Аннотация
дисциплины Б1.В.ДВ.2.2 «КВАЗИКОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ»

для направления подготовки 01.06.01 Математика и механика
профиль подготовки: 01.01.01 Вещественный комплексный и функциональный анализ

Объем трудоемкости: 3 зач.ед. (108 ч., из них – 44 ч. аудиторной нагрузки: лекционных 8 ч., практических 18 ч., лабораторных 18 ч.; 64 ч. самостоятельной работы).

Цель освоения дисциплины: освоение геометрических и аналитических методов исследования плоских квазиконформных отображений.

Задачи дисциплины:

– формирование знания о характеристиках геометрической природы C^1 – квазиконформных отображений, как естественного обобщения квазиконформных отображений; понимания природы 1-квазиконформных отображений;

– сформировать знания о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них;

– сформировать знания о квазиконформных отображениях римановых поверхностей,

– сформировать знания о неоднолистных отображениях, осуществляемых решениями нелинейных систем.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Квазиконформные отображения. Современное состояние теории» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

Программа рассчитана на аспирантов, прослушавших курс «приложения теории римановых поверхностей и нелинейных уравнений математической физики», а также математического анализа, включающий дифференциальное и интегральное исчисление, и курсы линейной алгебры.

Знания, полученные в этом курсе, необходимы для проведения научно-исследовательской работы и успешной сдачи государственной итоговой аттестации.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций (ПК):

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ПК-2	Готовность к постановке профессиональных задач в области научно-исследовательской и практической	- характеристики геометрической природы C1 – квазиконформных отображений, как естественного обобщения квазиконформных отображений; понимания природы 1-квазиконформных	- вычислять различные геометрические характеристики C1 -отображений w, определяемые их частными производными w_z; - оценивать их значения, устанавливать свойство k- квазиконформности (и его отсутствие; находить характеристики обратных отображений); - формулировать общую задачу Гретша, сводить ее к задаче Гретша для прямоугольников, находить ее решение как в классе C1 – отображений, так и отобра-	- навыками использования теории экстремальных длин и модулей семейств

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
		деятельности, подбору, развитию и совершенствованию методов их решения на базе современных достижений в области вещественного, комплексного и функционального анализа	отображений; - квазиконформные отображения, как об отображениях, наименее уклоняющихся от конформных отображений при отображениях четырехсторонников; - знания о пространстве функций с обобщенными производными, соболевских пространствах и теоремах вложения для них; - об эквивалентности аналитического и геометрического подходов при исследовании k-квазиконформных отображений; - о потенциальных операторах И. Н. Векуа и об их связи с общими потенциальными операторами, их свойствах, как операторов, действующих в пространствах интегрируемых функций; - свойства интегрируемого оператора Гильберта и общую теорию Кальдерока-Зигмунда об операторах, действующих в пространствах интегрируемых функций, о свойствах оператора П И. Н. Векуа потенциального типа; - о	жений с обобщенными производными. - использовать теорию экстремальных длин и модулей для исследования k- квазиконформных отображений, уметь вычислять искажение модулей, устанавливать связи между локальными и глобальными свойствами k- квазиконформности, уметь находить экстремальные отображения в классе k- квазиконформных отображений; - уметь вычислять обобщенные производные функций; - устанавливать связь между наличием обобщенной производной и абсолютной непрерывностью функции на линиях; - устанавливать с помощью теорем вложения свойства функций, обладающих обобщенными производными; - уметь устанавливать связь между аналитическими и геометрическими свойствами k – квазиконформных отображений; между различными определениями k – квазиконформности; - использовать различные формы формулы Грина для получения интегральных представлений функций, обладающих обобщенными производными и исследовать получающиеся при этом потенциальные операторы для исследования их свойств в зависимости от свойств обобщенных производных; - редуцировать задачу об оценивании сингулярного интеграла к несобственному интегралу и стандартному сингулярному; - используя свойства оператора П И.Н. Векуа, исследовать дифференциальные свойства функций представленных с помощью потенциального оператора Г И.Н. Векуа; - редуцировать задачу о построении отображения с заданной характеристикой к отысканию диффеоморфизма, являющегося решением уравнения Бельтрами; - редуцировать задачу отыскания решения уравнения Бельтрами к линейному уравнению для сингулярного интегрального оператора (его решения); уметь применять принципы неподвижных точек к исследованию таких интегральных уравнений, их разрешимости; - используя свойства оператора П, доказывать единственность нормированных решений уравнения Бельтрами; - строить для простых случаев римановы поверхности гиперболического типа по фуксовой группам, вычислять их род, исследовать характер покрытия сферы гипергеометрическими кривыми;	кривых к исследованию k- квазиконформных отображений.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
			квазиконформных отображениях плоскости (полуплоскости, области) на себя, как о решениях уравнения Бельтрами с измеримыми коэффициентами, - об отображениях с неограниченными характеристиками и их свойствах; - о квазиконформных отображениях римановых поверхностей; - о неоднолистных отображениях, осуществляемых решениями нелинейных систем.	- устанавливать связь между непрерывными отображениями плоскости на себя, непрерывными отображениями римановых поверхностей, порожденных фуксовыми группами и гомоморфизмами фуксовых групп; - устанавливать связь между гомотопией непрерывных отображений римановых поверхностей и эквивалентностью гомоморфизмов фундаментальных групп; - устанавливать взаимно-однозначное соответствие между дифференциалами Бельтрами и квазиконформными гомеоморфизмами римановых поверхностей, - доказать теорему о решении уравнения Бельтрами, коэффициенты которого согласованы с фуксовой группой; - строить индуцированный квадратичный дифференциал по отображению Тейхмюллера, определяемого некоторым квадратичным дифференциалом; уметь доказать экстремальные свойства отображения Тейхмюллера и вычислять расстояние Тейхмюллера; - строить отображения (N+1) - связных областей на (N+1-k) -листную риманову поверхность, накрывающую единичный круг, с k+1 граничными компонентами; - сводить вопрос о существовании топологического отображения, осуществляемого решением уравнения $w_z = F(z,w,wz)$ к нелинейному интегральному уравнению с сингулярным оператором; - уметь применять принципы неподвижных точек к исследованию вопроса о разрешимости нелинейного интегрального уравнения; - уметь конструировать неоднолистные решения нелинейных дифференциальных уравнений в многосвязных областях; - интерпретировать такие решения как гомеоморфизмы на n-мерные многосвязные римановы поверхности.	

Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые на 3 курсе *(очная форма)*

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Пространства С.Л. Соболева функций с обобщёнными производными.	18	2	2	2	6

2.	Геометрическое и аналитическое определение квазиконформных отображений.				2	6
3.	Аналитические свойства квазиконформных отображений.	12	2	2	2	4
4.	Квазиизометрия и квазисимметрические отображения.					4
5.	Интегральные преобразования и разрешимость уравнения Бельтрами.	12	2	2	2	4
6.	Голоморфные движения и искажения площади.					4
7.	Пространство Тейхмюллера.	14	-	2	2	4
8.	Экстремальные квазиконформные отображения.		-		2	6
9.	Изоморфизмы пространств Тейхмюллера и их локальная жёсткость.	14	-	2	2	4
10.	Квазиконформные отображения с заданными граничными соответствиями.		-			6
11.	Квазиконформные отображения поверхностей.	14	-	2	2	4
12.	Оценка, интеграл Дирихле для *(K,K')* квазиконформных отображений.		-	2		4
13.	Обобщённая оценка Мори и непрерывность по Гёльдеру *(K,K')* квазиконформных отображений.	14	2	2	2	4
14.	График с квазиконформным гауссовым отображением.			2		4
	Итого по дисциплине:	108	8	18	18	64

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

Курсовые работы: *не предусмотрены.*
Форма проведения аттестации по дисциплине: зачет.

Учебная литература:

1. Милнор, Д. Теория Морса / Д. Милнор; пер. с англ. В. И. Арнольд. - М.: б.и., 1963. - 181 с. - (Библиотека сборника "Математика").; то же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454811.

2. Альфорс, Л. Пространства римановых поверхностей и квазиконформные отображения / Л. Альфорс, Л. Берс; пер. с англ. В. А. Зорич, А. А. Кириллов; под ред. Б.В. Шабат, Н.И. Плужниковой. - М.: Издательство иностранной литературы, 1961. - 175 с.: ил. - (Библиотека сборника "Математика").; то же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450358.

Автор РПД док. физ.-мат. наук Е. А. Щербаков