

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

 ГА Хагуров

« 28 июля » 2021 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.14.01 Математический анализ

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Направленность (профиль): Фундаментальная физика

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины Б1.О.14.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 03.03.02 Физика

Программу составила:

Яременко Л.А., канд. физ. - мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины Б1.О.14.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ утверждена на заседании кафедры ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ протокол № 7 «б» апреля 2021 г.  
Заведующий кафедрой Голуб М.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 3 «12» мая 2021 г.  
Председатель УМК факультета/института Шмалько С. П.



Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины.**

Математический анализ является базовой учебной дисциплиной, целями и задачами которой является теоретическое и практическое освоение студентами математических методов, необходимых при изучении общих и специальных учебных дисциплин различного содержания. В природе и технике всюду встречаются движения, процессы, которые описываются функциями. Законы явлений природы также обычно описываются функциями. Отсюда объективная важность математического анализа как средства изучения функций. Математический анализ – это часть математики, в которой методами пределов изучаются функции. Основу математического анализа составляет теория действительного числа, теория пределов, теория рядов, дифференциальное и интегральное исчисление для вещественных функций одной вещественной переменной и их непосредственные приложения. В результате дальнейшего развития дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной и обобщения встречающихся в нем понятий появились такие разделы математического анализа как дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных. В дисциплине изучаются также непосредственные приложения дифференциального и интегрального исчисления, такие как теория экстремумов, теория неявных функций, ряды Фурье.

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

**Цель дисциплины** – изучение теоретических основ математического анализа, освоение методов исследования функций и формирование у студентов навыков корректного использования математических формул и методов вычисления, способности применять базовые знания для практического использования математических методов при анализе, решении и создании математических моделей типовых профессиональных задач.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Важнейшей задачей подготовки бакалавра на ФТФ университета является формирование у студентов высоких профессиональных качеств. Значительная роль при этом отводится математическим дисциплинам. Основными в курсе математического анализа являются понятия вещественного числа, множества, функции, предела, производной, интеграла. Без этих понятий были бы невозможны многие расчеты в современной физике, механике и т. п. Поэтому необходимо знать физическую сущность фундаментальных понятий, теоретические основы этих понятий, законы и методы математического анализа, и способы их применения в физических дисциплинах и других областях знаний. Формирование у студента фундаментальных понятий и знаний:

- формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами;
- формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций одной и многих переменных. Овладение методами вычисления пределов;
- формирование знаний о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций одной и многих переменных;
- формирование знаний о производных, их геометрическом и физическом смысле, дифференцируемых функциях одной и нескольких переменных, а также навыков их применения к исследованию свойств функций и отысканию их приближенных значений;
- формирование знаний об интегрировании функций одной и многих переменных, включая определенные, криволинейные, кратные и поверхностные интегралы; овладения навыками их вычисления и применения;
- формирование представлений об основных элементах теории поля, овладение навыками применения формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса;
- формирование знаний о числовых, функциональных и степенных рядах, умений и навыков использования представления функций в виде ряда Тейлора.

Общими задачами дисциплины являются обучение студентов основным математическим методам, необходимым для моделирования реальных процессов и

явлений. Формирование у студентов способности применять полученные знания к построению и анализу математических моделей различных процессов при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. В соответствии с рабочим учебным планом для направления 03.03.02 Физика дисциплина изучается на 1 курсе по очной форме обучения. Вид промежуточной аттестации: экзамен.

Для изучения дисциплины «Математический анализ» требуются знания из курса математики средней школы в объеме, включающем алгебру, начала анализа, тригонометрию, планиметрию и стереометрию. Знания, полученные в этом курсе, используются в функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации, в физических дисциплинах, таких как оптика, теоретическая механика др.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

Код и наименование индикатора*достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной</b>	
ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает фундаментальные понятия, основные положения и принципы математического анализа, прикладные аспекты дисциплины.
	Умеет выявлять и анализировать математическую сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и корректно использовать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.
	Владеет навыками корректного использования методов математического анализа к построению и анализу математических моделей физических процессов и применять их в профессиональной деятельности.

Результаты обучения по дисциплине достигаются в рамках осуществления всех видов контактной и самостоятельной работы обучающихся в соответствии с утвержденным учебным планом.

Индикаторы достижения компетенций считаются сформированными при достижении соответствующих им результатов обучения.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 10 зачетных единиц (360 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Виды работ	Всего часов	Форма обучения			
		очная		очно-заочная	заочная
		1 семестр (часы)	2 семестр (часы)	X семестр (часы)	X курс (часы)
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	132,6	68,3	64,3		
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	132	68	64		
занятия лекционного типа	66	34	32		
лабораторные занятия					
практические занятия	66	34	32		
семинарские занятия					
<b>Иная контактная работа:</b>	14,6	7,3	7,3		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	14	7	7		
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,6	0,3	0,3		
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	142	69	73		
<i>Контрольная работа</i>	40	20	20		
<i>Самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т. д.)</i>	102	49	53		
Подготовка к текущему контролю					
<b>Контроль:</b>	71,4	35,7	35,7		
Подготовка к экзамену	71,4	35,7	35,7		
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	360	144	180	
	<b>в том числе контактная работа</b>	132,6	68,3	64,3	
	<b>зач. ед</b>	10	5	5	

## 2.2 Содержание дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 1 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1.	Введение в анализ	10	2	2		6
2.	Предел последовательности	17	4	2		11
3.	Предел и непрерывность функции	26	8	6		12
4.	Дифференцирование функций одной переменной	32	8	8		16
5.	Неопределённый интеграл	26	6	8		12
6.	Определённый интеграл и его приложения	26	6	8		12
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	112	34	34		69
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	7				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	180				

