

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

29 мая 2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.В.ДВ.04.02**

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ  
ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА**

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

«Математическое и компьютерное моделирование»

Форма обучения

очная

Квалификация

бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «Численное моделирование в задачах тепломассопереноса» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень высшего образования: бакалавриат)

Программу составил:  
доцент, канд. физ.-мат. наук

Бунякин А. В. \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математических и компьютерных методов, протокол № 11 от 21.04.2020.

Заведующий кафедрой математических и компьютерных методов

Лежнев А. В. \_\_\_\_\_

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук, протокол № 2 от 30.04.2020.

Председатель УМК  
факультета математики и компьютерных наук

Шмалько С. П. \_\_\_\_\_

Рецензенты:

Савенко И. В., коммерческий директор ООО «РосГлавВино»

Никитин Ю. Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель и задачи дисциплины**

Цель дисциплины: «Численное моделирование в задачах тепломассопереноса» состоит в обучении применению современных математических методов для решения задач естествознания (физике, механике жидкости и газа, теории упругости), их технических приложений, так как математические модели, в которых решение находится разложением по базисным потенциалам, являются широко распространенными. Получение высшего профессионального образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности с применением современных математических методов.

### **1.2 Задачи дисциплины:**

Ознакомление студентов с методологическими подходами, позволяющими строить адекватные математические модели в задачах естествознания, использовать математическое описание физических явлений; ознакомление с некоторыми широко распространенными моделями физики (в основном механики) и основными методами исследования этих моделей.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Численное моделирование в задачах тепломассопереноса» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, и является дисциплиной, изучаемой по выбору.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является основой для решения исследовательских задач. Для успешного освоения дисциплины студент должен владеть обязательным минимумом содержания основных образовательных программ по математике и информатике для бакалавров.

## 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ПК-1, ПК-3.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	<i>ПК-1</i>	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	основные типы задач, которые ставятся в рамках теории тепломассопереноса	корректно поставить задачу и подобрать метод ее решения	основными методами, используемым и для решения задач тепломассопереноса
2.	<i>ПК-3</i>	Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Общие правила представления собственных, а также известных научных результатов, терминологию предметной области	Составлять план публичного доклада, управлять аудиторией, а также индивидуально работать с членами научного коллектива	Методами научной риторики, материалом достаточно глубоко, а также – собой в общении с коллегами

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (3\*36=108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		6	7	8	9
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>75,2</b>	<b>75,2</b>			
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>					
Занятия лекционного типа	32	32	-	-	-
Лабораторные занятия	-	-	-	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	32	32	-	-	-
	-	-	-	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	11	11			

Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2			
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		<b>32,8</b>	<b>32,8</b>			
Проработка учебного (теоретического) материала		10	10	-	-	-
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		10	10	-	-	-
Подготовка к текущему контролю		12,8	12,8	-	-	-
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену		-	-			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	-	-	-
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>32,8</b>	<b>32,8</b>			
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>	<b>3</b>			

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 семестре (для студентов ОФО).

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	ПЗ	
1	2	3			4	
1	Численное моделирование. Моделирование физических процессов. Параболические задачи математической физики (задача распространения тепла, задача диффузии, задача фильтрации).	21	8	8		5
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики.	21	8	8		5
3	Численное моделирование нестационарных физических процессов. Эволюционные уравнения в частных производных со старшим оператором Лапласа (принцип максимума для них).	21	8	8		5
4	Дифференциальные уравнений в частных производных второго порядка параболического типа и специфика численных методов, применяемых для нахождения их решений.	21	8	8		5
<i>Итого по дисциплине:</i>		108	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>32,8</b>

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Численное моделирование. Моделирование физических процессов. Параболические задачи математической физики (задача распространения тепла, задача диффузии, задача фильтрации).	<p>1.1 Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения.</p> <p>1.2 Корректность и некорректность. Обратные задачи.</p> <p>1.3 Классификация дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнение теплопроводности и диффузии. Нестационарные процессы и параболические уравнения.</p>	Опрос
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики.	<p>1.1 Интегральные операторы теории потенциала. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.</p> <p>1.2 Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал.</p> <p>1.3 Потенциал Робена. Интегральные операторы.</p> <p>1.4 Представление функций потенциалами. Лемма Новикова.</p>	Опрос
3	Численное моделирование нестационарных физических процессов. Эволюционные уравнения в частных производных со старшим оператором Лапласа (принцип максимума для них).	<p>3.1 Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций.</p> <p>3.2 Системы потенциалов полные на границе области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения.</p> <p>3.3 Граничное управление температурой.</p>	Опрос
4	Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка параболического типа и специфика численных методов, применяемых для нахождения их решений.	<p>4.1 Алгоритм задачи Робена. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.</p> <p>4.2 Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа, Пуассона и уравнения теплопроводности.</p>	Зачет

--	--	--	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа УП не предусмотрены.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ разд-дела	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	См. таблицу 2.3.1	Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи диффузии, задачи фильтрации).	Опрос
2 – 3	См. таблицу 2.3.1	Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.	Опрос
4	См. таблицу 2.3.1	Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, параболические эволюционные уравнения и использование принципа максимума для них. Обратная задача для уравнения теплопроводности.	Опрос

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

1. Моделирование течения газогидратной эмульсии с разложением и выделением газа (метана) по вертикальному трубопроводу, погруженному в морскую воду (схема добычи метана из морских газогидратных залежей).

2. Моделирование теплопередачи в одномерной постановке с граничными условиями двух типов на концах (метод прогонки в неявной схеме для уравнения теплопроводности).

3. Моделирование теплопередачи от двух цилиндров, оси которых отстают на расстояние, большее, чем сумма их радиусов, в двумерной нестационарной постановке с заданием температур на их поверхностях (задача о двух петротермальных скважинах).

