

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по научной работе и
инновациям



М.В. Шарафан

2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.02.01 Уравнения гидродинамического типа

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Профиль: 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Форма обучения: очная

Квалификация: Исследователь. Преподаватель-исследователь

Краснодар 2021

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Уравнения гидродинамического типа» является подготовка в области применения современных математических методов для решения задач математического моделирования в научных исследованиях и образовании, получение высшего профессионального образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности с применением современных математических методов по специальности 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

1.2 Задачи дисциплины

Задачей курса является ознакомление аспирантов с методологическими подходами, позволяющими безотносительно к конкретным областям приложений строить адекватные математические модели изучаемых объектов; с некоторыми математическими моделями в научных исследованиях и образовании и основными методами исследования полученных математических моделей.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Уравнения гидродинамического типа» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Программа рассчитана на аспирантов, прослушавших курс математического анализа, включающий дифференциальное и интегральное исчисление, а также курсы линейной алгебры.

Знания, полученные в этом курсе, необходимы для проведения научно-исследовательской работы и успешной сдачи государственной итоговой аттестации.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций (ПК)

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-2	готовность к постановке профессиональных задач в области научно-исследовательской и практической деятельности, подбору, развитию и совершенствованию методов их решения на базе современных достижений в области вещественного, комплексного и функционального	нормативные документы для составления заявок, грантов, проектов НИР В том числе: современные математические методы для решения научных и практических задач;	использовать и совершенствовать методы и программное обеспечение для расчета исследуемых характеристик объектов и процессов на базе современных достижений в	методами планирования, подготовки, проведения НИР, анализа полученных данных, формулировки выводов и рекомендаций по профилю 01.01.01 Вещественный, комплексный и

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		анализа	<p>- подходы в описании предметной области, как на языке предметной области, так и математическими структурами на этапе разработки математической модели;</p> <p>- принципы выбора методов и средств изучения математической модели.</p>	<p>области механики, прикладной математики и ИТ. В том числе: применять современные математические методы к исследованию математической модели и оценки ее адекватности ; -применять принципы математического моделирования для решения научно-исследовательских и прикладных задач.</p>	<p>функциональный анализ. В том числе: методикой проведения научных исследований;</p> <p>- математическими, статистическими и количественными методами анализа задач, возникающих на практике;</p> <p>- методами исследования предметной области и составление модели на языке предметной области;</p> <p>- математическими методами исследования математической модели;</p> <p>- приемами оценки адекватности математической модели и всего процесса моделирования;</p> <p>- навыками использования пакетов прикладных программ в обеспечении процесса моделирования.</p>

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

(для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
Аудиторные занятия (всего)	44	44
В том числе:		
Занятия лекционного типа	8	8
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	18	18
Лабораторные занятия	18	18
Самостоятельная работа (всего)	64	64
Промежуточная аттестации (зачет)		зачет
Общая трудоёмкость час	108	108
зач. ед.	3	3

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые на 3 курсе (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Математика и математическое моделирование	18	2	6	6	4
2.	Прямые и обратные задачи математического моделирования. Универсальность математических моделей, метод аналогий. Принцип иерархии ММ.	46	4	6	6	30
3.	Математические методы моделирования и численные методы анализа ММ.	44	2	6	6	30
	<i>Итого по дисциплине:</i>	108	8	18	18	64

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Математика и математическое моделирование	Основные этапы математического моделирования: - создание качественной модели; - создание математической модели (постановка математической задачи); - изучение математической модели	Устный опрос

		(математическое обоснование модели, качественное исследование модели, численное исследование модели, создание и реализация программы); - получение результатов и их интерпретация; - использование полученных результатов.	
2.	Прямые и обратные задачи математического моделирования. Универсальность математических моделей, метод аналогий. Принцип иерархии ММ.	Прямые задачи ММ. Обратные задачи ММ (задачи распознавания, задачи синтеза). Примеры задач, приводящих к сходным ММ. Примеры построения ММ “от простого к сложному”.	Устный опрос
3.	Математические методы моделирования и численные методы анализа ММ.	Детерминированные и стохастические ММ. Классы математических задач, описывающих эти ММ. Основные приемы решения. Роль численного анализа.	Устный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Классификация уравнений математической физики.	Эллиптические, гиперболические, параболические уравнения. Краевые задачи..	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски
2.	Идеальная несжимаемая жидкость.	Уравнение неразрывности. Координаты Лагранжа и Эйлера.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски
3.	Система Навье-Стокса	Вывод уравнения. Понятия сильного и слабого решения. Методы построения слабого решения. Метод Хопфа (или приближения Галёркина). Метод Лерэ. Метод искусственной супервязкости.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски
4.	Энергетическое равенство и неравенство.	Формальный вывод энергетического неравенства. Локальное энергетическое неравенство.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски
5.	Проблема возможной	Сингулярные точки. Локальные	Проверка

	сингулярности системы Навье-Стокса.	теоремы регулярности. Теорема Каффарелли-Кона-Ниренберга.	домашних заданий. Решение задач у доски
6.	Уравнение Эйлера для идеальной несжимаемой жидкости.	Вывод уравнения. Теорема существования и единственности для двумерного случая. Не единственность слабого решения.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски
7.	Уравнение Бюргерса как упрощённая модель гидродинамики	Теоремы существования и единственности. Свойства решений. Принцип максимума.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски
8.	Уравнение Больцмана.	Вывод уравнения. Свойства решений. Законы сохранения. Энтропия. Решения Максвелла. Функционал Бони. Известные теоремы существования и единственности.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски

2.3.3 Лабораторные занятия.

