы курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра» (1 – 4 семестры), одного из курсов «Элементы комбинаторной теории групп» или «Конечные группоиды и их представления» (5-й семестр), также знаниями одного из курсов «Решетки и их применения в алгебре» или «Структурные вопросы теории групп» (7-й семестр).

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной дисциплины направлено на получение необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего успешного изучения всех дисциплин высшей математики, с формированием следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ПК-1, ПК-5.

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1</b> Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	
ИПК-1.1.	Знает основные понятия, концепции курса Умеет реализовывать на компьютере некоторые алгоритмы, предложенные в курсе «Матричный анализ в теории бинарных отношений» Обладает навыками применения некоторых мето-

Код и наименование индикатора* достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
	дов исследований, используемых в комбинаторных теориях алгебраических систем с одной бинарной операцией
<b>ПК-5</b> Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	
ИПК-5.3. Применяет в профессиональной деятельности методику исследования и создания новых моделей, методов и технологий в математике, механике и естественных науках	Знает формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства
	Умеет классифицировать порядковые системы, использовать в научной работе приобретенные знания
	Владеет методами исследований, используемыми в комбинаторных теориях алгебраических систем с одной бинарной операцией.

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы (72 часа). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Виды работ	Все го ча- сов	Форма обучения
		очная
		8 семестр (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>		
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
занятия лекционного типа	10	10
лабораторные занятия	20	20
<b>Иная контактная работа:</b>		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>37,8</b>	<b>37,8</b>
Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, коллоквиумам и т.д.)	20	20
Подготовка к текущему контролю	17,8	17,8
<b>Контроль:</b>		
Подготовка к экзамену		
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>72</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>37,8</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>2</b>

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в **восьмом** семестре:

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1.	Бинарные отношения и их матрицы	34	4		10	20
2.	Изоморфизмы и автоморфизмы бинарных отношений в матричной терминологии	31,8	6		10	17,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	<b>67,8</b>	<b>10</b>		<b>20</b>	<b>37,8</b>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Подготовка к контролю					
	Общая трудоемкость по дисциплине	72				

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Бинарные отношения и их матрицы	Бинарные отношения на множестве, их виды. Матрица бинарного отношения. Свойства бинарных отношений в матричной терминологии. Отношение эквивалентности, основная теорема. Матрица отношения эквивалентности. Количество отношений эквивалентности на заданном конечном множестве. Отношение частичного порядка, грани подмножеств. Диаграмма конечного частично упорядоченного множества. Матрица отношения частичного порядка. Алгоритм определения по матрице бинарного отношения является ли оно частичным порядком. Алгоритм определения по матрице частичного порядка на множестве является ли это множество решеткой. Алгоритм определения дистрибутивности или модулярности решетки, заданной матрицей частичного порядка.	Проверка домашнего задания, реферативный доклад, контрольная работа
2	Изоморфизмы и автоморфизмы бинарных отношений в матричной терминологии	Изоморфизм бинарных отношений (множеств с бинарными отношениями на них). Критерий изоморфизма	Проверка домашнего задания, реферативный доклад

нологии

ма в матричной терминологии. Автоморфизм бинарного отношения (множества с бинарным отношением на нем), критерий автоморфизма в матричной терминологии. Группа автоморфизмов бинарного отношения. Теорема о числе бинарных отношений на данном конечном множестве, изоморфных данному отношению. Алгоритм перечисления элементов группы автоморфизмов данного бинарного отношения. Алгоритм описания бинарных отношений на данном множестве, изоморфных данному отношению. Представление частично упорядоченного множества подмножествами фиксированного множества. Триангулируемость матрицы частичного порядка. Понятие о подходящей перестановке к частичному порядку. Алгоритм Кислицина нахождения числа подходящих перестановок к данному частичному порядку. Алгоритм описания подходящих перестановок к данному частичному порядку.