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре (очная форма обучения)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
7.	Функции многих переменных	10	2	2		6
8.	Дифференцирование функций многих переменных	18	4	2		12
9.	Кратные интегралы и их приложения	24	6	6		12
10.	Криволинейные интегралы	22	4	6		12
11.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	32	8	8		16
12.	Числовые, функциональные и степенные ряды	31	8	8		15
	<b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>	<b>138</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>73</b>
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	7				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	180				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1.	Введение в анализ	Предмет математического анализа. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика. Свойства действительных чисел. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков. Представление действительных чисел десятичными дробями. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах. Гиперболические функции, их свойства и графики.	Р
2.	Предел последовательности	Определение предела последовательности. Свойства сходящейся последовательности: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами. Предел монотонной последовательности. Число «ε». Принцип стягивающихся отрезков. Примеры вычисления пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.	К
3.	Предел и непрерывность функции	Понятие предела функции. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений. Определение предела функции на языке окрестностей. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Общее определение предела функции на языке окрестностей. Свойства пределов функций. Арифметические операции над функциями, имеющими пределы. Свойства предела функции, связанные с неравенствами. Предел композиции функций. Пределы монотонных функций. Критерий Коши	Доказательство теорем по аналогии (по усмотрению лектора) К

		существования предела функции. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел. Следствия второго замечательного предела. Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций, непрерывных в точке. Точки разрыва функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении функции). Следствие теоремы. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении функцией экстремальных значений). Сравнение функций. $O$ – символика. Теоремы об эквивалентных функциях. Сравнение бесконечно малых функций	
4.	Дифференцирование функций одной переменной	Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл дифференциала. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически. Производная композиции функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей. Многочлен Тейлора и формула Тейлора дифференцируемой функции, различные формы записи остаточного члена. Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций. Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты. Экстремальные значения функции на отрезке.	Проверка существенности условий теорем (по усмотрению лектора) К
5.	Неопределенный интеграл	Первообразная функции и неопределенный интеграл, свойства. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: замена переменного, интегрирование по частям. Простые дроби и их интегрирование. Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. Подстановки Чебышева.	А
6.	Определённый интеграл и его приложения	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Понятие длины кривой. Дифференциал дуги гладкой кривой. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла. Понятие площади плоской фигуры. Выражение площади интегралом. Понятие объема пространственной области. Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения. Приложение определенного интеграла к задачам физики. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения и некоторые условия их сходимости.	Устный опрос
7.	Функции многих переменных	Линейное пространство $R^m$ . Норма, сходимость последовательности точек. Открытые и замкнутые множества, их свойства, окрестности. Двойные и повторные пределы. Предел функции многих переменных, непрерывность. Вещественная функция двух переменных и	Устный опрос

		ее график, линии уровня. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте.	
8.	Дифференцирование функций многих переменных	Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных. Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных. Формула Тейлора функции многих переменных. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Достаточные условия локального экстремума. Вычисление производных функций, заданных неявно. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.	Устный опрос
9.	Кратные интегралы и их приложения	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Мера Жордана. Измеримые множества на плоскости. Суммы Дарбу. Условия существования двойного интеграла. Свойства двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.	Р
10.	Криволинейные интегралы	Криволинейные интегралы I-го и 2-го рода, их свойства. Геометрический смысл криволинейного интеграла I-го рода. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ . Работа силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.	Р Устный опрос
11.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.	Письменный опрос
12.	Числовые, функциональные и степенные ряды	Числовой ряд. Определение суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сходимости рядов: сравнения, Даламбера и Коши, интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его	УО

		сходимость. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Понятие функционального ряда, его суммы. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций: $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $(1+x)^r$ , $\ln(1+x)$ . Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции. Ряды Фурье. Условия разложения функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, заданной в произвольном промежутке. Разложение в ряд Фурье только по косинусам или только по синусам.	
--	--	--	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа (практические занятия)

№	Наименование раздела (темы)	Тематика занятий	Форма текущего контроля
1.	Введение в анализ	Операции над множествами. Логическая символика. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Абсолютная величина числа. Решение числовых неравенств уравнений содержащих модуль. Множества на прямой, окрестности. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Композиции функций. Обратная функция. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Композиция функций. Обратная функция, функции, заданные неявно параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах, гиперболические функции, их свойства построение графиков. Верхняя и нижняя грани функции.	Решение задач. КР-1 ИЗ-1
2.	Предел последовательности	Вычисление предела последовательностей. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Вычисление пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Частичные пределы числовой последовательности. Верхний и нижний пределы	Решение задач. КР-1 ИЗ-1
3.	Предел и непрерывность функции	Техника вычисления пределов функций (раскрытие неопределённостей, замена переменного при вычислении предела). Использование замечательных пределов при вычислении пределов. Вычисления пределов функций с помощью асимптотических формул и теорем об эквивалентных функциях. Пределы монотонных функций. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел Следствия второго замечательного предела. Сравнение функций. О – символика. Сравнение бесконечно малых функций. Исследование функции на непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Непрерывность элементарных функций. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	Решение задач. КР-2 ИЗ-2
4.	Дифференцирование функций одной переменной	Нахождение производной функции, заданной явно, используя правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций, композиции функций. Нахождение производной обратной функции, функции, заданной параметрически и неявно, дифференциала функции. Решение задач прикладного характера, используя геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и	Решение задач. А КР-3 ИЗ-3

