

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

29 мая 2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.29**

**ОСНОВЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
МЕХАНИКИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

Специальность	01.05.01 Фундаментальные математика и механика
Специализация	«Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»
Уровень высшего образования	специалитет
Форма обучения	очная
Квалификация выпускника	Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2020

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель дисциплины**

Основной целью освоения дисциплины «Основы и математические модели механики сплошной среды» является формирование у будущих специалистов представления о принципах, положенных в основу механики континуума, об основных математических моделях жидких, газообразных и упругих сред, об основных методах решения задач, которые встречаются в различных приложениях. Получение высшего профессионального образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности с применением современных математических методов.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Задачей курса является ознакомление студентов с наиболее широко применяемыми разделами теории движения и взаимодействия жидких и газообразных сред с твердыми поверхностями, взаимодействия их с упругими телами, собственной деформации упругих сред при наложении на них напряжений. При этом необходимо подать материал на должном уровне математической строгости, изложить методы решения наиболее важных задач.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Основы и математические модели механики сплошной среды» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является основой для решения исследовательских задач. Для успешного освоения дисциплины магистрант должен владеть обязательным минимумом содержания основных образовательных программ по математике и информатике для специалистов.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1, ОПК-2.

№ п.п.	Индекс	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны
--------	--------	---------------------------------------	---

	компетенции		знать	уметь	владеть
1.	ОПК -1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	основные понятия алгебры, анализа, геометрии, топологии, механики, а также их наиболее часто встречающихся объекты изучения в смежных математических областях, в приложениях к другим наукам, с которыми происходит контакт математиков в их будущей профессиональной деятельности	решать обыкновенные дифференциальные уравнения основных типов, подбирать методы решения уравнений в частных производных, применять теорию вероятности и методы математической статистики, составлять уравнения движения механической системы и ставить задачу оптимизации при ее управлении	методами алгоритмизации и программирования на хотя бы одном из языков, а также владеть навыками математического моделирования в средах (программных пакетах - комплексах)
2.	ОПК -2	Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	Основные типы математических моделей в механике, физике, технике, а также в других областях человеческой деятельности	абстрагироваться от второстепенных факторов, выделять главные, сопоставлять им подходящие математические объекты	программным и средствами, которые помогают при решении задач, имеющих строгую математическую постановку

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач. ед. ( $3 \cdot 36 = 108$  часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		9	—			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>48,3</b>	<b>48,3</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>						
Занятия лекционного типа	22	22	-	-	-	
Лабораторные занятия	-	-	-	-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	22	22	-	-	-	
	-	-	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4				
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3				
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>33</b>	<b>33</b>				
Проработка учебного (теоретического) материала	7	7	-	-	-	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	8	8	-	-	-	
Реферат	8	8	-	-	-	
Подготовка к текущему контролю	10	10	-	-	-	
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену	26,7	26,7				
<b>Общая трудоёмкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	-	-	-
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>48,3</b>	<b>48,3</b>			
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>	<b>3</b>			

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 9 семестре (для студентов ОФО).

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	ПЗ	
1	Основные понятия (гипотеза сплошности), примеры сплошных сред	8	4	2		2
2	Кинематика сплошной среды (методы описания движения по Лагранжу и по Эйлеру)	9	2	2		5
3	Примеры движения сплошной среды, криволинейные системы координат	10	2	2		6
4	Закон Гука и основы теории упругости	13	6	2		5

5	Уравнения Эйлера и основы гидродинамики идеальной жидкости	11	2	4		5
6	Уравнения Навье – Стокса и основы гидродинамики вязких сред	11	2	4		5
7	Основы теории пограничного слоя и отрывные течения	15	4	6		5
	<i>Итого по дисциплине:</i>		22	22		33

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Основные понятия (гипотеза сплошности), примеры сплошных сред.	Математическое моделирование сплошной среды, определение плотности, определение изотропного давления, физические свойства жидкостей и газов.	Опрос
2	Кинематика сплошной среды (методы описания движения по Лагранжу и по Эйлеру).	Закон движения сплошной среды, метод описания скорости по Лагранжу и по Эйлеру. Ускорение по Эйлеру, форма Громеки - Лэмба.	Опрос
3	Примеры движения сплошной среды, криволинейные системы координат.	Простейшие примеры движения сплошной среды (твердотельное вращение, точечный сток – источник, точечный вихрь). Тензорная форма записи градиента, дивергенции, ротора и преобразование формулы ускорения по Эйлеру в произвольную систему координат (криволинейную).	Опрос
4	Закон Гука и основы теории упругости.	Закон Гука в инвариантной форме записи и его частные случаи в декартовой, цилиндрической, сферической системах координат. Касательные и нормальные упругие напряжения, связь модуля Юнга и коэффициента Пуассона с параметрами Ламе.	Опрос
5	Уравнения Эйлера и основы гидродинамики идеальной жидкости.	Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера, интегралы Бернулли и Коши – Лагранжа. Потенциальные течения.	Опрос
6	Уравнения Навье – Стокса и основы гидродинамики вязких	Определение вязкости нормальной жидкости и ее учет в системе уравнений Навье – Стокса. Простейшие примеры решений для	Опрос