ный доклад, контрольная работа, зачет

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)** курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 13.04.2021 г.</i>
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 13.04.2021 г.</i>
3	Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 13.04.2021 г.</i>
4	Промежуточная аттестация (зачет)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от</i>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

### **3. Образовательные технологии.**

Активные и интерактивные формы, лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, реферативные доклады (по некоторым темам в виде презентации) и зачет. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. Проводятся две контрольные работы (каждая продолжительностью в 1 акад. час) по темам разделов 1-2. Каждый студент готовит реферативный доклад по одной из приведенных ниже в пункте 6.4 тем. Зачет выставляется после выполнения определенного количества (практических и теоретических) заданий контрольных работ и отчета по реферативному докладу. В случае невыполнения какого-то из приведенных требований, студенту для сдачи зачета предлагаются, по усмотрению преподавателя некоторые практические и теоретические задания, подобные предложенным ниже в пунктах 6.1 и 6.2.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Матричный анализ в теории бинарных отношений» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала на занятиях в ходе дискуссий, а также на лабораторных занятиях в ходе изложения студентами реферативных докладов (возможно в виде презентации).

#### **Дискуссия**

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, реферативно-творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.
5. Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания соответствующего материала.

#### **Использование компьютерных технологий**

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса более глубоко освоить соответствующие понятия. В этой связи определенные лекционные и лабораторные занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в виде презентации в соответствии с темой лабораторного занятия студенты могут излагать подготовленные ими некоторые свои реферативные доклады.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Контрольные работы и реферативные доклады оцениваются по пятибалльной системе. Зачет оценивается по системе: зачтено, не зачтено. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам и к зачету. Такой вид СРС контролируется в ходе проверки домашних заданий, заданий контрольных работ и в ходе зачета. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам реферативных докладов, указанных ниже в пункте 6.4. Контроль осуществляется во время консультаций (вызывных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

##### **Виды самостоятельной работы**

Обязательными при изучении дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы (п. 7.1);
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий (п. 7.2);
- подготовка к контрольным работам (п. 7.3);
- подготовка к реферативному докладу (п. 7.4);
- подготовка к зачету (п. 7.5).

##### **Список теоретических вопросов (для контрольных работ и зачета)**

1. Бинарные отношения на множестве, возможные свойства.
2. Виды бинарных отношений на множестве и примеры.
3. Матрица бинарного отношения. Изменение матрицы при переупорядочивании элементов множества.
4. Свойства бинарных отношений в матричной терминологии.
5. Отношение эквивалентности, основная теорема. Матрица отношения эквивалентности.
6. Число отношений эквивалентности на данном конечном множестве.
7. Грани подмножеств частично упорядоченного множества.
8. Диаграмма частично упорядоченного множества, изменение диаграммы при переупорядочивании элементов.
9. Алгоритм определения по матрице бинарного отношения является ли оно ча-



стичным порядком.

10. Алгоритм определения по матрице частичного порядка на множестве является ли это множество решеткой.
11. Изоморфизм бинарных отношений. Критерий изоморфизма бинарных отношений на конечном множестве.
12. Группа автоморфизмов бинарного отношения.
13. Теорема о числе бинарных отношений на данном конечном множестве, изоморфных данному отношению.
14. Представление частично упорядоченного множества подмножествами фиксированного множества.
15. Теорема о триангулируемости матрицы частичного порядка на конечном множестве.
16. Понятие о подходящей перестановке к данному частичному порядку. Примеры построения подходящих перестановок.
17. Алгоритм Кислицина нахождения числа подходящих перестановок к данному частичному порядку.
18. Алгоритм описания подходящих перестановок к данному частичному порядку.

