

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Т.А. Хагуров

подпись

« 28 »

май

2021 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.В.ДВ.05.01 Современная теория эллиптических и параболических  
уравнений**

Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Специализация: Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг

Форма обучения: очная

Квалификация: Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.05.01 СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил(и):  
Щербаков Е.А., профессор, д.ф.-м.н., доцент



Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.05.01 СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ утверждена на заседании кафедры ТЕОРИИ ФУНКЦИИ протокол № 7 «06» апреля 2021 г  
Заведующий кафедрой Голуб М.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 3 «12» мая 2021 г.  
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



Рецензенты:

Поляков Алексей Владимирович, канд. тех. наук,  
доцент кафедры оборудования нефтяных и газовых промыслов Института нефти, газа и энергетики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»

Фоменко Сергей Иванович, старший научный сотрудник Института математики, механики и информатики, канд. физ. - мат. наук

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины.

### 1.1 Цель освоения дисциплины.

Цель дисциплины «Современная теория эллиптических и параболических уравнений» заключается в изучении современных методов решения задач математической физики и уравнений в частных производных, применяемых для решения теоретических и прикладных проблем в различных областях техники с точки зрения современной теории.

### 1.2 Задачи дисциплины.

- понимание математических основ, лежащих в основе современной теории эллиптических и параболических уравнений;
- формирование навыков необходимых для анализа и решения задач механики и математической физики;
- развитие навыков работы с такими математическими объектами, как дифференциальные формы, многообразия, бескоординатный язык.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Современная теория эллиптических и параболических уравнений» относится к вариативной части профессионального цикла Блока1 "Дисциплины (модули)" учебного плана (Б1.В.ДВ). Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин Б1.О.16 «Математический анализ», Б1.О.17 «Функциональный анализ», Б1.О.23 «Дифференциальные уравнения», Б1.О.14 «Технология программирования и работа на электронно-вычислительной машине (ЭВМ)», Б1.О.13 «Численные методы». Данная дисциплина призвана расширить кругозор студентов в плане применения строгих математических методов к решению прикладных задач

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

| Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Результаты обучения по дисциплине  |
|--|--|
| <b>ПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики</b>                               |  |
| ИПК-1.4. Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований | Знает схему построения общего подхода к уравнениям в частных производных с использованием аналитических функций многих переменных.   |
|  | Умеет решать эллиптические уравнения, эллиптические квазилинейные уравнения, линейные и нелинейные параболические уравнения.   |
|  | Владеет теоретическими и практическими знаниями о вариационном методе; использованием на практике теоретические знания, полученные в результате изучения дисциплины.   |
| <b>ИПК-2.2 Разрабатывает новые математические модели в естественных науках</b>   |  |
| ИПК-2.2 Разрабатывает новые математические модели в естественных науках  | Знает понятия и гипотезы для предметной области и исследуемых моделей.   |
|  | Умеет использовать современные методы и подходы для изучения рассматриваемых процессов и явлений, грамотно использовать и развивать математическую теорию и физико-математические модели, лежащие в их основе. |
|  | Владеет навыками применения классических и современных методов анализа математических моделей формализованных материальных объектов и процессов.   |

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц (72 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

