

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор _____
Хагуров Т.А.
05 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.06. «АЛГЕБРА»**

Направление
подготовки/специальность 02.03.02 Фундаментальная информатика и
информационные технологии
(код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность (профиль) / Специализация
Математическое и программное обеспечение компьютерных технологий
(наименование направленности (профиля) специализации)

Программа подготовки академический бакалавриат
(академическая /прикладная)

Форма обучения очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Квалификация (степень) выпускника бакалавр
(бакалавр, магистр, специалист)

Краснодар 2021

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки (профиль) 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Программу составила: О.Н. Лапина доцент кафедры вычислительных технологий,

канд. физ.-мат. наук



Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры вычислительных технологий от «20» мая 2021 г. , протокол № б

Заведующий кафедрой (разработчика) Ю.М. Вишняков



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры вычислительных технологий от «20» мая 2021 г. , протокол № б

Заведующий кафедрой (выпускающей) Ю.М. Вишняков



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 от «21» мая 2021 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



Рецензенты:

Схаляхо Ч.А. , доцент КВВУ им.С.М.Штеменко, к.ф.-м.н., доцент

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФБГОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

1. Цели и задачи изучения дисциплины

1.1. Цель освоения дисциплины

Целью преподавания и изучения дисциплины «Алгебра» является овладение студентами математическим аппаратом, применяемым в фундаментальной математике и информатике, и служащим основой для разработки информационных технологий.

1.2. Задачи дисциплины.

Студент должен **знать** основные понятия, методы, алгоритмы и средства алгебры; **уметь** применять теории, методы, алгоритмы алгебры; **владеть** знаниями теории, методов, алгоритмов алгебры для решения теоретических проблем фундаментальной информатики и практических задач информационных технологий.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Алгебра относится к базовой части цикла Б1 профессиональных дисциплин. Для изучения дисциплины необходимо знание обязательного минимума содержания среднего образования, в особенности математики и информатики. Знания, получаемые при изучении алгебры, используются при изучении всех дисциплин профессионального цикла учебного плана бакалавра.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (ОК/ОПК/ПК)

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	основные базовые математические знания (понятия, методы, алгоритмы алгебры) связанные с информатикой и информационными технологиями	применять основные методы и алгоритмы алгебры в фундаментальной математике и информатике	базовыми методами получения углубленных знаний для решения теоретических и прикладных задач в области информационных технологий

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач.ед. (324 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		1	2			
Контактная работа, в том числе:						
Аудиторные занятия (всего):						
Занятия лекционного типа	84	50	34	–	–	
Лабораторные занятия	68	34	34	–	–	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–	–	–	–	–	
	–	–	–	–	–	
Иная контактная работа:						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	4	4	–	–	
Промежуточная аттестация (ИКР)	1	0,5	0,5	–	–	
Самостоятельная работа, в том числе:	82,6	55,8	26,8			
Курсовая работа	–	–	–	–	–	
Проработка учебного (теоретического) материала	42,8	35,8	16,8	–	–	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	-	-	–	–	–	
Реферат	–	–	–	–	–	
Подготовка к текущему контролю	30	20	10	–	–	
Контроль:						
Подготовка к экзамену	80,4	35,7	44,7	–	–	
Общая трудоёмкость	час.	324	180	144	–	–
	в том числе контактная работа	161	88,5	72,5	–	–
	зач. ед.	9	5	4	–	–

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 1-2 семестрах (*очная форма*)

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	КСР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Введение. Алгебраические структуры.	4	2			2
2	Комплексные числа	18	4	6		9,8

3	Линейная алгебра	44	14	14		16
4	Векторная алгебра	10	2	2		6
5	Основы теории групп	22	10	4	2	8
6	Основы теории колец	20	8	4	2	6
7	Конечные поля	22	10	4		8
	<i>ИКР</i>	0,5				0,5
	<i>Контроль</i>	35,7				35,7
	<i>Итого:</i>	180	50	34	4	92

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре.