#### Список типовых практических заданий

(для лабораторных занятий, контрольных работ и зачета)

1. Приведите примеры бинарных отношений на множестве  $N_5 = \{1;2;3;4;5\}$ , которые являются отношением эквивалентности, отношением линейного порядка и отношением частичного, но не линейного порядка.
2. На упорядоченном множестве  $N_{10} = \{1;2;...;10\}$  задано бинарное отношение  $\rho$  по правилу  $x\rho y \Leftrightarrow x \geq y \forall x, y \in N_{10}$ . Докажите, что  $\rho$  является отношением линейного порядка и постройте его матрицу.
3. На упорядоченном множестве  $N_{12} = \{1;2;...;12\}$  задано бинарное отношение  $\rho$  по правилу  $x\rho y \Leftrightarrow x \leq y \forall x, y \in N_{12}$ . Докажите, что  $\rho$  является отношением частичного порядка и постройте его матрицу.
4. На упорядоченном множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$  определено бинарное отношение  $\rho$ . Постройте его матрицу и по ней определите, является ли  $\langle N_4; \rho \rangle$  частичным порядком, где:  
а)  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (1;2), (3;4), (3;2), (4;2)\}$ ;  
б)  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (1;2), (3;4), (3;2), (4;2), (3;1)\}$ .
5. Бинарное отношение  $\rho$  на упорядоченном множестве  $N_3 = \{1;2;3\}$  имеет матрицу  $A$

одного из следующих видов: а)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ; в)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

Укажите те свойства из (1) – (5), которым удовлетворяет отношение  $\rho$ : (1) рефлексивность; (2) симметричность; (3) антисимметричность; (4) транзитивность; (5) линейная упорядоченность.

6. Сконструируйте биекцию множества бинарных отношений на множестве  $N_n = \{1;2;...;n\}$  на множество квадратных матриц порядка  $n$ , каждая компонента которых равна нулю либо единице.
7. Покажите, что число бинарных отношений на множестве  $N_n = \{1;2;...;n\}$  равно  $2^n$ .

8. Бинарное отношение  $\rho$  на упорядоченном множестве  $X = \{1;2;3;4\}$  имеет матрицу  $A$ . Определите вид матрицы этого отношения  $\rho$  на упорядоченном множестве

$$Y = \{2;4;1;3\}, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Покажите, что бинарное отношение  $\rho$  на упорядоченном множестве  $X = \{1;2;3;4\}$  с

$$\text{матрицей } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ является отношением эквивалентности. Укажите пере-}$$

упорядочение множества  $X$ , при котором матрица  $\rho$  примет блочно диагональный вид.

10. Определите число отношений эквивалентности на неупорядоченном множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$ .

11. Бинарное отношение  $\rho$  на упорядоченном множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$  имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ А) Докажите, что } \rho \text{ является частичным порядком на множестве}$$

$N_4$ . Б) Постройте диаграмму частично упорядоченного множества  $\langle N_4; \rho \rangle$ . В) Покажите, что  $\langle N_4; \rho \rangle$  не является решеткой.

12. Бинарное отношение  $\rho$  на упорядоченном множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$  имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Покажите, что } \rho \text{ является частичным порядком на } N_4 \text{ и пред-}$$

ставьте частично упорядоченное множество  $\langle N_4; \rho \rangle$  подмножествами множества  $N_4$ .

13. На упорядоченном множестве  $N_3 = \{1;2;3\}$  найдите матрицы всех бинарных отношений, изоморфных отношению  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (1;2), (3;1)\}$ .

14. Опишите все верхнетреугольные матрицы, являющиеся матрицами частичных порядков на упорядоченном множестве  $N_3 = \{1;2;3\}$ .

15. Учитывая описание в задании 11, ответьте на вопрос: сколько существует попарно неизоморфных частичных порядков на множестве из трех элементов? Ответ обоснуйте.

16. Постройте группу автоморфизмов бинарного отношения  $\rho$ , которое на упорядочен-

$$\text{ном множестве } N_4 = \{1;2;3;4\} \text{ имеет матрицу } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

17. Постройте группу автоморфизмов бинарного отношения  $\rho$  на множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$ , если  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (2;1), (4;3)\}$ . Сколько существует бинарных отношений на множестве  $N_4$ , изоморфных отношению  $\rho$ ?