| Виды работ  | Всего часов                          | Форма обучения   |                  |                  |               |
|---|--------------------------------------|------------------|------------------|------------------|---------------|
|   |                                      | очная            |                  | очно-заочная     | заочная       |
|   |                                      | 8 семестр (часы) | – семестр (часы) | – семестр (часы) | – курс (часы) |
| <b>Контактная работа, в том числе:</b>  | <b>32,2</b>                          | <b>32,2</b>      |                  |                  |               |
| <b>Аудиторные занятия (всего):</b>  | <b>30</b>                            | <b>30</b>        |                  |                  |               |
| занятия лекционного типа  | 10                                   | 10               |                  |                  |               |
| лабораторные занятия  | 20                                   | 20               |                  |                  |               |
| <b>Иная контактная работа:</b>  | <b>2,2</b>                           | <b>2,2</b>       |                  |                  |               |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)   | 2                                    | 2                |                  |                  |               |
| Промежуточная аттестация (ИКР)  | 0,2                                  | 0,2              |                  |                  |               |
| <b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>   | <b>39,8</b>                          | <b>39,8</b>      |                  |                  |               |
| <i>Контрольная работа</i>   | 12                                   | 12               |                  |                  |               |
| <i>Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т. д.)</i> | 27,8                                 | 27,8             |                  |                  |               |
| Подготовка к текущему контролю  | –                                    | –                |                  |                  |               |
| <b>Контроль:</b>  | <b>–</b>                             | <b>–</b>         |                  |                  |               |
| Подготовка к экзамену   | –                                    | –                |                  |                  |               |
| <b>Общая трудоемкость</b>   | <b>час.</b>                          | <b>72</b>        | <b>72</b>        |                  |               |
|   | <b>в том числе контактная работа</b> | <b>32,2</b>      | <b>32,2</b>      |                  |               |
|   | <b>зач. ед</b>                       | <b>2</b>         | <b>2</b>         |                  |               |

### 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 8 семестре (очная форма обучения)

| №  | Наименование разделов (тем)                   | Количество часов |                   |    |    |                      |
|----|---|------------------|-------------------|----|----|----------------------|
|    |   | Всего            | Аудиторная работа |    |    | Внеаудиторная работа |
|    |   |                  | Л                 | ПЗ | ЛР |                      |
| 1. | Линейные эллиптические уравнения              | 14               | 2                 |    | 4  | 8                    |
| 2. | Квазилинейные эллиптические уравнения         | 14,4             | 2                 |    | 4  | 8,4                  |
| 3. | Собственные значения эллиптических операторов | 13,4             | 2                 |    | 4  | 7,4                  |
| 4. | Линейные параболические уравнения             | 14               | 2                 |    | 4  | 8                    |
| 5. | Нелинейные параболические уравнения           | 14               | 2                 |    | 4  | 8                    |
|    | <i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>           | 69,8             | 10                |    | 20 | 39,8                 |

|  |                                       |     |  |  |  |  |
|--|---------------------------------------|-----|--|--|--|--|
|  | Контроль самостоятельной работы (КСР) | 2   |  |  |  |  |
|  | Промежуточная аттестация (ИКР)        | 0,2 |  |  |  |  |
|  | Подготовка к текущему контролю        | –   |  |  |  |  |
|  | Общая трудоемкость по дисциплине      | 72  |  |  |  |  |

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

| №  | Наименование раздела (темы)                   | Содержание раздела (темы)  | Форма текущего контроля |
|----|---|--|-------------------------|
| 1. | Линейные эллиптические уравнения              | Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Исследование разрешимости краевых задач на основе леммы Лакса–Мильграма. Краевые задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике, параллелепипеде. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в круге, цилиндре, шаре. Гладкость обобщенного решения однородной задачи Дирихле. | <i>T</i>                |
| 2. | Квазилинейные эллиптические уравнения         | Оператор Немыцкого. Уравнения с монотонным оператором. Метод регуляризации. Уравнения в монотонной главной части. Метод Галеркина. Слабо нелинейные уравнения. Метод неподвижной точки.  | <i>T</i>                |
| 3. | Собственные значения эллиптических операторов | Задача на собственные значения для оператора Лапласа в прямоугольной области. Вариационный метод исследования разрешимости задачи на собственные значения. Ряды Фурье по собственным функциям. Минимаксный принцип. Гладкость собственных функций  | <i>T</i>                |
| 4. | Линейные параболические уравнения             | Постановка начально-краевых задач теплопроводности и диффузии. Пространства векторзначных функций. Существование обобщенного параболического уравнения. Единственность обобщенного решения. Гладкость обобщенного решения.   | <i>T</i>                |
| 5. | Нелинейные параболические уравнения           | Параболические уравнения с монотонным оператором. Нелинейные параболические уравнения с монотонной по градиенту главной частью пространственного оператора.  | <i>T</i>                |