	сред.	этой системы.	
7	Основы теории пограничного слоя и отрывные течения.	Асимптотика больших чисел Рейнольдса. Характерный предел и сращивание пограничного слоя с внешним течением. Уравнение Мизеса. Отрыв пограничного слоя и вихре-потенциальные течения.	Зачет

### 2.3.2 Занятия семинарского типа *УП не предусмотрены*

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№ разд-дела	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Основные понятия (гипотеза сплошности), примеры сплошных сред	Математическое моделирование сплошной среды, определение плотности, определение изотропного давления, физические свойства жидкостей и газов.	Защита работы
2	Кинематика сплошной среды (методы описания движения по Лагранжу и по Эйлеру)	Закон движения сплошной среды, метод описания скорости по Лагранжу и по Эйлеру. Ускорение по Эйлеру, форма Громеки - Лэмба.	Защита работы
3	Примеры движения сплошной среды, криволинейные системы координат	Простейшие примеры движения сплошной среды (твердотельное вращение, точечный сток – источник, точечный вихрь). Тензорная форма записи градиента, дивергенции, ротора и преобразование формулы ускорения по Эйлеру в произвольную систему координат (криволинейную).	Защита работы
4	Закон Гука и основы теории упругости	Закон Гука в инвариантной форме записи и его частные случаи в декартовой, цилиндрической, сферической системах координат. Касательные и нормальные упругие напряжения, связь модуля Юнга и коэффициента Пуассона с параметрами Ламе.	Защита работы
5	Уравнения Эйлера и основы гидродинамики идеальной жидкости	Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера, интегралы Бернулли и Коши – Лагранжа. Потенциальные течения.	Защита работы
6	Уравнения Навье – Стокса и основы гидродинамики вязких	Определение вязкости нормальной жидкости и ее учет в системе уравнений Навье – Стокса. Простейшие примеры решений для этой системы.	Защита работы

	сред		
7	Основы теории пограничного слоя и отрывные течения	Асимптотика больших чисел Рейнольдса. Характерный предел и сращивание пограничного слоя с внешним течением. Уравнение Мизеса. Отрыв пограничного слоя и вихре-потенциальные течения.	Защита работы

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

*Курсовые работы УП не предусмотрены.*

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Основные понятия (гипотеза сплошности), примеры сплошных сред	Бэтчелор Дж., Моффат Г., Сэффмен Ф. и др. Современная гидромеханика. Успех и проблемы. М. «Мир» 2014, 501 стр.
2	Кинематика сплошной среды (методы описания движения по Лагранжу и по Эйлеру)	Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М. «Наука» Глав. ред. физ. – мат. лит., 2012, 400 стр.
3	Примеры движения сплошной среды, криволинейные системы координат	Бэтчелор Дж., Моффат Г., Сэффмен Ф. и др. Современная гидромеханика. Успех и проблемы. М. «Мир» 2014, 501 стр.
4	Закон Гука и основы теории упругости	Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М. «Наука» Глав. ред. физ. – мат. лит., 2012, 400 стр.
5	Уравнения Эйлера и основы гидродинамики идеальной жидкости	Бэтчелор Дж., Моффат Г., Сэффмен Ф. и др. Современная гидромеханика. Успех и проблемы. М. «Мир» 2014, 501 стр.
6	Уравнения Навье – Стокса и основы гидродинамики вязких сред	Слезкин Н.А. Лекции по гидромеханике Изд. Моск. ун –та., 2014, 220 стр.
7	Основы теории пограничного слоя и отрывные течения  (данная книга рекомендуется и ко всем другим разделам)	Механика сплошных сред в задачах (1-й том – Теория и задачи – 396 с., 2-й том – Ответы и решения – 394 с.), 1996, Изд. «Московский Лицей», под ред. М.Э. Эглит

## 3. Образовательные технологии:

Разбор практических задач и примеров, моделирование ситуаций, приводящих к тем или иным ошибкам в программе, выработка навыков выявления и исправления ошибок в процессе написания программы.