Не предусмотрены.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	разбор лекций	1. Основы современных компьютерных технологий// [Брякалов Г. А. и др.] ; под ред. А. Д. Хомоненко. - СПб. : КОРОНА принт , 2005. - 672 с. 2. А. Д. Мышкис. Элементы теории математических моделей. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS, 2007. - 191 с. 3. В. И. Юдович. Математические модели естественных наук: Лань, 2011. - 336 с. https://e.lanbook.com/book/689#book_name
2	работа с литературой	1. Основы современных компьютерных технологий// [Брякалов Г. А. и др.] ; под ред. А. Д. Хомоненко. - СПб. : КОРОНА принт , 2005. - 672 с. 2. А. Д. Мышкис. Элементы теории математических моделей. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS, 2007. - 191 с. 3. В. И. Юдович. Математические модели естественных наук: Лань, 2011. - 336 с. https://e.lanbook.com/book/689#book_name

3	отработка навыков решения практических задач	<p>1. Основы современных компьютерных технологий// [Брякалов Г. А. и др.] ; под ред. А. Д. Хомоненко. - СПб. : КОРОНА принт , 2005. - 672 с.</p> <p>2. А. Д. Мышкис. Элементы теории математических моделей. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS, 2007. - 191 с.</p> <p>3. В. И. Юдович. Математические модели естественных наук: Лань, 2011. - 336 с. https://e.lanbook.com/book/689#book_name</p>
	подготовка к занятиям-конференциям	<p>1. Основы современных компьютерных технологий// [Брякалов Г. А. и др.] ; под ред. А. Д. Хомоненко. - СПб. : КОРОНА принт , 2005. - 672 с.</p> <p>2. А. Д. Мышкис. Элементы теории математических моделей. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS, 2007. - 191 с.</p> <p>3. В. И. Юдович. Математические модели естественных наук: Лань, 2011. - 336 с. https://e.lanbook.com/book/689#book_name</p>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Используется как традиционная информационно-объяснительная подача материала, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведённое время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Семинары в диалоговом режиме предполагают обсуждение вопросов по рекомендованной к изучению литературе и документам, а также вопросы на знание проблем и противоречий изучаемой темы, раскрывающие отношение слушателей к этим проблемам и противоречиям.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Задания для самостоятельной работы

Теоретические вопросы:

1. Основные этапы математического моделирования.
2. Создание математической модели (постановка математической задачи), примеры.
3. Изучение математической модели (математическое обоснование модели, качественное исследование модели, численное исследование модели, создание и реализация программы), примеры.
4. Прямые и обратные задачи математического моделирования, примеры.
5. Примеры задач, приводящих к сходным математическим моделям.
6. Примеры построения математической модели “от простого к сложному”.
7. Детерминированные и стохастические математические модели.
8. Необходимость применения численных методов для решения краевых задач математической физики.
9. Пример нелинейной задачи математической физики (задача электродиффузии).
10. Подход к численному решению задачи электродиффузии (построение приближённой задачи методом сеток, её линеаризация, проблема сходимости, метод решения)

Практические задания:

1. Построение простейшей модели зарплаты и занятости.
2. Построение простейшей модели полета снаряда.
3. Построение более сложных моделей полета снаряда.
4. Построить математические модели задач диффузии и теплопроводности.
5. Решить методом разделения переменных начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности.
6. Решить методом разделения переменных начально-краевую задачу для уравнения гиперболического типа.

Темы рефератов:

Тема 1. Показать, что такое уравнения математической физики, где и как они возникают и как решаются. Кратко обсудить классификацию уравнений.

Тема 2. Показать, как уравнения параболического типа применяются для решения задач диффузии и теплопроводности. Показать, как в задачах параболического типа возникают разнообразные граничные условия.

Тема 3. Метод разделения переменных и его применение для решения уравнений параболического типа. Пример.

Тема 4. Дать понятие интегрального преобразования и привести пример его применения для решения уравнений параболического типа.

Тема 5. Уравнения гиперболического типа, их применение для решения задач колебания струны и мембраны. Показать, как в задачах гиперболического типа возникают разнообразные граничные условия.

Тема 6. Простейшие методы решения уравнений гиперболического типа.

Тема 7. Метод разделения переменных для решения уравнения Лапласа. Пример.

Темы докладов:

Тема 1. Пример нелинейной задачи математической физики. Постановка задачи электродиффузии, обсуждение вопроса о её корректности. Необходимость численного решения задачи электродиффузии.