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические / семинарские занятия/ лабораторные работы)

| №    | Наименование раздела (темы)                   | Тематика занятий/разбор  | Форма текущего контроля |
|------|---|--|-------------------------|
| 1.   | Линейные эллиптические уравнения              | Обобщенные решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка. Исследование разрешимости краевых задач на основе леммы Лакса–Мильграма. Краевые задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике, параллелепипеде. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в круге, цилиндре, шаре. Гладкость обобщенного решения однородной задачи Дирихле. | <i>РГЗ</i>              |
| 2.   | Квазилинейные эллиптические уравнения         | Оператор Немыцкого. Уравнения с монотонным оператором. Метод регуляризации. Уравнения в монотонной главной части. Метод Галеркина. Слабо нелинейные уравнения. Метод неподвижной точки.  | <i>РГЗ</i>              |
| 3.   | Собственные значения эллиптических операторов | Задача на собственные значения для оператора Лапласа в прямоугольной области. Вариационный метод исследования разрешимости задачи на собственные значения. Ряды Фурье по собственным функциям. Минимаксный принцип. Гладкость собственных функций  | <i>РГЗ</i>              |
| 4. я | Линейные параболические уравнения             | Постановка начально-краевых задач теплопроводности и диффузии. Пространства векторзначных функций. Существование обобщенного параболического уравнения. Единственность обобщенного решения. Гладкость  | <i>РГЗ</i>              |

|    |                                     |  |     |
|----|-------------------------------------|--|-----|
|    |                                     | обобщенного решения.   |     |
| 5. | Нелинейные параболические уравнения | Параболические уравнения с монотонным оператором.<br>Нелинейные параболические уравнения с монотонной по градиенту главной частью пространственного оператора. | РГЗ |

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и выполнение контрольной работы (КР).

При изучении дисциплины применяется электронное обучение (проектор и ЭВМ), дистанционные образовательные технологии в соответствии с ФГОС ВО.

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

| № | Вид СРС   | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы  |
|---|---|--|
| 1 | Проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий | Онлайн-курса «Введение в математические методы физики». – НИУ ВШЭ. – URL: <a href="https://www.coursera.org/learn/vvedenie-v-mat-metody#syllabus">https://www.coursera.org/learn/vvedenie-v-mat-metody#syllabus</a>  |
| 3 | Подготовка к коллоквиуму  | Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании Совета экономического факультета ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №8 от 29.06.2017 г. Режим доступа: <a href="https://www.kubsu.ru/ru/econ/metodicheskie-ukazaniya">https://www.kubsu.ru/ru/econ/metodicheskie-ukazaniya</a> |
| 4 | Выполнение расчетно-графических заданий и контрольных работ                           | Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий, утвержденные на заседании Совета экономического факультета ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №8 от 29.06.2017 г. Режим доступа: <a href="http://docspace.kubsu.ru/docspace/handle/1/1125">http://docspace.kubsu.ru/docspace/handle/1/1125</a> |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих

образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Современная теория эллиптических и параболических уравнений».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме *тестовых заданий, разноуровневых заданий, отчетов по индивидуальным и расчетно-графическим заданиям* и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету.

##### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

| № п/п | Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)   | Результаты обучения (в соответствии с п. 1.4)  | Наименование оценочного средства |                                   |
|-------|---|--|----------------------------------|-----------------------------------|
|       |   |  | Текущий контроль                 | Промежуточная аттестация          |
| 1     | <i>ИПК-1.4. Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований</i> | Знает схему построения общего подхода к уравнениям в частных производных с использованием аналитических функций многих переменных.                                   | <i>РГЗ,<br/>Т</i>                | <i>Вопрос на зачете<br/>1-5</i>   |
| 2     | <i>ИПК-1.4. Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований</i> | Умеет решать эллиптические уравнения, эллиптические квазилинейные уравнения, линейные и нелинейные параболические уравнения.   | <i>РГЗ,<br/>Т</i>                | <i>Вопрос на зачете<br/>6–10</i>  |
| 3     | <i>ИПК-1.4. Имеет навыки решения математических задач, соответствующих квалификации, возникающих при проведении научных и прикладных исследований</i> | Владеет теоретическими и практическими знаниями о вариационном методе; использованием на практике теоретические знания, полученные в результате изучения дисциплины. | <i>РГЗ,<br/>Т</i>                | <i>Вопрос на зачете<br/>11–15</i> |

|   |  |  |                         |   |
|---|--|--|-------------------------|---|
| 4 | <i>ИПК-2.2</i><br><i>Разрабатывает новые математические модели в естественных науках</i> | Знает понятия и гипотезы для предметной области и исследуемых моделей.   | <i>РГЗ,</i><br><i>Т</i> | <i>Вопрос на зачете</i><br><i>16–20</i> |
| 5 | <i>ИПК-2.2</i><br><i>Разрабатывает новые математические модели в естественных науках</i> | Умеет использовать современные методы и подходы для изучения рассматриваемых процессов и явлений, грамотно использовать и развивать математическую теорию и физико-математические модели, лежащие в их основе. | <i>РГЗ,</i><br><i>Т</i> | <i>Вопрос на зачете</i><br><i>21–36</i> |
| 6 | <i>ИПК-2.2</i><br><i>Разрабатывает новые математические модели в естественных науках</i> | Владеет навыками применения классических и современных методов анализа математических моделей формализованных материальных объектов и процессов.   | <i>РГЗ,</i><br><i>Т</i> | <i>Вопрос на зачете</i><br><i>21–36</i> |

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### ***Примерный перечень вопросов и заданий***

#### ***Расчетно-графическая работа***

- 1) Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в круге  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  при следующих граничных условиях:
  - a)  $u(1, \varphi) = 10 \cos \varphi + 17 \cos 5\varphi$ .
  - b)  $u(1, \varphi) = 8 \cos 2\varphi + 17 \cos 4\varphi$ .
  - c)  $u(1, \varphi) = 10 \sin 8\varphi + 17 \sin 3\varphi$ .
  - d)  $u(1, \varphi) = 1 + 38 \cos \varphi$ .
  - e)  $u(1, \varphi) = 10 + 32 \sin 5\varphi$ .
- 2) Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в кольце  $1 \leq r \leq 2$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  при следующих граничных условиях:
  - a)  $u(1, \varphi) = 8 \cos 2\varphi$ ;  $u(2, \varphi) = 17 \cos 2\varphi$ .
  - b)  $u(1, \varphi) = 20 \cos 3\varphi$ ;  $u(2, \varphi) = 34 \cos 3\varphi$ .
  - c)  $u(1, \varphi) = 20 \sin \varphi$ ;  $u(2, \varphi) = 34 \sin 2\varphi$ .
  - d)  $u(1, \varphi) = 24 \sin 2\varphi$ ;  $u(2, \varphi) = 6 + 33 \sin 2\varphi$ .
  - e)  $u(1, \varphi) = 10 + 32.5 \sin 5\varphi$ ;  $u(2, \varphi) = 17 \sin 5\varphi$ .
- 3) Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа  $\Delta u = 0$  в круговом секторе  $0 \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \varphi \leq \alpha$  при следующих граничных условиях:
  - a)  $u(1, \varphi) = \sin 12\varphi$ ;  $u(r, 0) = u\left(r, \frac{\pi}{6}\right) = 0$ .
  - b)  $u(1, \varphi) = 5 \sin 3\varphi$ ;  $u(r, 0) = u\left(r, \frac{2\pi}{3}\right) = 0$ .
  - c)  $u(1, \varphi) = 11 \cos 24\varphi$ ;  $u_\varphi(r, 0) = u_\varphi\left(r, \frac{\pi}{6}\right) = 0$ .
  - d)  $u(1, \varphi) = 9 \sin 10\varphi$ ;  $u_\varphi(r, 0) = u_\varphi\left(r, \frac{7\pi}{4}\right) = 0$ .
  - e)  $u(1, \varphi) = 17 \cos 7\varphi$ ;  $u_\varphi(r, 0) = u_\varphi\left(r, \frac{\pi}{2}\right) = 0$ .
- 4) Решить краевую задачу для одномерного уравнения теплопроводности с однородными