Построение тестовых примеров для выявления ошибок в программе и сравнения эффективности различных алгоритмов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

**Используемые интерактивные образовательные технологии:**

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Кол-во часов
9	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Закон Гука и основы теории упругости»	3
		Дискуссия на тему: «Уравнения Эйлера и основы гидродинамики идеальной жидкости»	3
		Дискуссия на тему: «Уравнения Навье – Стокса и основы гидродинамики вязких сред»	4
		Дискуссия на тему: «Основы теории пограничного слоя и отрывные течения»	4
<i>Итого:</i>			14

**4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

**4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации**

*Текущие аттестации не предусматриваются.*

**4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

*Контрольные вопросы (к экзамену):*

1. Понятие фазовых состояний «жидкость и газ», их отличие по механическим свойствам.
2. Плотность и понятие сплошной среды, примеры сред, не имеющих строгого определения плотности.
3. Вязкость жидкости, ее определение, физическая размерность, способы и приборы для измерения (хотя бы один).
4. Понятие идеальной жидкости и идеального газа (последнее только касательно механических и обще – термодинамических характеристик).
5. Уравнение движения идеальной жидкости (Эйлера), простейшие примеры его решения (хотя бы один).
6. Гидростатическое давление, нахождение сил, действующих на стенки резервуара, центр давления (определение его и хотя бы один пример нахождения).
7. Закон Архимеда, центр плавания тела (его определение), условие остойчивости плавающего тела.
8. Уравнение Бернулли вдоль линии тока установившегося течения идеальной жидкости (без доказательства), пример его применения (хотя бы один).
9. Уравнение Бернулли для линии тока идеального газа (без доказательства), пример его применения, эффект Джоуля – Томсона.
10. Взаимодействие потока идеальной жидкости с твердым телом (потенциальное обтекание), нахождение силы, действующей на обтекаемое тело, парадокс Даламбера.
11. Теоремы Гельмгольца о вихрях, понятие трубок тока, формула Лагранжа для изменения циркуляции.
12. Удар струи о препятствие, сила действия струи, мощность струи, передаваемая движущемуся телу.



13. Гидравлический удар в трубе, формула Жуковского, пример движения в трубе после гидроудара (динамический процесс при каких-либо начальных условиях).
14. Уравнение Навье – Стокса (без доказательства), простейший пример его решения (хотя бы один).
15. Уравнение Бернулли для струйки вязкой жидкости, понятие гидравлических потерь, потери по длине и на местных сопротивлениях (решение хотя бы одной задачи на учет гидравлических потерь).
16. Использование теории размерностей в задачах механики жидких и газообразных сред (П – теорема без доказательства), гидродинамическое и газодинамическое подобие при моделировании течений.
17. Течения со свободной поверхностью, капиллярные силы или закон поверхностного натяжения (давление внутри пузырька газа, окруженного жидкостью).
18. Тонкие пленки и капельные течения (их определение и действие сил поверхностного натяжения для них).
19. Упругое напряженное состояние тела. Задача о напряжении на границе при отсутствии внутренних напряжений. Функция Эри, удовлетворяющая бигармоническому уравнению.
20. Явление отрыва пограничного слоя, семейство вихрепотенциальных течений.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### 5.1 Основная литература:

1. Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учеб. – Электрон. дан. – Москва: Физматлит, 2013. – 352 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59660>
2. Темам Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред: учебное пособие / Темам Р., Миранвиль А. — Электрон. дан. — М.: "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2017. — 323 с. – ISBN 978-5-00101-494-2- [Электронный ресурс] – URL: <https://e.lanbook.com/book/94110> (06.04.2018).
3. Рябенский, В. С. Введение в вычислительную математику [Электронный ресурс] / В. С. Рябенский. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 288 с. - (Физтехковский учебник). - ISBN 978-5-9221-0926-0. — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544692>

### 5.2 Дополнительная литература (скан-копию см. в приложении 2 к данной РП):

1. Присекин, В.Л. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел: учебник / В.Л. Присекин, Г.И. Расторгуев. – НГТУ, 2009. - 240 с. ISBN 978-5-7782-1287-9. — [Электронный ресурс]. — URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=436040](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436040)
2. Голоскоков, Д.П. Курс математической физики с использованием пакета Maple [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 576 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67461>
3. Александров, Д.В. Введение в гидродинамику : учебное пособие / Д.В. Александров, А.Ю. Зубарев, Л.Ю. Исакова. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. - 112 с. - ISBN 978-5-7996-0785-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239521>

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля): Wikipedia**

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

В процессе самостоятельной работы каждый обучающийся получает задания по каждому из трех разделов дисциплины (см. табл. 2.2), которые принимаются по согласованию с преподавателем (в специально назначаемое время).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Перечень необходимого программного обеспечения:**

Лицензированные программы не используются, а только авторские.

### **8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем:** *Wikipedia*

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-

		образовательную среду университета
--	--	------------------------------------