Тема 2. Понятие о методе сеток. Примеры.

Тема 3. Метод сеток для задачи электродиффузии. Линеаризация разностной задачи, проблема сходимости, метод решения.

Формы контроля за выполнением самостоятельной работы

Для промежуточного контроля аспиранты предоставляют презентации в электронном виде по результатам изучения теоретических вопросов и выполнения заданий к самостоятельной работе.

Участие в проводимых формах контроля в течение семестра является обязательным для всех аспирантов. Результаты данного контроля – составная часть оценки знаний аспиранта в ходе итогового контроля в форме экзамена.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Для сдачи зачета аспирант должен уверенно владеть каждой из следующих тем:

1. **Классификация уравнений математической физики.** Эллиптические, гиперболические, параболические уравнения. Краевые задачи.
2. **Идеальная несжимаемая жидкость.** Уравнение неразрывности. Координаты Лагранжа и Эйлера.
3. **Система Навье-Стокса.** Вывод уравнения. Понятия сильного и слабого решения. Методы построения слабого решения. Метод Хопфа (или приближения Галёркина). Метод Лерэ. Метод искусственной супервязкости.
4. **Энергетическое равенство и неравенство.** Формальный вывод энергетического неравенства. Локальное энергетическое неравенство.
5. **Проблема возможной сингулярности системы Навье-Стокса.** Сингулярные точки. Локальные теоремы регулярности. Теорема Каффарелли-Кона-Ниренберга.
6. **Уравнение Эйлера для идеальной несжимаемой жидкости.** Вывод уравнения. Теорема существования и единственности для двумерного случая. Не единственность слабого решения.
7. **Уравнение Бюргера как упрощённая модель гидродинамики.** Теоремы существования и единственности. Свойства решений. Принцип максимума.
8. **Уравнение Больцмана.** Вывод уравнения. Свойства решений. Законы сохранения. Энтропия. Решения Максвелла. Функционал Бони. Известные теоремы существования и единственности.

При этом аспиранту разрешается пользоваться любыми материалами.

Оценка «не зачтено» ставится при выявлении существенного не понимания хотя бы одной из тем.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература:

1. Юдович, В.И. Математические модели естественных наук [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Юдович. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 336 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/689> . — Загл. с экрана.

2. Элементы теории математических моделей [Текст] : [написание уравнений, упрощение уравнений, выбор решений] / А. Д. Мышкис. - Изд. 3-е, испр. - М. : [КомКнига] : URSS, 2007. - 191 с. - Библиогр.: с. 186-187. - ISBN 5484009537. - ISBN 9785484009534

3. Основы современных компьютерных технологий [Текст] : учебник для подготовки бакалавров / [Г. А. Брякалов и др.] ; под ред. А. Д. Хомоненко. - СПб. : КОРОНА принт, 2005. - 672 с. : ил. - Библиогр. в конце частей. - ISBN 579310318X

5.2 Дополнительная литература:

1. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры [Текст] / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. - Изд. 2-е, испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 320 с. : ил. - Библиогр. : с. 313-316. - ISBN 592210120X.

5.3. Периодические издания:

1) Вестник МГУ.Серия: Математика. Механика; <http://vestnik.math.msu.su/>

2) Вестник СПбГУ.Серия: Математика. Механика. Астрономия;
<http://vestnik.spbu.ru/>

3) Известия ВУЗов.Серия: Математика; <https://kpfu.ru/>

4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР).Серия: Математическая;
<http://www.mathnet.ru/>

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>
2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>
4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>
6. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>
7. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>
8. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф/>
9. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .

Одним из главных методов изучения курса «Уравнения гидродинамического типа» является самостоятельная работа аспирантов с учебной, научной и другой рекомендуемой преподавателем литературой.

Цель самостоятельной работы – расширение кругозора и углубление знаний в области применения компьютерных методов анализа конкретных математических моделей. Самостоятельная работа ведется в двух аспектах:

- 1) по теоретическим вопросам:
 - конспекты изученного материала,
 - реферат, доклад для выступления;
- 2) по практическим вопросам – в электронном или на бумажном носителе отчет о выполненных лабораторных работах, расчетах, созданном программном продукте, результатах исследований.

Лабораторное занятие позволяет научить аспиранта применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций. Этот подход особенно широко используется при определении адекватности математической модели и результатов компьютерного моделирования.

Лабораторные работы выполняются в учебной аудитории. Отдельные работы могут выполняться в компьютерном классе или в аудитории при наличии у аспирантов портативных компьютеров.

На лабораторных занятиях изучаются вопросы реализации методов решения изучаемых уравнений. Аспирант должен правильно выбрать метод решения, знать основные этапы решения и уметь их реализовать. По отдельным темам аспирантам поручается выступить с докладами на занятиях.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий.

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

- Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – <https://kubsu.ru/node/1145> (см. п. 6)
- Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащённость
	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащённая презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащённое презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория оснащённая компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория оснащённая компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащённый компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.