

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе и
инновациям

М.В. Шарафан

2021 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.В.ДВ.02.02 Квазиконформные отображения.
Современное состояние теории**

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Профиль: 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Форма обучения: очная

Квалификация: Исследователь. Преподаватель-исследователь

Краснодар 2021

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины

Цель лекционного курса - освоение геометрических и аналитических методов исследования плоских квазиконформных отображений по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

1.2 Задачи дисциплины

- формирование знания о характеристиках геометрической природы S^1 - квазиконформных отображений, как естественного обобщения квазиконформных отображений; понимания природы 1-квазиконформных отображений;
- сформировать знания о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них;
- сформировать знания о квазиконформных отображениях римановых поверхностей,
- сформировать знания о неоднолистных отображениях, осуществляемых решениями нелинейных систем.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Квазиконформные отображения. Современное состояние теории» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Программа рассчитана на аспирантов, прослушавших курс «приложения теории римановых поверхностей и нелинейных уравнений математической физики», а также математического анализа, включающий дифференциальное и интегральное исчисление, и курсы линейной алгебры.

Знания, полученные в этом курсе, необходимы для проведения научно-исследовательской работы и успешной сдачи государственной итоговой аттестации.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций (ПК):

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|--|--|---|--|
| | | | знать | уметь | владеть |
| 1. | ПК-2 | Готовность к постановке профессиональных задач в области научно-исследовательской и практической деятельности, | нормативные документы для составления заявок, грантов, проектов НИР В том числе: характеристики геометрической природы S^1 – квазиконформных отображений, как естественного обобщения квазиконформных отображений; понимания природы 1-квазиконформных отображений; - квазиконформные отоб- | использовать и совершенствовать методы и программное обеспечение для расчета исследуемых характеристик объектов и процессов на базе современных достижений в области использовать и совершенствовать методы и программное обеспечение для расчета | методами планирования, подготовки, проведения НИР, анализа полученных данных, формулировки выводов и рекомендаций по |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|--|---|---|--|
| | | | знать | уметь | владеть |
| | | <p>подбору, развитию и совершенствованию методических решений на базе современных достижений в области вещественного, комплексного и функционального анализа</p> | <p>ражения, как отображениях, наименее уклоняющихся от конформных отображений при отображениях четырехсторонников;</p> <ul style="list-style-type: none"> - знания о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них; - об эквивалентности аналитического и геометрического подходов при исследовании k- квазиконформных отображений; - о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальными операторами, их свойствах, как операторов, действующих в пространствах интегрируемых функций; - свойства интегрируемого оператора Гильберта и общую теорию Кальдерока-Зигмунда об операторах, действующих в пространствах интегрируемых функций, о свойствах оператора П. И. Н. Векуа потенциального типа; - о квазиконформных отображениях плоскости (полуплоскости, области) на себя, как о решениях уравнения Бельтрами с измеримыми коэффициентами, - об отображениях с неограниченными характеристиками и их свойствах; | <p>исследуемых характеристик объектов и процессов на базе современных достижений в области механики, прикладной математики и ИТ</p> <p>В том числе:</p> <ul style="list-style-type: none"> вычислять различные геометрические характеристики $C1$ - отображений w, определяемые их частными производными w_z; - оценивать их значения, устанавливать свойство k- квазиконформности (и его отсутствие; находить характеристики обратных отображений); - формулировать общую задачу Гретша, сводить ее к задаче Гретша для прямоугольников, находить ее решение как в классе $C1$ – отображений, так и отображений с обобщенными производными. - использовать теорию экстремальных длин и модулей для исследования k- квазиконформных отображений, уметь вычислять искажение модулей, устанавливать связи между локальными и глобальными свойствами k- квазиконформности, уметь находить экстремальные отображения в классе k- квази- | <p>профилю 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ. В том числе: навыками использования теории экстремальных длин и модулей семейств кривых к исследованию k- квазиконформных отображений.</p> |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|---------------------------------------|---|--|---------|
| | | | знать | уметь | владеть |
| | | | <ul style="list-style-type: none"> - о квазиконформных отображениях римановых поверхностей; - о неоднолистных отображениях, осуществляемых решениями нелинейных систем. | <ul style="list-style-type: none"> конформных отображений; - уметь вычислять обобщенные производные функций; - устанавливать связь между наличием обобщенной производной и абсолютной непрерывностью функции на линиях; - устанавливать с помощью теорем вложения свойства функций, обладающих обобщенными производными; - уметь устанавливать связь между аналитическими и геометрическими свойствами k – квазиконформных отображений; между различными определениями k – квазиконформности; - использовать различные формы формулы Грина для получения интегральных представлений функций, обладающих обобщенными производными и исследовать получающиеся при этом потенциальные операторы для исследования их свойств в зависимости от свойств обобщенных производных; - редуцировать задачу об оценивании сингулярного интеграла к несобственному ин- | |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|---------------------------------------|---|---|---------|
| | | | знать | уметь | владеть |
| | | | | <p>тегралу и стандартному сингулярному;</p> <ul style="list-style-type: none"> - используя свойства оператора П И.Н. Векуа, исследовать дифференциальные свойства функций представленных с помощью потенциального оператора Г и.н. Векуа; - редуцировать задачу о построении отображения с заданной характеристикой к отысканию диффеоморфизма, являющегося решением уравнения Бельтрами; - редуцировать задачу отыскания решения уравнения Бельтрами к линейному уравнению для сингулярного интегрального оператора (его решения); <p>уметь применять принципы неподвижных точек к исследованию таких интегральных уравнений, их разрешимости;</p> <ul style="list-style-type: none"> - используя свойства оператора П, доказывать единственность нормированных решений уравнения Бельтрами; - строить для простых случаев римановы поверхности гиперболического типа по фуксовой группам, вычислять их род, исследовать характер покрытия сферы гипергеометрическим и кривыми; | |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|---------------------------------------|---|---|---------|
| | | | знать | уметь | владеть |
| | | | | <ul style="list-style-type: none"> - устанавливать связь между непрерывными отображениями плоскости на себя, непрерывными отображениями римановых поверхностей, порожденных фуксовыми группами и гомоморфизмами фуксовых групп; - устанавливать связь между гомотопией непрерывных отображений римановых поверхностей и эквивалентностью гомоморфизмов фундаментальных групп; - устанавливать взаимно-однозначное соответствие между дифференциалами Бельтрами и квазиконформными гомеоморфизмами римановых поверхностей, - доказать теорему о решении уравнения Бельтрами, коэффициенты которого согласованы с фуксовой группой; - строить индуцированный квадратичный дифференциал по отображению Тейхмюллера, определяемого некоторым квадратичным дифференциалом; уметь доказать экстремальные свойства отображения Тейхмюллера и вычислять расстояние Тейхмюллера; - строить отображе- | |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|--------|--------------------|---------------------------------------|---|--|---------|
| | | | знать | уметь | владеть |
| | | | | <p>ния (N+1) - связных областей на (N+1-k) - листовую риманову поверхность, накрывающую единичный круг, с k+1 граничными компонентами;</p> <p>- сводить вопрос о существовании топологического отображения, осуществляемого решением уравнения $w_z = F(z, w, w\bar{z})$ к нелинейному интегральному уравнению с сингулярным оператором;</p> <p>- уметь применять принципы неподвижных точек к исследованию вопроса о разрешимости нелинейного интегрального уравнения;</p> <p>- уметь конструировать неоднолистные решения нелинейных дифференциальных уравнений в многосвязных областях;</p> <p>- интерпретировать такие решения как гомеоморфизмы на n-мерные многосвязные римановы поверхности.</p> | |