18. Известно, что  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  является матрицей некоторого частичного порядка

на упорядоченном множестве  $N_4$ . Триангулируйте матрицу  $A$  (укажите подстановку из группы  $S_4$ , при действии которой на  $A$  получается верхнетреугольная матрица).

19. Покажите, что  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (2;1), (2;3), (3;1), (4;1), (4;3)\}$  является частичным порядком на множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$  и укажите все подходящие перестановки 4-й степени к этому частичному порядку

20. А) Покажите, что бинарное отношение  $\rho$ , которое на упорядоченном множестве

$$N_5 = \{1;2;3;4;5\} \text{ имеет матрицу } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ является частичным порядком. Б)}$$

Постройте диаграмму частично упорядоченного множества  $\langle N_5; \rho \rangle$ . В) Используя алгоритм Кислицина, определите число перестановок 5-й степени, подходящих к отношению  $\rho$ .

### Примерные контрольные работы

#### Контрольная работа № 1

- На упорядоченном множестве  $N_9 = \{1;2;\dots;9\}$  задано бинарное отношение  $\rho$  по правилу  $x\rho y \Leftrightarrow x \mid y \forall x, y \in N_9$ . Докажите, что  $\rho$  является отношением частичного порядка и постройте его матрицу.
- Бинарное отношение  $\eta$  на упорядоченном множестве  $N_3 = \{1;2;3\}$  имеет матрицу

$$\text{следующего вида } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Среди пяти свойств ((1) рефлексивность; (2) сим-$$

метричность; (3) антисимметричность; (4) транзитивность и (5) линейная упорядоченность) укажите те, которым удовлетворяет отношение  $\eta$ .

- Изобразите диаграмму частичного порядка  $\rho$  из задания 1 и укажите все нижние и верхние грани подмножества  $\{4;6\}$ . Является ли  $\langle N_9; \rho \rangle$  решеткой?
- Число отношений эквивалентности на данном конечном множестве (теория).

#### Контрольная работа №2

- На упорядоченном множестве  $N_3 = \{1;2;3\}$  найдите матрицы всех бинарных отношений, изоморфных отношению  $\rho = \{(1;1), (2;2), (1;2), (3;2), (3;1)\}$ .

2. Постройте группу автоморфизмов бинарного отношения  $\eta$ , которое на упорядо-

ченном множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Сколько существует бинарных отношений на множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$ , которые изоморфны бинарному отношению  $\eta$  из задания 2?

4. Алгоритм Кислицина подсчета числа подходящих перестановок к данному частичному порядку, заданному своей диаграммой (теория).

#### Примерные темы реферативных докладов

1. Бинарные отношения на одном и на двух множествах, примеры и свойства.
2. Алгоритм определения по матрице бинарного отношения является ли оно частичным порядком (построение блок схемы).
3. Алгоритм определения по матрице частичного порядка на множестве является ли это множество решеткой (текстовое описание).
4. Алгоритм определения дистрибутивности решетки, заданной матрицей частичного порядка (построение блок схемы).
5. Алгоритм определения модулярности решетки, заданной матрицей частичного порядка (построение блок схемы).
6. Описание с точностью до изоморфизма всех частичных порядков множества  $N_3 = \{1;2;3\}$ .
7. Построение бинарных отношений на конечных множествах с заданной группой автоморфизмов.
8. Матрицы частичного порядка конечных дистрибутивных решеток.
9. Алгоритм отыскания всех подходящих перестановок к частичному порядку, заданному своей матрицей.