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	КСР	
1	2	3	4	5	6	7
8	Линейные пространства	38,8	14	14	2	8,8
9	Линейные операторы	42	16	14	2	10
10	Квадратичные формы	18	4	6		8
	<i>ИКР</i>	0,5				0,5
	<i>Контроль</i>	44,7				44,7
	<i>Итого:</i>	144	34	34	4	72

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Введение. Основные понятия	Понятия множества, алгебраической операции, алгебраической системы. Группы, кольца, поля – примеры.	ЛР
2	Комплексные числа	Определение комплексного числа, операции с комплексными числами. алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Возведение в степень, извлечение корня целой степени. Поле комплексных чисел.	К,ЛР
3	Линейная алгебра	Матрицы и операции над ними. Определители. Свойства, способы вычисления, применение. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод	К,ЛР

		Гаусса. Теорема о представимости общего решения системы линейных уравнений в виде суммы частного решения и общего решения однородной системы. Теорема Кронекера-Капелли. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных уравнений.	
4	Векторная алгебра	Вектора и действия над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.	К,ЛР
5	Основы теории групп.	Группа. Подгруппы. Циклическая подгруппа. Порядок группы. Порядок элемента. Классы смежности. Теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа. Группы преобразований. Симметрическая группа. Функция Эйлера. RSA-алгоритм. Фактор-группа. Гомоморфизмы. Три теоремы о гомоморфизмах.	К,ЛР
6	Основы теории колец.	Кольцо. Кольца вычетов. Алгоритм Евклида. Представление НОД(a,b) в виде $ax+by$ в евклидовом кольце. Нахождение обратного элемента на основе этого представления. Китайская теорема об остатках. Целочисленная арифметика в классах вычетов. Разделение секрета. Конфиденциальная передача информации.	К,ЛР
7	Конечные поля	Поле. Конечные поля. Кольцо многочленов над конечным полем. Неприводимые многочлены. Поле вычетов по модулю неприводимого многочлена. Многочлены над полем 2^f . Алгоритм Рендейл. Код Хэмминга.	К,ЛР
8	Линейные пространства	Координаты вектора. Линейная зависимость векторов. Преобразования координат при замене базиса. Линейные пространства. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Евклидово и унитарное пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Процесс ортогонализации Грам-Шмидта. Нормированные пространства. Ортогональное дополнение.	К,ЛР
9	Линейные операторы	Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы оператора при изменении	К,ЛР

		базиса. Характеристический полином оператора. Собственные числа и собственные векторы. Теорема Гамильтона-Кэли. Сопряженный оператор. Нормальные операторы. Ортогональный и унитарный операторы. Симметричные операторы. Каноническая форма.	
10	Квадратичные формы	Квадратичная форма. Приведение к каноническому виду. Нормальный вид. Закон инерции. Положительная определенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра.	К,ЛР

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Комплексные числа	Комплексные числа, операции с комплексными числами. алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа.	Решение задач
2	Комплексные числа	Геометрическое представление комплексных чисел.	Решение задач
3	Комплексные числа	Возведение в степень, извлечение корня целой степени. Формула Муавра.	Решение задач
4	Линейная алгебра	Матрицы и операции над ними. Определители. Свойства, способы вычисления.	Решение задач
5	Линейная алгебра	Обратная матрица. Ранг матрицы.	Решение задач
6	Линейная алгебра	Системы линейных уравнений. Правило Крамера.	Решение задач
7	Линейная алгебра	Метод Гаусса. Системы однородных уравнений.	Решение задач
8	Линейная алгебра.	Представимость общего решения системы линейных уравнений в виде суммы частного решения и общего решения однородной системы.	Решение задач
9	Линейная алгебра	Фундаментальная система решений.	Решение задач
10	Векторная алгебра	Вектора. Действия над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.	Решение задач
11	Основы теории	Группа. Циклическая группа. Подгруппы.	Решение