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

(для студентов ОФО).

| Вид учебной работы | Всего часов | Курсы (часы) |
|--------------------|-------------|--------------|
| | | 3 |

| | | |
|--|----------|-------|
| Аудиторные занятия (всего) | 44 | 44 |
| В том числе: | | |
| Занятия лекционного типа | 8 | 8 |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия) | 18 | 18 |
| Лабораторные занятия | 18 | 18 |
| Самостоятельная работа (всего) | 64 | 64 |
| Промежуточная аттестации (зачет) | | зачет |
| Общая трудоемкость | час | 108 |
| | зач. ед. | 3 |

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы дисциплины, изучаемые на 3 курсе (очная форма)

| № | Наименование разделов | Количество часов | | | | |
|-----|---|------------------|-------------------|----|----|----------------------|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | Внеаудиторная работа |
| | | | Л | ПЗ | ЛР | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1. | Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными. | 18 | 2 | 2 | 2 | 6 |
| 2. | Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений. | | | | 2 | |
| 3. | Аналитические свойства квазиконформных отображений. | 12 | 2 | 2 | 2 | 4 |
| 4. | Квазиизометрия и квазисимметрические отображения. | | | | | 4 |
| 5. | Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами. | 12 | 2 | 2 | 2 | 4 |
| 6. | Голоморфные движения и искажения площади. | | | | | 4 |
| 7. | Пространство Тейхмюллера. | 14 | - | 2 | 2 | 4 |
| 8. | Экстремальные квазиконформные отображения. | | - | | | |
| 9. | Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость. | 14 | - | 2 | 2 | 4 |
| 10. | Квазиконформные отображения с заданными граничными соответствиями. | | - | | | |
| 11. | Квазиконформные отображения поверхностей. | 14 | - | 2 | 2 | 4 |
| 12. | Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений. | | - | | | |