		значений функций. Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты. Нахождение экстремальных значений функции на отрезке. Общая схема исследования функции и построения графика	
5.	Неопределенный интеграл	Вычисление интегралов, «близких» к табличным, используя основные методы интегрирования (замена переменного, интегрирование по частям). Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и гиперболических функций. Подстановки Чебышева. Вычисление интегралов с помощью степенных рядов.	Р КР-4 ИЗ-4
6.	Определённый интеграл и его приложения	Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле. Вычисление длины кривой, площади плоской фигуры, объема тела с помощью поперечных сечений, объема тела вращения, площадей поверхностей вращения. Применение определенного интеграла к физическим задачам. Вычисление несобственных интегралов. Признаки сравнения и некоторые условия сходимости несобственных интегралов. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения и некоторые условия сходимости несобственных интегралов.	Техника вычисления интегралов, КР-4 ИЗ-4
7.	Функции многих переменных	Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Вычисление двойных и повторных пределов. Нахождение областей определения функций многих переменных, линий и поверхностей уровня, предела, исследование на непрерывность функции многих переменных.	Решение задач, Проверка домашнего задания, КР-5, ИЗ-5
8.	Дифференцирование функций многих переменных	Разные способы нахождения частных производных и дифференциалов функции многих переменных. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Вычисление производных функций, заданных неявно. Нахождение производной по направлению, градиента функции. Геометрический смысл полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора. Экстремум функции многих переменных. Нахождение условного экстремума методом неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.	Решение задач, КР-5, ИЗ-5
9.	Кратные интегралы и их приложения	Вычисление двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.	Решение задач, КР-6, ИЗ-6
10.	Криволинейные интегралы	Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода. Геометрический смысл криволинейного интеграла I-го рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода с помощью формулы Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Нахождение первообразной для подынтегрального выражения $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ . Вычисление работы силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.	Решение задач, КР-7, ИЗ-7

11.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	Вычисление площади поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.	Решение задач, А КР-7, ИЗ-7
12.	Числовые, функциональные и степенные ряды	Нахождение суммы ряда. Ряд геометрической прогрессии. Исследование сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Исследование сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда, области сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции. Разложение в ряд Фурье периодической функции. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, функции, заданной в произвольном промежутке. Разложение в ряд Фурье только по косинусам или только по синусам.	Решение задач, КР-8, ИЗ-8

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), устный опрос (УО)

### 2.3.3 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Введение в анализ	1. Зорич В. А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Т. 2 – 789 с. 2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с. 3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с. 4. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.
2	Предел последовательности	1. Зорич В.А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Т. 2 – 789 с. 2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с. 3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с. 4. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с. 5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.
3	Предел функции	1. Зорич В. А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с. Т. 2 – 789 с.

		<p>2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с.</p> <p>4. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. . – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.</p> <p>5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.</p>
4	Непрерывность функции	<p>1. Зорич В. А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с.Т. 2 – 789 с.</p> <p>2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с.</p> <p>4. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. . – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.</p> <p>5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.</p>
5	Дифференцирование функций одной переменной	<p>1. Зорич В. А. Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с.Т. 2 – 789 с.</p> <p>2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2019. – 496 с.</p> <p>4. Лунгу К.Н, Писменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. . – М.: Айрис-пресс, 2017. – 576 с.</p> <p>5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.</p>
6	Неопределённый интеграл	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p>
7	Определённый интеграл, несобственный интеграл, приложения определенного интеграла	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p> <p>3. Фихтенгольц Г.М. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник; в 2 т. СПб. Лань, 2020. Т. I. - 440с., Т. II. - 463с.</p>
8	Дифференцирование функций многих переменных	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p>
9	Кратные интегралы и их приложения	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p> <p>3. Яременко Л.А. Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.</p>
10	Криволинейные и поверхностные интегралы	<p>1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с.</p> <p>2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.</p> <p>3. Яременко Л.А., Подберезкина А.И. Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.- 109 с.</p>

11	Числовые, функциональные и степенные ряды	1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Лань, 2021. – 624 с. 2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2019. – 504 с.
----	---	---

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

В ходе изучения дисциплины предусмотрено использование следующих образовательных технологий: лекции, практические занятия, подготовка письменных аналитических работ, самостоятельная работа студентов (изучение теоретического материала; выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных типовых заданий; подготовка к опросу; подготовка к зачету). Полезны следующие формы работы: лекции с проблемным изложением; дискуссии по сложным вопросам; технологии развития критического мышления; формы работы, направленные на усвоение знаний и способов действий по самоконтролю; формы работы, способствующие саморазвитию и самообразованию студентов.

Компетентностный подход в рамках преподавания дисциплины реализуется в использовании интерактивных технологий и активных методов (проектных методик, разбора конкретных ситуаций) в сочетании с внеаудиторной работой.

Информационные технологии, применяемые при изучении дисциплины: использование информационных ресурсов, доступных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет.

Адаптивные образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины – для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «*Математический анализ*».

Оценочные средства включают контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме *заданий к контрольным работам, индивидуальных заданий, устного опроса, вопросов к коллоквиуму* и **промежуточной аттестации** в форме *вопросов к экзамену*.

#### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

	Результаты обучения	Наименование оценочного средства
--	---------------------	----------------------------------