граничными условиями методом Фурье:

- a)  $u_t = u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 10 \sin 3\pi x + \sin 4\pi x$ ;  $u(0, t) = u(1, t) = 0$ .
- b)  $u_t = 2u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 9 \cos 3\pi x + 10 \cos 5\pi x$ ;  $u(0, t) = u(2, t) = 0$ .
- c)  $u_t = 3u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 8 \sin \pi x + 11 \sin 2\pi x$ ;  $u(0, t) = u(3, t) = 0$ .
- d)  $u_t = 4u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 7 + 12 \cos 4\pi x$ ;  $u(0, t) = u(4, t) = 0$ .
- e)  $u_t = 7u_{xx}$ ;  $u(x, 0) = 7 \sin 3\pi x + 15 \sin 5\pi x$ ;  $u(0, t) = u(1, t) = 0$ .

**Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

- 1) Линейное уравнение переноса:
  - Описание линейного многомерного уравнения переноса. - Постановка начальной задачи (задачи Коши) для уравнения переноса.
  - Метод характеристик построения явной формулы для решения уравнения переноса в однородном и неоднородном случаях.
- 2) Нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными первого порядка:
  - Описание общего нелинейного уравнение с частными производными первого порядка.
  - Определение полного интеграла. Симметричен ли тензор истинных напряжений, почему?
  - Построение полного интеграла для уравнения Эйконала, и уравнения Гамильтона - Якоби.
- 3) Метод продолжения уравнения по параметру для построения нового класса решений: - Описание метода продолжения по параметру.
  - Основная теорема о продолжении уравнения первого порядка по параметру. - Примеры построения решений для уравнения Эйконала и уравнения Гамильтона - Якоби.
- 4) Метод характеристик решения нелинейных уравнений с частными производными первого порядка:
  - Основные определения.
  - Построение характеристических систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
  - Теорема о структуре характеристических систем.
- 5) Граничные задачи для нелинейных уравнений с частными производными первого порядка:
  - Построение и анализ граничных задач различных типов.
  - Выпрямление границы.
  - Согласованные граничные условия.
  - Нехарактеристические граничные данные.
  - Локальные теоремы существования решений граничных задач.
- 6) Элементы теории уравнений Гамильтона - Якоби:
  - Вычисление вариации уравнений Гамильтона - Якоби.
  - Система обыкновенных дифференциальных уравнений Гамильтона.
  - Уравнения Эйлера - Лагранжа.
  - Основная теорема об уравнениях Эйлера – Лагранжа.
- 7) Преобразования Лежандра для функций Лагранжа:
  - Определение преобразования Лежандра в случае выпуклого лагранжиана.
  - Основная теорема о преобразовании Лежандра (выпуклая двойственность).
  - Формулы Хопфа - Лакса.
  - Применение формулы Хопфа - Лакса к решению задачи минимизации лагранжиана.
- 8) Слабое решение задачи Коши для уравнения Гамильтона - Якоби:
  - Условия полувогнутости.