| | | | | | | |
|-----------------------------|---|-----|---|----|----|----|
| 13. | Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру (K, K') квазиконформных отображений. | 14 | 2 | 2 | 2 | 4 |
| 14. | График с квазиконформным гауссовым отображением. | | | 2 | | 4 |
| <i>Итого по дисциплине:</i> | | 108 | 8 | 18 | 18 | 64 |

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

| № | Наименование раздела | Содержание раздела | Форма текущего контроля |
|-----|---|---|-------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными. | Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными. | Устный опрос |
| 2. | Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений. | Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений. | Устный опрос |
| 3. | Аналитические свойства квазиконформных отображений. | Аналитические свойства квазиконформных отображений. | Устный опрос |
| 4. | Квазиизометрия и квазисимметрические отображения. | Квазиизометрия и квазисимметрические отображения. | Устный опрос |
| 5. | Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами. | Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами. | Устный опрос |
| 6. | Голоморфные движения и искажения площади. | Голоморфные движения и искажения площади. | Устный опрос |
| 7. | Пространство Тейхмюллера. | Пространство Тейхмюллера. | Устный опрос |
| 8. | Экстремальные квазиконформные отображения. | Экстремальные квазиконформные отображения. Условие Гамильтона-Крушкаля | Устный опрос |
| 9. | Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость. | Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость. | Устный опрос |
| 10. | Квазиконформные отображения с заданными граничными соответствиями. | Квазиконформные отображения с заданными граничными соответствиями. | Устный опрос |
| 11. | Квазиконформные отображения поверхностей. | Квазиконформные отображения поверхностей. (K, K') квазиконформные отображения | Устный опрос |

| | | | |
|-----|---|---|--------------|
| 12. | Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений. | Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений. | Устный опрос |
| 13. | Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру (K, K') квазиконформных отображений. | Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру (K, K') квазиконформных отображений. | Устный опрос |
| 14. | График с квазиконформным гауссовым отображением. | График с квазиконформным гауссовым отображением. Приложения к уравнениям типа уравнений со средней кривизной | Устный опрос |

2.3.2 Занятия семинарского типа.

| № | Наименование раздела | Тематика практических занятий (семинаров) | Форма текущего контроля |
|-----|---|---|-------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными. | Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными. | Решение задач |
| 2. | Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений. | Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 3. | Аналитические свойства квазиконформных отображений. | Аналитические свойства квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 4. | Квазиизометрия и квазисимметрические отображения. | Квазиизометрия и квазисимметрические отображения. | Решение задач |
| 5. | Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами. | Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами. | Решение задач |
| 6. | Голоморфные движения и искажения площади. | Голоморфные движения и искажения площади. | Решение задач |
| 7. | Пространство Тейхмюллера. | Пространство Тейхмюллера. | Решение задач |
| 8. | Экстремальные квазиконформные отображения. | Экстремальные квазиконформные отображения. Условие Гамильтона-Крушкаля | Решение задач |
| 9. | Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость. | Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость. | Решение задач |
| 10. | Квазиконформные отображения с заданными граничными соответствиями. | Квазиконформные отображения с заданными граничными соответствиями. | Решение задач |

| | | | |
|-----|---|--|---------------|
| 11. | Квазиконформные отображения поверхностей. | Квазиконформные отображения поверхностей. (K, K') квазиконформные отображения | Решение задач |
| 12. | Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений. | Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 13. | Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру (K, K') квазиконформных отображений. | Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру (K, K') квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 14. | График с квазиконформным гауссовым отображением. | График с квазиконформным гауссовым отображением. Приложения к уравнениям типа уравнений со средней кривизной | Решение задач |

2.3.3 Лабораторные занятия.