	групп	Порядок группы. Порядок элемента. Нормальные делители. Фактор-группа. Гомоморфизмы.	задач
12	Основы теории групп	Классы смежности. Теорема Лагранжа. Симметрическая группа.	Решение задач
13	Основы теории колец	Кольцо. Кольцо вычетов. Кольцо полиномов.	Решение задач
14	Основы теории колец	Кольцо полиномов. Схема Горнера. Кратные корни. Алгоритм Евклида. Взаимно простые полиномы.	Решение задач
15	Конечные поля	Поле. Конечные поля.	Решение задач
16	Конечные поля	Кольцо многочленов над конечным полем. Неприводимые многочлены.	Решение задач
17	Конечные поля	Код Хэмминга.	Решение задач
18	Линейные пространства	Линейные пространства. Свойства линейного пространства. Базис.	Решение задач
19	Линейные пространства.	Линейная зависимость векторов. Преобразования координат при замене базиса.	Решение задач
20	Линейные пространства	Линейные подпространства. Сумма и пересечение подпространств.	Решение задач
21	Линейные пространства	Евклидово и унитарное пространства. Неравенство Коши. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	Решение задач
22	Линейные пространства	Нормированные пространства. Ортогональные дополнения.	Решение задач
23	Линейные пространства	Определитель Грама	
24	Линейные пространства.	Разложение вектора на ортогональную проекцию и ортогональную составляющую.	Решение задач
25	Линейные операторы	Линейный оператор. Ядро и образ.	Решение задач
26	Линейные операторы	Матрица линейного оператора. Изменение матрицы оператора при изменении базиса.	Решение задач
27	Линейные операторы	Характеристический многочлен оператора. Собственные числа и собственные векторы.	Решение задач
28	Линейные операторы	Инвариантные подпространства. Линейные операторы простой структуры.	Решение задач
29	Линейные операторы	Жорданова форма матрицы	Решение задач
30	Линейные операторы	Сопряженный оператор. Нормальные операторы.	Решение задач
31	Линейные операторы	Ортогональный и унитарный операторы. Симметричные операторы. Каноническая форма.	Решение задач

32	Квадратичные формы	Квадратичная форма. Приведение к каноническому виду. Метод Лагранжа.	Решение задач
33	Квадратичные формы	Ортогональные преобразования квадратичных форм.	Решение задач.
34	Квадратичные формы	Положительная определенность квадратичной формы. Закон инерции. Критерий Сильвестра.	Решение задач

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы – не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного материала, выполнение индивидуальных заданий.	

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Используемые интерактивные образовательные технологии:

- Компьютерные презентации и обсуждение.
- Разбор конкретных ситуаций (задач), тренинги по решению задач, компьютерные симуляции (программирование алгоритмов).

4. Оценочные и методические материалы.

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной успеваемости студентов.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ, средств для промежуточной (зачета в 1-м и 2-м семестрах) и итоговой аттестации (экзаменов в 1 и 2 семестрах).

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения лабораторных работ;
- оценок коллоквиумов;
- ответа на экзамене (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины).

Зачет выставляется по результатам выполненных контрольных работ и текущей работы на лабораторных занятиях.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура фонда оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1.	Введение. Основные	ОПК-1	коллоквиум	Зачет, экзамен

	понятия			
2.	Комплексные числа	ОПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
3.	Линейная алгебра	ОПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
4.	Векторная алгебра	ОПК-1	ЛР, коллоквиум	Зачет, экзамен
5.	Основы теории групп	ОПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
6.	Основы теории колец	ОПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
7.	Конечные поля	ОПК-1	ЛР, коллоквиум	Зачет, экзамен
8.	Линейные пространства	ОПК-1	К.р., коллоквиум	Зачет, экзамен
9.	Линейные операторы	ОПК-1	К.р., ЛР	Зачет, экзамен
10.	Квадратичные формы	ОПК-1	К.р., ЛР	Зачет, экзамен

Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Компетенция	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	Пороговый	базовый	Продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично/зачтено
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<i>Знает</i> – основные понятия и методы линейной алгебры	<i>Знает</i> – базовые математические знания (понятия, методы, алгоритмы алгебры) связанные с информатикой и информационными технологиями	<i>Знает</i> – основные математические знания (понятия, методы, алгоритмы алгебры) связанные с информатикой и информационными технологиями программирования
	<i>Умеет</i> – решать типовые задачи	<i>Умеет</i> – применять основные методы и алгоритмы для решения типовых и сложных задач линейной алгебры.	<i>Умеет</i> – применять методы и алгоритмы алгебры в фундаментальной математике и информатике для разработки информационных технологий
	<i>Владеет</i> – базовыми методами анализа алгебраических структур и алгоритмами	<i>Владеет</i> – знаниями теории, методов, алгоритмов алгебры для решения теоретических	<i>Владеет</i> – базовыми методами получения углубленных знаний для решения