№ п/п	Код и наименование индикатора (в соответствии с п. 1.4)	(в соответствии с п. 1.4)	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает топологию действительных чисел, фундаментальные понятия анализа: понятие функции, композиции функций, графики функций; понятие предела последовательности, функции, их свойства; методы нахождения пределов. Умеет решать задачи с использованием метода математической индукции; производить арифметические действия над действительными числами, решать задачи с использованием метода математической индукции. Владеет навыками практического использования знаний формул при решении типовых задач, методами доказательства теорем; техникой вычисления пределов последовательностей и функций.	<i>Р.</i> <i>Вопрос на коллоквиуме 1-7 Из-1, КР-1,</i> <i>Вопросы на коллоквиуме 8-15</i> <i>Из-2, К.-2,</i> <i>Вопрос на коллоквиуме 16-25</i>	<i>Вопросы на экзамене (1 семестр) 1-35</i>
2	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает определение производной функции, дифференциала, понятие дифференцируемости функции, правила дифференцирования, геометрический и механический смысл производной и дифференциала; определение производных и дифференциалов высших порядков, разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора. Умеет производные и дифференциалы функций, используя производные основных элементарных функций и правила дифференцирования. Владеет методами дифференциального исчисления функции одной переменной для исследования функций и построения графиков	<i>А</i> <i>Из-3, КР-3,</i> <i>Вопрос на коллоквиуме 26-43</i>	<i>Вопросы на экзамене (1 семестр) 36-57</i>
3	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие первообразной и неопределённого интеграла, их свойства; основные методы интегрирования. Умеет находить первообразную функции и неопределённый интеграл, используя основные методы интегрирования.	<i>Р,</i> <i>Устный опрос</i>	<i>Вопросы на экзамене (1 семестр) 58-64</i>

		Владеет методами нахождения неопределённых интегралов.		
4	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие определённого интеграла, их свойства; основные методы интегрирования; понятие несобственных интегралов, свойства; основные методы интегрирования, признаки сходимости; Умеет вычислять определённые интегралы, используя основные методы интегрирования, и применять их в решении профессиональных задач. Владеет методами нахождения определённых интегралов;	<i>ИЗ-4, КР-4</i>	<i>Вопросы на экзамене (1 семестр) 65-79</i>
5	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие $n$ -мерного евклидова пространства; основные понятия топологии пространства; определение предела, непрерывности функций; свойства непрерывных функций многих переменных. Умеет находить пределы функций; исследовать непрерывность функций в точке и на множестве. Владеет техникой вычисления пределов функций.	<i>Устный опрос</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 1-6</i>
6	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает определение дифференцируемости функции многих переменных; теоремы об исследовании функции на экстремум. Умеет находить частные производные и дифференциал функции многих переменных; доказывать утверждения; формулировать следствия этих утверждений. Владеет методами дифференциального исчисления функций многих переменных для исследования функций и решения типовых задач	<i>ИЗ-5, КР-5</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 6-18</i>
7	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие двойного, тройного интеграла; их свойства и приложения к геометрическим и физическим задачам. Умеет доказывать утверждения; формулировать следствия этих утверждений; вычислять двойные и тройные	<i>ИЗ-6, КР-5,</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 19-26;</i>

		интегралы, применять интегралы функций многих переменных в геометрических и физических задачах. Владеет методами интегрирования функций многих переменных для построения и анализа математических моделей физических процессов		
8	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие криволинейного интеграла первого и второго рода, их свойства и применения. Умеет находить криволинейные интегралы и применять их в геометрических и физических задачах. Владеет навыками практического использования математических формул при решении профессиональных задач.	<i>P</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 27-31;</i>
9	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает понятие поверхностного интеграла первого и второго рода, их свойства и применения. Умеет находить и применять их в геометрических и физических задачах; использовать основные понятия теории поля и применять теоремы Остроградского и Стокса. Владеет навыками практического использования математических формул при решении профессиональных задач геометрических и физических задач.	<i>KP-7, ИЗ-7</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 32-37;</i>
10	ИОПК-1.1. Понимает теоретические и методологические основания избранной области физико-математических и (или) естественных наук	Знает определение числового ряда, суммы ряда, свойства и признаки сходимости рядов; понятие абсолютной и условной сходимости ряда; понятие функционального ряда, суммы ряда, равномерной сходимости, свойства и признаки сходимости; определение степенного ряда, области сходимости, ряда Тейлора, основные разложения элементарных функций в степенные ряды; понятие о ряде Фурье и преобразовании Фурье. Умеет находить суммы числовых рядов и исследовать сходимость числовых рядов; находить область сходимости степенного ряда, разлагать элементарные функции в	<i>ИЗ-8, KP -8</i>	<i>Вопросы на экзамене (2 семестр) 38-48</i>

		<p>степенные ряды; применять ряды в приближённых вычислениях; представлять функции тригонометрическим рядом Фурье.</p> <p>Владеет навыками практического использования математических методов при решении профессиональных задач.</p>		
--	--	---	--	--

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

***Контрольная работа***

*Типовой вариант КР-1*

1. Найти область определения функции

$$y = \ln \left( x + 1 - \frac{x^2 + 1}{x + 3} \right);$$

2. Построить графики функций:

$$1) f(x) = 2|x| - 3; \quad 2) f(x) = \text{sign}(2|x - 3| - 1).$$

3. Вычислить пределы числовых последовательностей:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}; \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3n^2} - \sqrt{n}}{n-1}; \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 4n^2} - n).$$

4. Найти верхний и нижний пределы последовательности

$$x_n = \frac{2n}{n+1} \cos^2 \frac{\pi n}{2}.$$

*Типовой вариант КР-2*

1. Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{8x}-1}{\text{tg} 3x}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и установить характер точек разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq -1, \\ 1, & -1 < x \leq 0, \\ \frac{1}{x-1}, & x > 0. \end{cases}$$

3. Подобрать значения  $a$  и  $b$  так, чтобы функция

$$f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1, \\ x^2 + ax + b, & |x| > 1, \end{cases}$$

$f(x)$  была непрерывной на  $R$ .

*Типовой вариант КР-3*

1. Вычислить производные функций:

a)  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} + \arcsin \frac{x}{2};$

б)  $y = (\ln x - 2)\sqrt{1 + \ln x}$ ;

в)  $y = (\sin x^2)^{x+1}$ .

2. Найти производные  $y'_x, y''_{x^2}$  функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$$

3. Разложить по формуле Тейлора

а) функцию  $f(x) = \frac{2}{1-3x^2}$  в окрестности точки  $x_0 = 1$ .

