

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Кубанский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «КубГУ»)

Факультет компьютерных технологий и прикладной математики  
Кафедра вычислительных технологий



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.04 «КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ»**

Направление подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии  
(код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность (профиль) Математическое и программное обеспечение компьютерных технологий  
(наименование направленности (профиля) специализации)

Программа подготовки академический бакалавриат  
(академическая /прикладная)

Форма обучения очная  
(очная, очно-заочная, заочная)

Квалификация (степень) выпускника бакалавр  
(бакалавр, магистр, специалист)

Краснодар 2021

Рабочая программа «КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛИЗ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Программу составил(и):

Программу составил: А.С. Жук старший преподаватель кафедры вычислительных технологий



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры вычислительных технологий от «20» мая 2021 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой (разработчик) Вишняков Ю.М.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 от «21» мая 2021 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



Рецензенты:

Схаляхо Ч.А. , доцент КВВУ им.С.М.Штеменко, к.ф.-м.н., доцент

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФБГОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

## 1. Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Целью преподавания и изучения дисциплины «Комбинаторика» является овладение студентами математическим аппаратом, наиболее часто применяемым в фундаментальной информатике (компьютерных науках), и служащим основой для разработки информационных технологий.

### 1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи освоения дисциплины.

Студент должен **знать** основные понятия, методы, алгоритмы и средства комбинаторного анализа; **уметь** применять теории, методы, алгоритмы комбинаторного анализа; **владеть** знаниями теории, методов, алгоритмов комбинаторного анализа для решения теоретических проблем фундаментальной информатики и практических задач информационных технологий.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Комбинаторика» относится к вариативной части дисциплин по выбору.

Для изучения дисциплины необходимо знание обязательного минимума содержания среднего образования, в особенности математики и информатики и ИКТ. Знания, получаемые при изучении комбинаторики, используются при изучении всех дисциплин профессионального цикла учебного плана бакалавра.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В процессе освоения дисциплины у студента формируются следующие компетенции:

1. ПК-6: Способность эффективно применять базовые математические знания и информационные технологии при решении проектно-технических и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий;

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			<b>знать</b>	<b>уметь</b>	<b>владеть</b>
1	ПК-6	Способностью эффективно применять базовые математические знания и информационные технологии при решении проектно-технических и прикладных задач, свя-	методы комбинаторного анализа, применяемые при проектировании информационных систем	применять знания комбинаторного анализа к решению задач проектирования информационных систем	методами преобразований и вычислений, необходимых при решении проектно-технических и прикладных задач, связанных с развитием и ис-

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		занных с развитием и использованием информационных технологий;			пользованием информационных технологий;

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице:

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)	
		7	
<b>Контактная работа в том числе:</b>			
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	54	54	
В том числе:			
Занятия лекционного типа	18	18	
Занятия семинарского типа (семинары, практ. занятия)			
Лабораторные занятия	36	36	
<b>Иная контрольная работа</b>			
Контроль самостоятельной работы	6	6	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2	
<b>Самостоятельная работа, в том числе</b>			
В том числе:			
Курсовая работа			
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	20	20	
<i>Выполнение индивидуальных заданий (РГЗ)</i>	20	20	
<i>Подготовка к текущему контролю</i>	7,8	7,8	
<b>Контроль:</b>			
Подготовка к экзамену:			
Общая трудоёмкость	108	108	
час в т.ч. контактная работа зач. ед.			

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	КСР	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Введение	2	2		-	
2	Размещения, сочетания и	10	2		4	4

	перестановки					
3	Правила комбинаторики	8	2		2	4
4	Бином Ньютона	10	2		4	4
5	Комбинаторика разбиений	14	2		4	8
6	Рекуррентные соотношения	22	2	2	8	10
7	Производящие функции	24	4	2	8	10
8	Подстановки (перестановки) и их свойства	18	2	2	6	8
	Итого:	108	18	6	36	48

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение	История развития комбинаторики. Комбинаторные задачи.	ЛР
2.	Размещения, сочетания и перестановки	Размещения, сочетания и перестановки без повторений. Размещения, сочетания и перестановки с повторениями.	ЛР
3.	Правила комбинаторики	Основные правила комбинаторики: правило суммы, правило произведения, правило включений и исключений.	ЛР
4.	Бином Ньютона	Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Свойства биномиальных коэффициентов. Полиномиальные коэффициенты. Полиномиальная формула.	ЛР
5.	Комбинаторика разбиений.	Разбиение множества на блоки. Числа Стирлинга 2-го рода. Разбиения на циклы. Числа Стирлинга 1-го рода. Разбиение числа на слагаемые. Диаграммы Феррерса.	ЛР
6.	Рекуррентные соотношения	Рекуррентные соотношения. Примеры. Числа Каталана. Схема нахождения общего решения линейных рекуррентных уравнений. Однородное линейное рекуррентное уравнение. Характеристический многочлен. Случаи простых и кратных корней. Неоднородное линейное рекуррентное уравнение.	ЛР
7.	Производящие функции	Понятие производящей функции. Основные свойства производящей функ-	ЛР