	решения типовых задач линейной алгебры	проблем информатики и практических задач информационных технологий.	теоретических и прикладных задач в области информационных технологий.
--	----------------------------------------	---------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------

Типовые контрольные материалы или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

Образцы контрольных работ по основным разделам курса

Код оцениваемой компетенции –ОПК-1

Раздел 2 Комплексные числа.

Вариант 1.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\left(\frac{3 - i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}} \right)^5.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 3 - i^5.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости

$$\sqrt[4]{1 - i}.$$

Вариант 2.

1. Найти действительные и мнимые части комплексного числа

$$\frac{(1 - i)^5}{(1 + i)^5}.$$

2. Найти модуль и главное значение аргумента $(-\pi < \varphi \leq \pi)$

$$z = 2 + i^{25}.$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости

$$\sqrt[8]{1}.$$

Раздел 2. Линейная алгебра.

Вариант № 1

1. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Исследовать систему на совместность и найти ее общее и частное решение, если она

совместна:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 = -4 \end{cases}$$

Вариант № 2

3. Найти обратную матрицу. Выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Найти общее решение неоднородной системы уравнений, решая соответствующую однородную систему и зная ее частное решение $x_0 = (1, 1, 1, -1)$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3 \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

Раздел 5. Основы теории групп.

Вариант 1.

- 1) Выяснить, образует ли группу множество рациональных чисел относительно операции сложения.
- 2) Выяснить, образует ли группу множество квадратных матриц с действительными элементами относительно операции умножения.

Вариант 1.

- 1) Выяснить, образует ли группу множество рациональных чисел относительно операции умножения.
- 2) Выяснить, образует ли группу множество квадратных матриц с действительными элементами относительно операции сложения.

Раздел 6. Основы теории колец (Кольцо полиномов)

Вариант 1.

- 1) Чему равен показатель кратности корня 1 для многочлена

$$g(x) = x^5 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$$

- 2) Найти наибольший общий делитель многочленов

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 7 \quad \text{и} \quad g(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$$

Вариант 2.

- 1) Чему равен показатель кратности корня 1 для многочлена

$$g(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 4x + 4$$

- 2) Найти наибольший общий делитель многочленов

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 2 \quad \text{и} \quad g(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 5x - 1$$

Раздел 8. Линейные пространства

Вариант 1.

1. Проверить, являются ли данные системы многочленов линейно независимыми в линейном пространстве $R[x]_2$:

$$f_1(x) = 4x^2 - 3x - 3, \quad f_2(x) = 3x^2 + x - 3, \quad f_3(x) = x^2 + 9x - 3.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

Вариант 2.

1. Проверить, являются ли данные системы матриц линейно независимыми в линейном пространстве $M[x]_2$:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Раздел 9. Линейные операторы

Вариант 1.

1. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему

$$\text{матрицу: } A_e = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Найти размерности и базисы суммы и пересечения подпространств, натянутых на систему векторов $L = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, $M = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$
- $$a_1 = (1, 1, 1), \quad a_2 = (1, 2, 0), \quad a_3 = (2, 3, 1),$$
- $$b_1 = (1, 2, 1), \quad b_2 = (1, 1, 0), \quad b_3 = (2, 3, 1).$$

Вариант 2.

1. Выяснить, можно ли матрицу линейного оператора привести к диагональному виду путем перехода к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему

$$\text{матрицу: } A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти размерности и базисы суммы и пересечения подпространств, натянутых на систему векторов $L = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, $M = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$

$$a_1 = (1, 1, 0, 0), \quad a_2 = (0, 1, 1, 0), \quad a_3 = (0, 0, 1, 1),$$

$$b_1 = (1, 0, 1, 0), \quad b_2 = (0, 2, 1, 1), \quad b_3 = (1, 2, 1, 2).$$

Раздел 10. Квадратичные формы.