Вопрос существования линейно упорядочиваемых бинарных отношений

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **Критерии оценивания по промежуточной аттестации**

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

### **5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **5.1 Основная литература:**

1. Каргаполов, М.И. Основы теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/177> .
2. Мальцев, И.А. Дискретная математика [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/638> .
3. Сачков, В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики / В.Н. Сачков. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : МЦНМО, 2004. - 424 с. - ISBN 5-94057-116-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=61989>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

#### **5.2. Периодическая литература**

1. Базы данных компании «Ист Вью» <http://dlib.eastview.com>
2. Электронная библиотека GREBENNIKON.RU <https://grebennikon.ru/>

#### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

##### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
5. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

##### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. Полнотекстовые архивы ведущих западных научных журналов на Российской платформе научных журналов НЭИКОН <http://archive.neicon.ru>
7. Национальная электронная библиотека (доступ к Электронной библиотеке диссертаций Российской государственной библиотеки (РГБ) <https://rusneb.ru/>
8. Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина <https://www.prilib.ru/>

9. Электронная коллекция Оксфордского Российского Фонда <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kubanstate/home.action>
10. Springer Journals <https://link.springer.com/>
11. Nature Journals <https://www.nature.com/siteindex/index.html>
12. Springer Nature Protocols and Methods <https://experiments.springernature.com/sources/springer-protocols>
13. Springer Materials <http://materials.springer.com/>
14. zbMath <https://zbmath.org/>
15. Nano Database <https://nano.nature.com/>
16. Springer eBooks: <https://link.springer.com/>
17. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
18. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### **Информационные справочные системы:**

1. Консультант Плюс - справочная правовая система (доступ по локальной сети с компьютеров библиотеки)

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. Американская патентная база данных <http://www.uspto.gov/patft/>
2. Полные тексты канадских диссертаций <http://www.nlc-bnc.ca/thesescanada/>
3. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
4. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://www.minobrnauki.gov.ru/>;
5. Федеральный портал "Российское образование" <http://www.edu.ru/>;
6. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
7. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/> .
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>);
9. Словари и энциклопедии <http://dic.academic.ru/>;
10. Образовательный портал "Учеба" <http://www.ucheba.com/>;

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>

### **6 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

#### **6.1. Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала**

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы в ходе контрольных работ и на зачете студентам достаточно использовать материал лекций и учебных пособий из списка литературы. Для изучения теоретического материала, необходимого для подготовки реферативного доклада, кроме основных источников литературы возможно использование дополнительных источников и Интернет-ресурса. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

#### **6.2. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов для выполнения практических заданий лабораторных занятий**

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретико-практический материал, имеющийся в источниках из списка основной литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

### **6.3. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ**

В течение семестра проводятся две контрольные работы, каждая из которых длится 45 минут и состоит из трех практических и одного теоретического задания. Тематика трех контрольных работ соответствует тематике двух содержательных разделов дисциплины (пункт 4.1). Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, высокая оценка ставится при получении не менее 16 баллов, нижний порог успешности составляет 7 баллов. Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе лабораторных занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющих в пособиях из списка литературы. Выше в пункте 6.2 приведен список заданий, который включает в себя все типы практических заданий контрольных работ.

### **6.4. Методические рекомендации к самостоятельной подготовке студентов к реферативному докладу**

Каждый студент должен подготовить в течение семестра реферативный доклад по одной из тем, предназначенной для самостоятельного изучения. Для подготовки доклада желательно кроме основных источников литературы использовать дополнительные источники, а также Интернет-ресурс. Доклад может быть представлен студентом на лабораторном занятии, возможно, в виде презентации, если тема занятия соответствует теме доклада. Также студент может представить отчет о подготовке реферативного доклада в письменной форме в конце семестра. Оформление письменного отчета должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А 4; б) на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) содержание материала по объему составляет 4-5 страниц; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно, из списка литературы в пункте 7).