		ции. Применение производящих функций для решения рекуррентных уравнений. Производящая функция биномиальных коэффициентов. Экспоненциальные производящие функции и их использование при решении комбинаторных задач.	
8.	Подстановки (перестановки) и их свойства	Подстановки (перестановки) и их свойства. Задача о разупорядочении. Производство подстановок. Представление подстановок в виде произведения циклов. Тип подстановки. Цикловой индекс группы подстановок. Лемма Бернсайда. Теорема Пойа	ЛР

### 2.3.2 Лабораторные занятия

№ работы	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ
1	2	3
1.	2	Решение задач на размещения, сочетания и перестановки без повторений
2.	2	Решение задач на размещения, сочетания и перестановки с повторениями.
3.	3	Правило включений и исключений
4.	4	Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты.
5.	4	Свойства биномиальных коэффициентов. Полиномиальные коэффициенты.
6.	5	Разбиение множества на блоки. Числа Стирлинга 2-го рода.
7.	5	Разбиения на циклы. Числа Стирлинга 1-го рода. Разбиение числа на слагаемые
8.	6	Рекуррентные соотношения.
9.	6	Схема нахождения общего решения линейных рекуррентных уравнений. Однородное линейное рекуррентное уравнение. Простые корни
10.	6	Схема нахождения общего решения линейных рекуррентных уравнений. Однородное линейное рекуррентное уравнение. кратные корни
11.	6	Неоднородное линейное рекуррентное уравнение.
12.	7	Применение производящих функций для решения рекуррентных уравнений.
13.	7	Производящая функция биномиальных коэффициентов
14.	7	Применение аппарата производящих функций в комбинаторных подсчетах.
15.	7	Экспоненциальные производящие функции и их использование при решении комбинаторных задач.

16.	8	Подстановки (перестановки) и их свойства. Задача о разупорядочении
17.	8	Представление подстановок в виде произведения циклов.
18.	8	Цикловой индекс группы подстановок. Лемма Бернсайда.

### 2.3.3 Расчетно-графические задания

Расчетно-графические задания не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	<b>Раздел 1.</b> История развития комбинаторики.	Основная литература [1-2] Дополнительная литература [1-3]
2	<b>Раздел 2.</b> Размещения, сочетания перестановки.	Основная литература [2-3] Дополнительная литература [1-5]
3	<b>Раздел 3.</b> Правило включения и исключения для множеств.	Основная литература [3] Дополнительная литература [1-3]
4	<b>Раздел 4.</b> Свойства биномиальных коэффициентов.	Основная литература [1] Дополнительная литература [1-5]
5	<b>Раздел 5.</b> Задачи на разбиения.	Основная литература [2-4] Дополнительная литература [2-5]
6	<b>Раздел 6.</b> Рекуррентные соотношения. Неоднородное линейное рекуррентное уравнение.	Основная литература [1,4] Дополнительная литература [1-2]
7	<b>Раздел 7.</b> Понятие производящей функции. Основные свойства производящей функции.	Основная литература [3] Дополнительная литература [2-7]
8	<b>Раздел 8.</b> Свойства подстановок.	Основная литература [3-4] Дополнительная литература [1-7]

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии

Се- местр	Вид заня- тия (Л, ПР, ЛР)	Используемые интерактивные образо- вательные технологии	Количество ча- сов
7	Л	Компьютерные презентации и обсуж- дение	18
	ЛР	Разбор конкретных ситуаций (задач), тренинги по решению задач.	36
Итого:			54

## 4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ и итоговой аттестации (зачет в 7 семестре).

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения лабораторных работ;
- выполнения контрольных работ;
- ответа на зачете (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины).

Образцы контрольных работ  
Контрольная №1. Разделы 2,3,4.

Вариант № 1

1. Сколькими способами из колоды карт в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было бы точно 1 король, 2 дамы, 1 пиковая карта.
2. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова **атаман**, при условии, что согласные идут в алфавитном порядке, но буквы «а» не стоят рядом.
3. Сколько натуральных чисел от 1 до 1000 не делятся ни на 4, ни на 5, ни на 6, ни на 7.
4. Подсчитать количество различных перестановок цифр числа **4244522**, при которых ни какие 3 одинаковые цифры не идут рядом.
5. Сколькими способами можно разложить 5 различных открыток по 3-м различным конвертам, если пустых конвертов быть не должно.
6. Сколько четырехбуквенных слов можно составить, используя буквы из набора **aaa,bbbb,cc,dd**.