Вариант 1.

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 17x_1^2 + 14x_2^2 + 14x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$$

Вариант 2.

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду. Найти невырожденное линейное преобразование:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_3$$

2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 12x_2x_3$$

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации.

Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен в 1 семестре

Код оцениваемой компетенции –ОПК-1

1. Понятие алгебраической системы. Понятия группы, кольца, поля - примеры.
2. Комплексные числа, алгебраическая форма, операции с комплексными числами, геометрическое представление комплексного числа.
3. Тригонометрическое представление комплексных чисел. Формула Муавра. Модуль и аргумент произведения и отношения комплексных чисел.
4. Вычисление корней целой положительной степени из комплексного числа.
5. Матрицы. Действия над матрицами (сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число). Свойства операций сложения и умножения матрицы на число. Транспонирование матрицы. Свойства операции транспонирования.
6. Произведение матриц. Свойства операции умножения матриц. Возведение матрицы в целую неотрицательную степень. Свойства операции возведения в степень.
7. Понятие определителя 2-го, 3-го и n-го порядка. Вычисление определителей 2-го, 3-го порядков.
8. Определитель n-го порядка. Свойства определителя (1-8).
9. Минор. Алгебраическое дополнение элемента. Разложение определителя n-го порядка по строке (столбцу). Минор матрицы k-го порядка. Дополнительный минор. Теорема Лапласа.
10. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условия существования обратной матрицы.
11. Алгоритмы вычисления обратной матрицы. Метод обратной матрицы решения системы уравнений.
12. Крамеровские системы линейных уравнений. Решение систем уравнений методом Крамера.
13. Метод последовательного исключения переменных (метод Гаусса) решения систем линейных уравнений.
14. Линейная зависимость и линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Свойства ЛЗ и ЛНЗ. Базис и ранг строк.
15. Элементарные преобразования матрицы. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.
16. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородных уравнений.
17. Неоднородные системы линейных уравнений. Совместность системы. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
18. Векторная алгебра. Понятие вектора, сложение и разность векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам.
19. Скалярное и векторное умножение векторов. Основные свойства.
20. Смешанное произведение векторов. Свойства смешанного произведения

векторов.

21. Уравнения прямой на плоскости. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскостей.
22. Уравнения прямой в пространстве. Общие уравнения прямой. Канонические уравнения прямой, параметрические уравнения прямой.
23. Понятия группы, подгруппы, порядок группы - примеры.
24. Циклические подгруппы, примеры.
25. Нормальные подгруппы, факторгруппы, факторизация группы, примеры.
26. Классы смежности, примеры. Применение классов смежности в теории кодирования.
27. Симметрическая группа - определение, основные свойства.
28. Кольцо классов вычетов - определение, свойства, примеры.
29. Функция Эйлера. Криптосистема RSA.
30. Делители нуля в кольце. Идеалы колец. Примеры.
31. Полиномы от одной переменной. Действия над полиномами. Кольцо полиномов.
32. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя.
33. Взаимно-простые полиномы. Свойства взаимно-простых полиномов. Неприводимые полиномы. Факторизация полиномов.
34. Корни полиномов. Теорема Безу. Схема Горнера. Формальная производная полиномов.
35. Кольцо полиномов. Свойства кольца полиномов.
36. Поле. Конечные поля.

Перечень вопросов, которые выносятся на экзамен во 2 семестре:

Код оцениваемой компетенции –ОПК-1

1. Понятие поля, примеры. Характеристика поля. Конечные поля, свойства, примеры.
2. Расширение полей. Поле разложения полинома.
3. Формирование конечных полей.
4. Алгоритм Рендейл.
5. Определение линейного пространства, примеры. Свойства линейного пространства.
6. Линейная зависимость элементов линейного пространства. Свойства систем векторов.
7. Базис линейного пространства. Разложение вектора по базису.
8. Размерность линейного пространства. Конечномерные линейные пространства, теорема.
9. Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрица перехода и ее свойства.
10. Определение линейного подпространства. Линейная оболочка системы векторов.