- Основные леммы о полувогнутости.
  - Определение слабого решения.
  - Теорема о единственности слабого решения задачи Коши для уравнения Гамильтона
  - Якоби.
- 9) Введение в теорию законов сохранения:
- Функциональные пространства.
  - Слабые решения дифференциальных законов сохранения.
  - Условия на поверхностях разрыва слабого решения и их физическая интерпретация.
  - Ударные волны. Возрастание энтропии.
- 10) Метод Лакса - Олейник построения слабого решения задачи Коши для уравнения консервативного течения:
- Описание метода Лакса - Олейник.
  - Вывод формулы Лакса - Олейник.
  - Доказательство основных теорем о свойствах формулы Лакса - Олейник.

### **Критерии оценивания результатов обучения**

*Критерии оценивания по зачету:*

*«зачтено»: студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, знает вопросы основного учебно-программного материала, допускает незначительные ошибки; студент умеет обоснованно применять и правильно реализовывать современные методы решения задач математической физики и уравнений в частных производных; справился с выполнением заданий, предусмотренных программой дисциплины.*

*«не зачтено»: материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется реализовывать современные методы решения задач математической физики и уравнений в частных производных, довольно ограниченный объем выполненных заданий, предусмотренных программой дисциплины.*

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы: учебное пособие / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова. — 2-е изд., доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 276 с. — ISBN 978-5-8114-2133-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168915>

2. Ибрагимов, Н. Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности: учебник / Н. Х. Ибрагимов; перевод с английского И. С. Емельяновой. — 2-е изд., доп. и испр. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 332 с. — ISBN 978-5-9221-1377-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/5268>

3. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: учебное пособие / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 216 с. — ISBN 978-5-8114-0863-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/71748>

### **5.2. Периодическая литература**

### **5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

#### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
3. ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

#### **Профессиональные базы данных:**

1. Web of Science (WoS) <http://webofscience.com/>
2. Scopus <http://www.scopus.com/>
3. ScienceDirect [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)
4. Журналы издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
5. Научная электронная библиотека (НЭБ) <http://www.elibrary.ru/>
6. "Лекториум ТВ" <http://www.lektorium.tv/>
7. Университетская информационная система РОССИЯ <http://uisrussia.msu.ru>

#### **Ресурсы свободного доступа:**

1. КиберЛенинка (<http://cyberleninka.ru/>);
2. Курсы ведущих вузов России" <http://www.openedu.ru/>;
3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>;
4. Онлайн-курсы и сертификаты от ведущих вузов мира <https://ru.coursera.org/>.

#### **Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>

2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Библиотека информационных ресурсов кафедры информационных образовательных технологий <http://mschool.kubsu.ru;>
4. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>
5. Российская система прочностного анализа на основе метода спектральных конечных элементов Fidesys <http://www.cae-fidesys.com/ru/about/info>

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

– *Общие рекомендации по самостоятельной работе обучающихся.*

*Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.*

*Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:*

*Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).*

*Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".*

*Положение о самостоятельной работе студентов (утверждено приказом № 272 КубГУ от 03 марта 2016 г.).*

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

| Наименование специальных помещений   | Оснащенность специальных помещений  | Перечень лицензионного программного обеспечения         |
|--|---|---|
| Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа  | Мебель: учебная мебель<br>Технические средства обучения: экран, проектор, компьютер | Microsoft Windows<br>Microsoft Office Professional Plus |
| Учебные аудитории для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и | Мебель: учебная мебель<br>Технические средства обучения: Компьютеры                 | MatLab<br>Fortran                                       |

|                          |  |  |
|--------------------------|--|--|
| промежуточной аттестации |  |  |
|--------------------------|--|--|

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

| Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся                       | Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся  | Перечень лицензионного программного обеспечения |
|---|--|---|
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки) | Мебель: учебная мебель<br>Комплект специализированной мебели: компьютерные столы<br>Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi) |   |
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся (ИС 6, ИС 7)                       | Мебель: учебная мебель<br>Комплект специализированной мебели: компьютерные столы<br>Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi) |   |