б) функцию  $f(x) = e^x$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $x_0 = 1$ .

4. Исследовать функцию и построить ее график

а)  $y = \frac{x^3-1}{x+2}$ ; б)  $y = \sqrt[3]{x(x-3)^2}$ .

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = e^{x-2x^2}$  на отрезке  $[0; 1]$ .

6. Электрический заряд, проходящий через проводник, начиная с момента  $t = 0$ , задается формулой  $Q = t^3 - 9t^2 + 15t + 1$ . Найти силу тока для  $t = 3$  с.

7. Найти на графике кривой функции  $f(x) = x^3$  точку, касательная в которой параллельна хорде, соединяющей точки  $A(-1; -1)$  и  $B(2; 8)$ .

#### Типовой вариант КР-4

1. Найти неопределенные интегралы:

1)  $\int \frac{x^3 + x^2 + 5}{\sqrt[3]{x}} dx$ ; 2)  $\int x \cos(2x - 1) dx$ .

1. Вычислить определенные интегралы:

1)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x^2+4}{x^3-x^2+x+1} dx$ ; 2)  $\int_{-2}^1 \frac{(x+5)dx}{x^2+4x+13}$ .

2. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями

$$y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$x = \cos t, y = 2 \sin t.$$

4. Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной данными кривыми:

$$xy = 1, y = 0, x = 1, x = 2.$$

5. Найти координаты центра масс области, ограниченной параболой  $y = x^2 - 2x$  и прямой  $y = x$ .

#### Типовой вариант КР-5

1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции

$$z = \sqrt{4 - x^2} - 2 \ln(9 - y^2).$$

2. Найти частные производные дифференциалы первого и второго порядка функции

$$f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y}.$$

3. Дана функция  $z = x^2 - 4xy + y^2 + 3x - 15$ . Найти производную функции по направлению  $\vec{l} = P_0P_1$ , где  $P_0(-1, 3), P_1(3, 7)$ .

4. Исследовать функцию на экстремум:

$$f(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 7.$$

5. Найти наибольший объем, который может иметь прямоугольный параллелепипед, если сумма длин ребер его равна  $a$ .

6. Вычислить приближённо с помощью полного дифференциала с точностью до 0,01:

$$\sqrt{(1,03)^3 + (1,98)^3}$$

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = 4x^2 + y^2$  в области, ограниченной прямыми  $y = 0$ ,  $y = x$ ,  $x = 2$ .

*Типовой вариант КР-6*

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

$$r = a(2 - \cos \varphi) \quad (a > 0).$$

2. Найти массу неоднородной пластины  $D$ , ограниченной линиями:  $xy = 3$ ,  $x + y = 4$ , если поверхностная плотность в каждой точке равна  $\rho = \frac{x}{y^2}$ .

3. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

$$x + y + z = 2, y = x^2, y = x, z = 0.$$

4. Вычислить двойной интеграл, переходя к полярным координатам

$$\iint_D x^2 y^3 dx dy, \quad D: x^2 + y^2 = 9, x \geq 0, y \geq 0.$$

5. Переходя к сферическим координатам, вычислить интеграл

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

где область  $V$  ограничена поверхностью  $x^2 + y^2 + z^2 = z$ .

6. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить  $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями  $x^2 + y^2 = 2z$ ,  $z = 2$ .

*Типовой вариант КР-7*

1. Найти массу кривой  $y = \ln x$  от точки  $x = e$  до точки  $x = e^2$ , если ее линейная плотность  $\rho(x, y) = 3x^2$ .

2. Найти работу силы  $\vec{F} = (x + y)\vec{i} + 2x\vec{j}$ , при перемещении материальной точки единичной массы вдоль верхней половины окружности  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $M(2; 0)$ ,  $N(-2; 0)$  от точки  $M$  до точки  $N$ .

3. Вычислить криволинейный интеграл по формуле Грина

$$\oint_L (x + y) dx - (x - y) dy,$$

где  $L$  – контур эллипса  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ .

4. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a} = -2y\vec{i} + 3x\vec{j} + z^2\vec{k}$ , если  $L: x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = 1$ , непосредственно и по формуле Стокса.

5. Найти поток векторного поля  $\vec{a} = x^2\vec{i} - y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ , через часть сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ , в направлении внешней нормали.

*Типовой вариант КР-8*

1. Исследовать на сходимость указанных рядов с положительными членами:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^n; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^3}{(2n)!}; \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}.$$

2. Найти область сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$$

3. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0 = -2$  функцию

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}. \text{ Найти область сходимости полученного ряда.}$$

4. Разложить в ряд Фурье функцию в указанном интервале

$$f(x) = \pi - 2x, \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

5. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x) = 1 - 2x$  только по косинусам или только по синусам в интервале  $(0;2)$ .

*Типовые задачи для самостоятельной работы*

### I семестр

1. Построить графики функций:

$$y = -\log_2(x + 3); y = \left| \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \right|; y = \operatorname{tg}|x|.$$

2. Исходя из определения предела, доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x+8}{2x+3} = \frac{7}{2}.$$

3. Для каких значений  $x$  выполняется неравенство  $\left| \frac{7x+8}{2x+3} - \frac{7}{2} \right| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon > 0$ ? Провести расчеты для  $\varepsilon = 0,1$ ;  $\varepsilon = 0,01$ .

4. Найти пределы последовательностей:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2)}{4n^2}; \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 3}{2n - 1} \right)^n ;$$

5. Найти пределы функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{x^2}; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 + 2} \right); \lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

6. Исходя из определения, доказать, что функция  $f(x) = x^3$  бесконечно малая при  $x \rightarrow 0$ .

7. Исходя из определения, доказать, что функция  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  бесконечно большая при  $x \rightarrow 0$ .