## Контрольная №2. Разделы 6,7.

## Вариант № 1

1. Выразить дробь через элементарные дроби  $\frac{x^2}{(x-1)(x+3)(x-5)}$ .
2. Найти решение рекуррентного уравнения 4-го порядка  
 $u_0 = 3; \quad u_1 = -3; \quad u_2 = 12; \quad u_3 = -3;$   
 $u_n = 3u_{n-1} + 3u_{n-2} - 7u_{n-3} - 6u_{n-4}; \quad n \geq 4.$
3. Найти решение рекуррентного уравнения методом производящих функций  
 $u_0 = 0; \quad u_1 = -9;$   
 $u_n = -2u_{n-1} + 8u_{n-2} + 27 \cdot 5^n; \quad n \geq 2.$
4. В урне 4 красных, 6 синих, 7 зеленых и 3 белых шара. Сколько существует способов выбора 8 шаров, если зеленых должно быть не менее 2-х, синих четное количество, красных – 1 шар.
5. Найти производящую функцию, в которой коэффициент при  $x^n$  описывает количество неотрицательных целочисленных решений уравнения  
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = n,$  где  $0 \leq x_1 \leq 3$  и  $x_2$  четно.
6. Сколько последовательностей длины 8 можно сформировать из целых чисел 1, 2, 3, 4, если должно быть одна цифра 3, не менее двух цифр 4, нечетное количество цифр 1 и четное количество цифр 2.

**Перечень вопросов, которые выносятся на зачет в 7 семестре**

1. Размещения, перестановки и сочетания без повторов. Примеры.
2. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями. Примеры.
3. Основные правила комбинаторики. Правило суммы и произведения. Правило включений и исключений. Примеры.
4. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Свойства биномиальных коэффициентов. Полиномиальные коэффициенты.
5. Разбиения. Числа Стирлинга 2-го рода. Разбиение числа на слагаемые.
6. Рекуррентные соотношения. Определения и примеры.
7. Схема нахождения общего решения однородного линейного рекуррентного уравнения. Примеры.
8. Схема нахождения общего решения неоднородного линейного рекуррентного уравнения. Примеры.
9. Понятие производящей функции. Примеры.
10. Решение рекуррентных уравнений с помощью производящих функций.
11. Использование производящих функций для комбинаторных подсчетов. Производящая функция биномиальных коэффициентов.
12. Экспоненциальные производящие функции.
13. Подстановки. Свойства подстановок. Разупорядочение.
14. Понятие циклового индекса. Лемма Бернсайда. Теорема Пойа.

### Критерии оценивания:

**"Зачет"** - изложенный материал фактически верен, наличие глубоких исчерпывающих знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с поставленными программой курса целями и задачами обучения; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой;

- наличие твердых и достаточно полных знаний в объеме пройденной программы дисциплины в соответствии с целями обучения, правильные действия по применению знаний на практике, четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности.

**Практические задания выполнены на 60-100%.**

**"Не зачет"**- баллов (оценка неудовлетворительно) - ответы не связаны с вопросами, наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы». **Выполнено менее 60% практических заданий.**

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 5.1 Основная литература:

1. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов : : учебное пособие для студентов вузов // Новиков, Федор Алексеевич. ; Ф. А. Новиков. - 3-е изд. - СПб. [и др.] : ПИТЕР, 2017. - 363 с. : : ил. - (Учебник для вузов.). с. 349-350. - ISBN 5947237415979. (29 экз. в библиотеке КубГУ).
2. Костюкова, Н.И. Комбинаторные алгоритмы для программистов / Н.И. Костюкова. - 2-е изд./, исправ./ - Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. - 217 с. :

ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL:

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429067>

3. Жигалова, Е.Ф. Дискретная математика : учебное пособие / Е.Ф. Жигалова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск : Эль Контент, 2014. - 98 с. - Библиогр.: с. 95. - ISBN 978-5-4332-0167-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480497>

## 5.2. Дополнительная литература:

1. Ковалева, Л.Ф. Дискретная математика в задачах : учебное пособие / Л.Ф. Ковалева. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 142 с. - ISBN 978-5-374-00514-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93273>
2. Дискретная математика : учебное пособие / И.П. Болодурина, О.С. Арапова, Т.М. Отрыванкина, Т.А. Огурцова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Оренбургский Государственный Университет. - Оренбург : ОГУ, 2016. - Ч. 1. - 108 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7410-1579-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467106>

## 6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Енкин Л.И. Дискретная комбинаторика.

<http://mat.net.ua/mat/biblioteka/Erosh-Discretnaya-matematika.pdf>

2. Ф.А. Новиков. Дискретная математика: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения, 2017г. <https://books.google.ru/books?isbn=5496020441>

## 7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

### 7.1 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Не требуется

## 8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оборудованная, доской, видеопроектором и экраном, ауд. 129, 131.
2.	Лабораторные занятия	Компьютерные классы, лаб. 101 - 104. Классы оснащены компьютерами, объединенными в локальную сеть. Аудитории для лабораторных занятий, оборудованные досками.
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Лекционная аудитория.
4.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