| № | Наименование раздела | Тематика лабораторных занятий | Форма текущего контроля |
|-----|---|---|-------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными. | Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными. | Решение задач |
| 2. | Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений. | Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 3. | Аналитические свойства квазиконформных отображений. | Аналитические свойства квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 4. | Квазиизометрия и квазисимметрические отображения. | Квазиизометрия и квазисимметрические отображения. | Решение задач |
| 5. | Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами. | Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами. | Решение задач |
| 6. | Голоморфные движения и искажения площади. | Голоморфные движения и искажения площади. | Решение задач |
| 7. | Пространство Тейхмюллера. | Пространство Тейхмюллера. | Решение задач |
| 8. | Экстремальные квазиконформные отображения. | Экстремальные квазиконформные отображения. Условие Гамильтона-Крушкаля | Решение задач |
| 9. | Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость. | Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость. | Решение задач |
| 10. | Квазиконформные отображения с | Квазиконформные отображения с | Решение |

| | | | |
|-----|---|--|---------------|
| | заданными граничными соответствиями. | заданными граничными соответствиями. | задач |
| 11. | Квазиконформные отображения поверхностей. | Квазиконформные отображения поверхностей. (K, K') квазиконформные отображения | Решение задач |
| 12. | Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений. | Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 13. | Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру (K, K') квазиконформных отображений. | Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру (K, K') квазиконформных отображений. | Решение задач |
| 14. | График с квазиконформным гауссовым отображением. | График с квазиконформным гауссовым отображением. Приложения к уравнениям типа уравнений со средней кривизной | Решение задач |

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

| № | Вид СРС | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы |
|---|----------------------|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | разбор лекций | 1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811 2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358 |
| 2 | работа с литературой | 1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811 2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358 |

| | | |
|---|--|---|
| 3 | отработка навыков решения практических задач | <p>1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811</p> <p>2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358</p> |
| | подготовка к занятиям-конференциям | <p>1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. : б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811</p> <p>2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358</p> |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Активные и интерактивные формы: лекции: проблемная лекция, лекция – пресс-конференция (могут применяться презентации); практические занятия: мозговой штурм, занятие – конференция (с применением презентаций), разбор практических задач, контрольные работы, активизация творческой деятельности, регламентированная дискуссия; для воплощения образовательных форм могут быть использованы компьютерные технологии.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Контрольные вопросы для проведения текущего контроля

1. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение плоскости на себя, для коэффициента с компактным носителем в \mathbb{R}^1 , содержащим бесконечно удаленную точку.
2. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение S на себя для случая произвольного измеримого коэффициента.
3. Примеры отображений с неограниченными характеристиками. Теорема о существовании решений уравнения Бельтрами, осуществляющих топологическое отображение вырожденного кольца на вырожденное и невырожденное кольцо.
4. Понятие универсальной накрывающей римановой поверхности. Классификация римановых поверхностей. Конформный модуль поверхности гиперболического типа.
5. Фундаментальная группа поверхностей. Теорема о гомотопии непрерывных отображений римановых поверхностей.
6. Дифференциалы Бельтрами на римановой поверхности и её квазиконформные гомоморфизмы.
7. Коэффициенты Бельтрами, согласованные с фуксовой группой. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, согласованного с фуксовой группой. Индуцированное отображение индуцированных римановых поверхностей.
9. Теорема Тейхмюллера об экстремальном свойстве отображений Тейхмюллера (формулировка теоремы). Расстояние Тейхмюллера. Структура пространства Тейхмюллера $T(S_0)$.
10. Теорема существования аналитической функции, отображающей многосвязную область на многосвязную риманову поверхность.
11. Теорема существования решений нелинейных систем дифференциальных уравнений, отображающих многосвязные области на многосвязные римановы поверхности.
- 12.
14. Теорема П.П. Белинского об искажении внутренних расстояний при k - квазиконформных отображениях.
15. Теорема о k - квазиконформности модуля семейства кривых при k - квазиконформных отображениях.
16. Задачи Грётша, Мори и Тейхмюллера об экстремальном модуле кольцевых областей, разделяющих замкнутые множества, их функции Кюнцы, связь между ними.
18. Теорема об абсолютной непрерывности k - квазиконформных отображений, определенных геометрически.
19. Теорема Мори о равностепенной непрерывности семейства нормированных k - квазиконформных отображений.
20. Теорема об эквивалентности геометрического и аналитического способов определения k - квазиконформных отображений.
21. Лемма Вейля (формулировка). Теорема об интегральном представлении функций, имеющих интегрируемую обобщенную производную.
22. Потенциальный T - оператор И. Н. Векуа. Теореме о компактности T - оператора И.Н. Векуа, $T: L_p(G) \rightarrow C(\cdot)$, $p > 2$, .
24. Дифференциальные свойства функций, представимых оператором T И.Н. Векуа.
25. Теорема единственности нормированного решения уравнения Бельтрами для случая коэффициента Бельтрами, имеющего компактный носитель.