8. Найти производную функции

$$y = \ln \sin \operatorname{arctg} \sqrt{1 + x^2}.$$

9. В какой точке касательная к параболу  $y = x^2 + 4x$  параллельна оси абсцисс?

10. Провести касательную к гиперболу  $y = \frac{x+9}{x+5}$  так, чтобы она прошла через начало координат.

11. Найти дифференциал первого и второго порядка для функции  $y = e^x$  в двух случаях: 1)  $x$ - независимая переменная; 2)  $x$ - промежуточный аргумент.

12. Найти  $u''$ , если а)  $y = \frac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$ ; б)  $y = \arccos x \sqrt{1 - x^2}$ .

13. Найти производную порядка  $n$  для функции а)  $y = \frac{1}{x(1-x)}$ ; б)  $y = \sin 2x$ .

14. Найти приближенное значение а)  $e^{0,2}$ ; б)  $\cos 320$ .

15. Показать, что уравнение  $x^3 - 3x + c$  не может иметь двух различных корней в интервале  $(0;1)$ .

16. Написать формулу Лагранжа для функции  $y = \operatorname{arcsin} 2x$  на отрезке  $[x_0, x_0 + \Delta x]$ .

17. При каких значениях  $a$  и  $b$  точка  $(1,3)$  служит точкой перегиба линии  $y = ax^3 + bx^2$ ?

18. Найти неопределенные интегралы:

$$а) \int (5x + 1)e^{-x} dx; б) \int \frac{\cos 2x}{\sqrt[3]{\sin 2x+1}} dx; в) \int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx;$$

19. Вычислить определенные интегралы:

$$а) \int_{-1}^0 (x + 1)e^{-2x} dx; б) \int_2^3 \frac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x^2 - 1} dx; в) \int_2^3 \frac{x+2}{x^2(x-1)} dx.$$

### II семестр

20. Найти дифференциалы первого и второго порядка функции  $z = x \ln \frac{y}{x}$ .

21. Дана функция  $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$ . заданная неявно. Найти частные производные и дифференциалы первого и второго порядков.

22. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $z = x^2 - y^2$  в области  $D: x^2 + y^2 \leq 4$ ;

23. Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к данной поверхности  $x^2z + xy^2 + 3xz + y - 4 = 0$ ;  $x_0 = -4$ ;  $y_0 = 0$  в точке.  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ .

24. Исследовать функцию на экстремум:

$$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2, y > 0, x > 0.$$

25. Найти градиент и производную функции  $z = 2tgx - 3x \cos y$  в точке  $M(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$  в направлении, составляющем угол  $\frac{\pi}{4}$  с положительным направлением оси  $Ox$ .

26. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  расставить пределы интегрирования в том и другом порядке, если

1)  $D$  – треугольник с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(1,0)$ ,  $B(1,1)$ ;

3)  $D$  – параболический сегмент, ограниченный кривыми  $y = x^2$  и  $y = 1$ .

27. Выслить двойные интегралы с помощью подходящей замены переменных:

а)  $\iint_D (2x + y) dx dy$ ,

где  $D: y = x, y = 2x, 2x + y = 2, 2x + y = 3$ .

28. Найти площади фигур, ограниченные линиями:

$$xy = 1, x = 2, y = x.$$

29. Найти массу, распределенную с линейной плотностью  $\rho(x, y)$  по части  $AB$  кривой  $L$ , если  $L$  – кривая  $y^2 = 2x$ , от точки  $A(0; 0)$  до точки  $B(1; \sqrt{2})$ ,  $\rho(x, y) = y$ .

30. Найти работу силового поля  $\vec{F} = P(x, y)\vec{i} + Q(x, y)\vec{j}$  при перемещении материальной точки единичной массы вдоль указанного пути  $MN$  от точки  $M$  до точки  $N$ .

$$\vec{F} = (xy^2 + 1)\vec{i} + (xy^2 - 1)\vec{j}, MN: y = x^3, M(0; 0), N(2; 8).$$

31. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S (y + z) dS, \text{ где } S \text{ – часть плоскости } 3x + y + z = 1, \text{ расположенная в первом октанте.}$$

32. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S z^2 dx dy, \text{ где } S \text{ – внешняя сторона поверхности параболоида } z = x^2 + y^2, \text{ расположенная между плоскостями: } z = 0, z = 1.$$

33. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n^2 + 5}{n^2(n + 3)}$$

34. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (x - 5)^n}{(3^n + 1) \cdot \sqrt[2]{n}}$$

35. Разложить в ряд по возрастающим степеням  $x$  функцию

$$f(x) = x \sin x + \cos x$$

36. Вычислить с точностью до 0,001

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin 2x}{x}$$

37. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию:  $f(x) = 2x$ ,  $(0, 2)$ .

38. Разложить в ряд Фурье функцию в указанном интервале  $f(x) = \pi - x$ ,  $(-\pi, \pi)$ .

### Примерные темы рефератов

	Темы рефератов	Учебно-методическое обеспечение по написанию рефератов
1	2	3
1	Гиперболические функции, их свойства и графики. Доказательство некоторых тождеств».	<i>Кудрявцев Л. Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с.</i>
2	О некоторых подходах к интегрированию функций.	<i>Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа: учебник; в 2 т. СПб. Лань, 2020. Т. I. - 440с., Т. II. - 463с.</i>
3	Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.	<i>Яременко Л. А. Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с</i>
4	Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования в пространстве	<i>Яременко Л. А., Подберезкина А. И. Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109с</i>
5	Примеры вычисления пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности	<i>Кудрявцев Л. Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с.</i>
6	Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций.	<i>Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа: учебник; в 2 т. СПб. Лань, 2020. Т. I. - 440с., Т. II. - 463с</i>
7	Понятие квадратичной формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.	<i>Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2009. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.</i>

### Вопросы к коллоквиуму по математическому анализу

#### Определение и формулировки теорем

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
3. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
4. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
5. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
6. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
7. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
8. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
10. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
12. Принцип сходимости монотонной последовательности.
13. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $e$ .

14. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
15. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
16. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
17. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
18. Свойства функций, непрерывных в точке (локальная ограниченность, устойчивость знака, непрерывность суммы, произведения и частного функций). Непрерывность основных элементарных функций.
19. Непрерывность сложной функции. Непрерывность функции  $x^\alpha$ ,  $x > 0$
20. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.
21. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
22. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).
23. Первый замечательный предел и его следствия.
24. Второй замечательный предел. Следствия второго замечательного предела
25. Теорема существования и непрерывности обратной функции. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Критерий Коши существования конечного предела функции.
26. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
27. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.
28. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.
29. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.
30. Уравнения касательной и нормали к кривой. Скорость прямолинейного движения.
31. Понятие дифференциала. Его геометрический и физический смысл.
32. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.
33. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.
34. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков при нелинейной замене переменной
35. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
36. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
37. Теорема Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ . Раскрытие неопределенностей видов  $\infty - \infty$ ,  $0 \times \infty$ ,  $1^\infty$ ,  $\infty^0$ ,  $0^0$ .
38. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение по формуле Маклорена функций элементарных функций.
39. Условия постоянства и монотонности функции.
40. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.
41. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
42. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.
43. Экстремальные значения функции на отрезке. Асимптоты графика.

#### Доказательства утверждений

### ***Введение в анализ***

1. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
2. Принцип Архимеда.

### ***Предел последовательности***

3. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
4. Теоремы о бесконечно малых последовательностях.
5. Теоремы о пределах последовательностях, связанные с арифметическими операциями.
6. Теоремы о пределах последовательностях, связанные с неравенствами.
7. Принцип сходимости монотонной последовательности.
8. Число « $\epsilon$ ».

### ***Предел функции***

9. Теорема о единственности предела функции.
10. Теорема о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел.
11. Теорема о пределе композиции функций.
12. Теоремы о пределах функции, связанные с арифметическими операциями.
13. Теоремы о пределах функции, связанные с неравенствами.
14. Первый замечательный предел и его следствия.
15. Второй замечательный предел и его следствия.
16. Теоремы об эквивалентных функциях.

### ***Непрерывность функции***

17. Теорема о непрерывности композиции функций.
18. Теорема о пределе монотонной функции.
19. Первая и вторая теоремы Теорема Больцано-Коши.
20. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

### ***Дифференцирование функций одной переменной***

21. Теорема о связи между существованием производной и дифференцируемостью функции.
22. Теоремы о дифференцировании суммы, произведения и частного функций.
23. Теоремы о дифференцировании обратной функции, функции, заданной параметрическими уравнениями.
24. Теорема о дифференцировании композиции функций. Инвариантность формы I дифференциала.
25. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
26. Теоремы Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
27. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .

## **Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен)**

### ***Вопросы к экзамену по математическому анализу***

#### **1 семестр**

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Множество действительных чисел. Свойства действительных чисел. Представление действительных чисел десятичными дробями.
3. Мощность множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел.
4. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
5. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
6. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
7. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.

8. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
9. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
10. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
11. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
12. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
14. Принцип сходимости монотонной последовательности.
15. Принцип стягивающихся отрезков. Число  $e$ .
16. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
17. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
18. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
19. Бесконечно малые функции, их свойства.
20. Бесконечно большие функции. Общее определение предела функции.
21. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
22. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
23. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
24. Предел композиции функций.
25. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
26. Сравнение функций, эквивалентные функции. Критерий эквивалентности функций.
27. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
28. Свойства функций, непрерывных в точке (локальная ограниченность, устойчивость знака, непрерывность суммы, произведения и частного функций). Непрерывность основных элементарных функций.
29. Непрерывность сложной функции. Непрерывность функции  $x^\alpha$ ,  $x > 0$
30. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.
31. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
32. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).
33. Первый замечательный предел и его следствия.
34. Второй замечательный предел. Следствия второго замечательного предела
35. Теорема существования и непрерывности обратной функции. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Критерий Коши существования конечного предела функции.
36. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
37. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.
38. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.
39. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.
40. Таблица производных основных элементарных функций (вывод формул).
41. Уравнения касательной и нормали к кривой. Скорость прямолинейного движения.

42. Понятие дифференциала. Его геометрический и физический смысл.
43. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.
44. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.
45. Производные и дифференциалы высших порядков;  $n$ -ые производные функций:  $x^n$ ,  $a^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $y = \log_a x$ ,  $(1+x)^\alpha$ .
46. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков при нелинейной замене переменной
47. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
48. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
49. Теорема Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .
50. Раскрытия неопределенностей видов  $\infty - \infty$ ,  $0 \times \infty$ ,  $1^\infty$ ,  $\infty^0$ ,  $0^0$ .
51. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.
52. Разложение по формуле Маклорена функций  

$$a^x, \sin x, \cos x, y = \ln(1+x), (1+x)^\alpha,$$
53. Условия постоянства и монотонности функции.
54. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.
55. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
56. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.
57. Экстремальные значения функции на отрезке. Асимптоты графика. Полная схема исследования функции и построение ее графика.
58. Понятие первообразной, ее свойства.
59. Определение неопределенного интеграла, основные свойства.
60. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.
61. Метод замены переменной и интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
62. Простые дроби и их интегрирование. Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций.
63. Интегрирование иррациональных функций.
64. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
65. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции.
66. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.
67. Мера Жордана. Измеримые множества. Суммы Дарбу и их свойства.
68. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.
69. Свойства определённого интеграла, выраженные равенствами.
70. Свойства определённого интеграла, выраженные неравенствами. Теорема о среднем значении.
71. Приближенное вычисление определенных интегралов.
72. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
73. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.
74. Понятие длины дуги кривой. Выражение длины дуги интегралом.
75. Понятие площади плоской фигуры. Выражение площади интегралом.
76. Понятие объема пространственной области. Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения.
77. Приложение определенного интеграла к задачам физики.