11. Пересечение и сумма линейных подпространств, теоремы.
12. Прямая сумма линейных подпространств (теорема).
13. Размерность подпространств. Размерность пересечения и суммы подпространств.
14. Определение Евклидова пространства. Примеры Евклидовых пространств.
15. Пример скалярного умножения векторов Евклидова пространства. Ортогональная система ненулевых векторов.
16. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
17. Нормированные пространства. Пример нормы вектора.
18. Ортогональное дополнение. Построение ортогонального дополнения. Разложение вектора на сумму ортогональных проекций.
19. Определение Линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора.
20. Матрица линейного оператора.
21. Преобразование матрицы линейного оператора. Подобные матрицы.
22. Примеры линейных операторов.
23. Характеристическое уравнение линейного оператора.
24. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
25. Минимальный многочлен матрицы.
26. Собственное подпространство. Инвариантные подпространства. Примеры.
27. Линейные операторы простой структуры. Каноническое разложение матрицы.
28. Жорданова форма матрицы.
29. Построение жорданова базиса.
30. Сопряженный линейный оператор. Свойства сопряженного оператора. Самосопряженный линейный оператор.
31. Ортогональный линейный оператор. Свойства ортогонального ЛО.
32. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Преобразование матрицы.
33. Квадратичные формы канонического вида. Метод Лагранжа.
34. Ортогональные преобразования квадратичных форм.
35. Закон инерции для квадратичных форм. Положительно (отрицательно) определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Критерии оценивания к зачету

Оценка “зачтено” - практические задания выполнены в срок в объеме не менее 80%. студент демонстрирует правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при аргументации ответов на вопросы при защите лабораторных.

Оценка «не зачтено» - практические задания не выполнены либо предоставлены не в срок в объеме менее 60%, студент демонстрирует наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания к экзамену

Оценка «отлично»: грамотное и логически стройное изложение материала при ответе, точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, усвоение основной и знакомство с дополнительной литературой.

Оценка «хорошо»: четкое изложение материала, допускаются отдельные логические и стилистические погрешности либо при ответе на один вопрос даны точные формулировки определений, теорем и правильные доказательства; при ответе на второй вопрос имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; правильные действия по применению знаний на практике.

Оценка «удовлетворительно»: при ответе на оба вопроса имеются неточности формулировки определений, теорем или пробелы в правильных доказательствах; изложение ответов с отдельными ошибками, уверенно исправленными после дополнительных вопросов; правильные в целом действия по применению знаний на практике;

Оценка «неудовлетворительно»: отсутствует ответ хотя бы на один из вопросов или имеются существенные неточности в формулировках определений, теорем, приведены неправильные доказательства; неумение применять знания на практике.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д.К. Фаддеев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2007. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/397>
2. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Проскуряков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/529>
3. Фаддеев, Д.К. Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учебник / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/399>
4. Беклемишева, Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Беклемишева, Д.В. Беклемишев, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 496 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/109625>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч 1: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2004. – 271 с. (34 экземпляра в библиотеке КубГУ)
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра. Ч 2: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001. – 367 с. (122 экземпляра в библиотеке КубГУ)

3. Кострикин А.И. Основные структуры. Ч 3: Основы алгебры. М. : ФИЗМАТЛИТ , 2001. – 272 с. (91 экземпляр в библиотеке КубГУ)
4. Ильин, В.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2008. — 280 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2178>
5. Воеводин В.В. Линейная алгебра СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 400 с. (49 экземпляров в библиотеке КубГУ)

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, и лабораторных работ, во время которых закрепляется теоретический материал решением задач.

На лабораторных занятиях проводится стандартная работа по решению задач по алгебраическим структурам. По отдельным темам студентам поручается подготовить презентации и выступить с докладами на занятиях.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине с использованием указанных литературных источников.

Для лучшего освоения дисциплины при ответах на ЛР студент должен ответить на несколько вопросов из лекционной части курса.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

7.1 Перечень информационных технологий.

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

7.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

- MSOffice.
- Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

7.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащённость
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащённая презентационной

		техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория с учебной мебелью (доски, столы, стулья)
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория с учебной мебелью
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.