### **6.5. Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к зачету**

Согласно учебному плану дисциплины «Конечные группоиды и их представления» итоговой формой контроля является зачет. Для сдачи зачета студент должен научиться на лабораторных занятиях решать практические задания по темам разделов 1-3 (табл. 4.1), выполнять домашние задания, а также успешно выполнить три контрольные работы. Типы практических заданий на зачет соответствуют заданиям из пункта 6.2. Также на зачете студентам предлагаются и теоретические задания, состоящие в письменном ответе на один из вопросов, приведенных в пункте 6.1. Количество практических и теоретических заданий зависит от активности и результативности работы студента в течение семестра. Если при условии хорошей посещаемости и активной работы на занятиях студент по трем контрольным работам и реферативному докладу заслужил высокие оценки, то он автоматически получает зачет.

## **7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

По всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины используются аудитории, кабинеты и лаборатории, оснащенные необходимым специализированным и лабораторным оборудованием.

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для проведения лабораторных работ.	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса
Учебные аудитории для выполнения курсовых работ	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса MATLAB Wavelet Toolbox WolframResearch Mathematica MapleSoft Maple 18 PTC Mathcad

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса



<p>Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ауд.314)</p>	<p>Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)</p>	<p>Microsoft Windows 8, 10 Microsoft Office Professional Plus Kaspersky Endpoint Security для бизнеса MATLAB Wavelet Toolbox WolframResearch Mathematica MapleSoft Maple 18 PTC Mathcad</p>
---	---	---

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» для направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль):

«Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук  
Титовым Г.Н.

Рабочая программа дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии: оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины; материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» соответствует учебному плану по направлению направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль): «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», а также соответствует ФГОС ВО по указанному направлению подготовки.

Курс «Матричный анализ в теории бинарных отношений» является одним из завершающих курсов для профиля «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», читается он в последнем семестре бакалавриата по направлению «Математика и компьютерные науки». Базируется этот курс на знаниях, приобретенных студентами в течение семи семестров при изучении курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра» (1 – 4 семестры), курса по выбору студентов «Элементы комбинаторной теории групп» или «Конечные группоиды и их представления» (5-й семестр), курса по выбору «Дискретная оптимизация» или «Арифметические свойства колец» (6-й семестр), а также еще одного из курсов по выбору студентов «Решетки и их применения в алгебре» или «Структурные вопросы теории групп» (7-й семестр).

Распределение видов учебной работы в программе дисциплины по содержательным разделам позволяет оптимально сочетать лекционные и лабораторные занятия, проводимые для усвоения студентами основных понятий теории бинарных отношений: бинарные отношения их матрицы, изоморфизмы и автоморфизмы бинарных отношений в матричной терминологии. При освоении дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» вырабатывается математическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач дискретной математики, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые студентами знания по дисциплине лежат в основе математического образования, они необходимы не только для обучения по профилю «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», но и для более глубокого понимания других курсов математики и компьютерных наук, которые выпускник со степенью бакалавра может в будущем изучать в магистратуре по соответствующему направлению подготовки.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рабочая программа дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль): «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

И.В. Терещенко  
20 г.



## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» для направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль): «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» включает в себя структурные части, необходимые для документации такого рода: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов; учебно-методическое обеспечение; материально-техническое обеспечение дисциплины.

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний, умений и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Содержание разделов, их разделение по видам занятий, и трудоемкость в часах отвечают требовательности и целесообразности. Логика построения программы обеспечивает лаконичность изложения, необходимую при ограниченном времени, отводимом учебным планом. Овладение практическими навыками и умениями обеспечивается лабораторными занятиями. В программе сформулированы темы самостоятельной внеаудиторной работы, примеры заданий для контрольных работ, зачета, перечень основной и дополнительной литературы, доступной для обучающихся.

Название и содержание рабочей программы дисциплины «Матричный анализ в теории бинарных отношений» соответствует учебному плану по направлению направления 02.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль): «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», а также соответствует ФГОС ВО по указанному направлению подготовки.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Матричный анализ в теории бинарных отношений» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль): «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Заведующий кафедрой вычислительной  
математики и информатики  
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный  
университет», кандидат физико-  
математических наук, доцент



Гайденко С.В.