78. Несобственные интегралы с бесконечными пределами от неограниченных функций. Свойства и вычисление.

79. Признаки сходимости несобственных интегралов.

## 2 семестр

1. Понятие  $n$ -мерного евклидова пространства  $R^n$ . Примеры множеств  $R^n$ .
2. Последовательность в  $R^n$  и ее предел.
3. Вещественная функции двух переменных и ее график, линии уровня.
4. Двойные пределы. Повторные пределы, условия их равенства.
5. Предел функции многих переменных.
6. Непрерывность функции многих переменных, свойства.
7. Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных.
8. Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала.
9. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
10. Производная сложной функции, инвариантность формы первого дифференциала.
11. Производная по направлению. Градиент.
12. Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных.
13. Формула Тейлора функции многих переменных.
14. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума.
15. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Достаточные условия локального экстремума.
16. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.
17. Вычисление производных неявно заданных функций. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.
18. Наибольшее и наименьшее значения функции на компакте.
19. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
20. Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла.
21. Свойства двойных интегралов.
22. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
23. Сведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
24. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.
25. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле.
26. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.
27. Понятие гладкой кривой. Криволинейные интегралы 1- рода, их свойства, геометрический смысл.
28. Ориентированные кривые. Криволинейные интегралы 2- рода, их свойства. Работа силового поля.
29. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам.
30. Формула Грина. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.
31. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ .
32. Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности.
33. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства.

34. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали.
35. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства.
36. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.
37. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса, векторная запись. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.
38. Определение числового ряда, суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов.
39. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости. Признаки сходимости (сравнения, Даламбера, Коши).
40. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость.
41. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
42. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
43. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
44. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
45. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций. Использование разложения функции в ряд Тейлора для приближённых вычислений.
46. Ряды Фурье. Условия разложимости функции в ряд Фурье.
47. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, заданной в произвольном промежутке.
48. Разложение функций в ряд Фурье по синусам или по косинусам.

#### **Критерии оценивания результатов обучения**

<i>Оценка</i>	<i>Критерии оценивания по экзамену</i>
<i>Высокий уровень «5» (отлично)</i>	<i>оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.</i>
<i>Средний уровень «4» (хорошо)</i>	<i>оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.</i>
<i>Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)</i>	<i>оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.</i>
<i>Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)</i>	<i>оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.</i>

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень учебной литературы, информационных ресурсов и технологий**

### **5.1. Учебная литература**

1. Ильин, В. А. Основы математического анализа: учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; под редакцией В. А. Ильина. — 7-е изд. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 648 с. — ISBN 5-9221-0536-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/59376>
2. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: учебник / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020 — Часть 1 — 2020. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-5338-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/139261>
3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 23-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-6940-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153688>
4. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 1: Предел. Непрерывность. Дифференцируемость — 2010. — 496 с. — ISBN 978-5-9221-0306-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2226>
5. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 2: Интегралы. Ряды — 2009. — 504 с. — ISBN 978-5-9221-0307-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2227>
6. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 3: Функции нескольких переменных — 2003. — 472 с. — ISBN 5-9221-0308-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2220>
7. Лунгу К.Н, Писменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. — М.: Айрис-пресс, 2017. — 576 с.

8. Зорич В. А. *Математический анализ. В 2-х ч. М.: МЦНМО, 2020. Ч. 1 – 657 с., Т. 2 – 789 с.*
9. Яременко Л. А. *Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.*
10. Яременко Л. А., Подберезкина А. И. *Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.*

## 5.2. Периодическая литература

Не используются при изучении данного курса.

## 5.3. Интернет-ресурсы, в том числе современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

**Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

1. ЭБС «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
  2. ЭБС «УНИВЕРСИТЕТСКАЯ БИБЛИОТЕКА ОНЛАЙН» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
  3. ЭБС «BOOK.ru» <https://www.book.ru>
  4. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
- ЭБС «ЛАНЬ» <https://e.lanbook.com>

## Собственные электронные образовательные и информационные ресурсы

**КубГУ:**

1. Среда модульного динамического обучения <http://moodle.kubsu.ru>
2. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций <http://mschool.kubsu.ru/>
3. Электронный архив документов КубГУ <http://docspace.kubsu.ru/>

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение семестра проводятся контрольные работы и теоретический коллоквиум. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Контрольные, коллоквиумы оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## 7. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

Наименование специальных помещений	Оснащенность специальных помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Мебель: учебная мебель Технические средства обучения: экран, проектор	Не предусмотрено
Учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций,	Мебель: учебная мебель	Не предусмотрено

текущего контроля и промежуточной аттестации		
--	--	--

Для самостоятельной работы обучающихся предусмотрены помещения, укомплектованные специализированной мебелью, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование помещений для самостоятельной работы обучающихся	Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся	Перечень лицензионного программного обеспечения
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (читальный зал Научной библиотеки)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	
Помещение для самостоятельной работы обучающихся (аудитория)	Мебель: учебная мебель Комплект специализированной мебели: компьютерные столы Оборудование: компьютерная техника с подключением к информационно-коммуникационной сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду образовательной организации, веб-камеры, коммуникационное оборудование, обеспечивающее доступ к сети интернет (проводное соединение и беспроводное соединение по технологии Wi-Fi)	