26. Теорема существования решения уравнения Бельтрами, осуществляющего топологическое отображение плоскости на себя, для случая коэффициента с компактным носителем в C .

Темы для занятия-конференции

1. Отображение Тейхмюллера римановых поверхностей, $f: S \rightarrow S'$. Теорема о связи между квадратичными дифференциалами S и S' .
2. Сингулярные интегралы в пространстве R^n . Оператор Гильберта H на вещественной прямой. Теорема об ограниченности оператора $H: L_p(G) \rightarrow L_p(G)$, $p > 1$ (с доказательством). Теорема об ограниченности сингулярного интегрального оператора Π И.Н. Векуа, $\Pi: L_p(G) \rightarrow L_p(G)$, $p > 1$.
3. Эллиптические функции и теорема об оценке функций Кюнцци.
4. Модуль четырехсторонника. «Внутреннее» определение модуля с помощью понятия экстремальной длины семейства кривых. «Внешнее» определение с помощью эллиптических интегралов.
5. Задача Грётша для четырехсторонников об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных в классе C^1 , её решение и классе функций с обобщенными производными.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к зачету

1. Пространства С.Л. Соболева функций с обобщенными производными.
2. Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений.
3. Аналитические свойства квазиконформных отображений.
4. Квазиизометрия и квазисимметрические отображения.
5. Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами.
6. Голоморфные движения и искажения площади.
7. Пространство Тейхмюллера.
8. Экстремальные квазиконформные отображения.
9. Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жесткость.
10. Квазиконформные отображения с заданными граничными соответствиями.
11. Квазиконформные отображения поверхностей.
12. Оценка, интеграл Дирихле для (K, K') квазиконформных отображений.
13. Обобщенная оценка Мори и непрерывность по Гельдеру (K, K') пространственных квазиконформных отображений.
14. Гауссово отображение с квазиконформным графиком

Ответ аспиранта на зачете оценивается следующим образом.

| Критерии оценивания | Количество баллов |
|--|-------------------|
| Ответ грамотный, логично изложенный, существенные неточности отсутствуют. Проявлена достаточная научная и образовательнокультурная эрудиция. | зачет |
| В ответе значительные пробелы в фундаментальных знаниях, допускаются существенные ошибки. | незачет |

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература:

1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор ; пер. с англ. В.И. Арнольд. - М. :б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811> .

2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс ; пер. с англ. В.А. Зорич, А.А. Кириллов ; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М. : Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с. : ил. - (Библиотека сборника "Математика"). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература:

1) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1977. - Т. 1. А - Г. - 576 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454588>

2) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1979. - Т. 2. Д - Коо. - 552 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454589> .

3) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1982. - Т. 3. Коо - Од. - 592 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454590>.

4) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1984. - Т. 4. Ок - Сло. - 608 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454591>

5) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1985. - Т. 5. Слу - Я. - 624 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454592>

5.3. Периодические издания:

1) Вестник МГУ. Серия: Математика. Механика; <http://vestnik.math.msu.su/>

2) Вестник СПбГУ. Серия: Математика. Механика. Астрономия;
<http://vestnik.spbu.ru/>

3) Известия ВУЗов. Серия: Математика; <https://kpfu.ru/>

4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР). Серия: Математическая;
<http://www.mathnet.ru/>

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>

2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>

3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>

4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>

5. Web of Science (WoS) –

http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=V2yRRW6FP9RssAaul78&preferencesSaved

6. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>

7. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>

8. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>

9. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф/>

10. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как мозговой штурм и занятие – конференция, на которых по максимуму осуществляется активизация творческой деятельности обучающихся; а также самостоятельная работа аспирантов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка к занятиям-конференциям. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Успешное освоение материала курса предполагает большую самостоятельную работу аспирантов и руководство этой работой со стороны преподавателей.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии с аспирантами, дающей представление о динамике роста знаний аспирантов и их научном потенциале; учета активности аспиранта на занятиях типа «мозговой штурм» и оценке выступления обучающегося на занятии-конференции. Контроль также осуществляется путем проведения контрольных работ.

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета.

Для аспиранта большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала, проводимая научным руководителем.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий.

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

- Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – <https://kubsu.ru/node/1145> (см. п. 6)
- Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

| № | Вид работ | Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность |
|---|-----------|--|
|---|-----------|--|

| | |
|--|--|
| Лекционные занятия | Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО). |
| Семинарские занятия | Специальное помещение, оснащенное презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО). |
| Групповые (индивидуальные) консультации | Аудитория оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. |
| Текущий контроль, промежуточная аттестация | Аудитория оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. |
| Самостоятельная работа | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. |