4. Моделирование теплопередачи в сферически – одномерной постановке с заданием температуры на внешней сфере (задача охлаждения однородно нагретого шара).

5. Моделирование течения фреона в канале радиальной турбины с условием наибольшей близости к фазовому переходу (элемент бинарной энергоустановки, работающей в низком диапазоне температур – не выше 40 °С – и на малом теплоперепаде – порядка 20 град).

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Численное моделирование. Моделирование физических процессов. Параболические задачи математической физики (задача распространения тепла, задача диффузии, задача фильтрации).	Седов Л.И. Механика сплошной среды Том. 1 – список дополнительной литературы п. 5.2.1.
2	Элементы теории потенциала. Полные системы потенциалов. Постановка краевых задач. Алгоритмы решения задач математической физики.	Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики – список основной литературы п. 5.1.2.
3	Численное моделирование нестационарных физических процессов. Эволюционные уравнения в частных производных со старшим оператором Лапласа (принцип максимума для них).	Бэтчелор Дж., Моффат Г., Сэффмен Ф. и др. Современная гидромеханика. Успех и проблемы – список основной литературы п. 5.1.1.  Слезкин Н.А. Лекции по гидромеханике – список основной литературы п. 5.1.3.
4	Дифференциальные уравнений в частных производных второго порядка параболического типа и специфика численных методов, применяемых для нахождения их решений.	Седов Л.И. Механика сплошной среды Том. 2 – список дополнительной литературы п. 5.2.1.

### 3. Образовательные технологии:

Разбор практических задач и примеров, моделирование ситуаций, приводящих к тем или иным ошибкам в программе, выработка навыков выявления и исправления ошибок в процессе написания программы. Построение тестовых примеров для выявления ошибок в программе и сравнения эффективности различных алгоритмов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### Используемые интерактивные образовательные технологии:

Сем естр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Кол-во часов
6	Лабораторные занятия	Дискуссия на тему: «Задачи математической физики (задача распространения тепла, задачи диффузии, задачи фильтрации)»	4
		Дискуссия на тему: «Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности»	6



		Дискуссия на тему: «Численные методы решения задач со старшим оператором Лапласа, параболические эволюционные уравнения и использование принципа максимума для них. Обратная задача для уравнения теплопроводности»	6
<i>Итого:</i>			16

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации**

*Текущие аттестации не предусматриваются.*

##### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

*Контрольные вопросы (к зачету):*

1. Математическое моделирование процессов тепломассопереноса.
2. Математическая физика. Постановка краевых задач. Существование и единственность решения. Корректность и некорректность.
3. Обратные задачи. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных.
4. Уравнение теплопроводности, диффузии и фильтрации.
5. Нестационарные процессы и параболические уравнения.
6. Элементы теории потенциала. Интегральные операторы теории потенциала
7. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Потенциалы простого и двойного слоя, объемный потенциал.
8. Потенциал Робена. Интегральные операторы.
- Представление функций потенциалами. Лемма Новикова. Полные системы потенциалов
9. Полнота сдвигов фундаментального решения уравнения Лапласа в подпространстве гармонических функций.
10. Системы потенциалов полные на границе области. Полнота модифицированных систем, полученных из фундаментального решения.
11. Алгоритмы задач математической физики. Алгоритм задачи Робена.
12. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона.
13. Внутренняя задача и внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа и уравнения Пуассона.
14. Граничное управление температурой. Бигармоническое уравнение.
15. Моделирование физических процессов. Задачи математической физики.
16. Примеры задач математической физики. Задача распространения тепла.
17. Обратная задача для уравнения теплопроводности.
18. Основные типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Постановка краевых задач.
19. Алгоритмы расчета по явным и неявным численным схемам для уравнения теплопроводности.
20. Алгоритмы решения задач об управлении температурой.

#### **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

##### **5.1 Основная литература:**

1. Сабитов, К.Б. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учеб. – Электрон. дан. – Москва: Физматлит, 2013. – 352 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59660>

2. Темам Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред: учебное пособие / Темам Р., Миранвиль А. — Электрон. дан. — М.: "Лаборатория знаний" (ранее "БИНОМ. Лаборатория знаний"), 2017. — 323 с. – ISBN 978-5-00101-494-2- [Электронный ресурс] – URL: <https://e.lanbook.com/book/94110> (06.04.2018).

3. Рябенский, В. С. Введение в вычислительную математику [Электронный ресурс] / В. С. Рябенский. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 288 с. - (Физтехковский учебник). - ISBN 978-5-9221-0926-0. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544692>

## 5.2 Дополнительная литература:

1. Присекин, В.Л. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел: учебник / В.Л. Присекин, Г.И. Расторгуев. – НГТУ, 2009. - 240 с. ISBN 978-5-7782-1287-9. — [Электронный ресурс]. — URL: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=436040](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436040)

2. Александров, Д.В. Введение в гидродинамику : учебное пособие / Д.В. Александров, А.Ю. Зубарев, Л.Ю. Исакова. - Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2012. - 112 с. - ISBN 978-5-7996-0785-2; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239521>

3. Митрофанова, О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-электрических установок / О.В. Митрофанова. - Москва: Физматлит, 2010. - 286 с. - ISBN 978-5-9221-1223-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68969>

## 5.3. Периодические издания:

1. Buniyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. Inviscid Batchelor – model flow past an airfoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1996. – Vol. 323. – P. 367 – 376. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211209600095X>

2. Buniyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu. High – Reynolds – number Prandtl – Batchelor – model flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity // J.Fluid Mech. – 1998. – Vol. 358. – P. 283 – 297. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112097008203>

3. Буныкин А.В. Ламинарный пограничный слой при обтекании крылового профиля с круговой выемкой // Изв. РАН Мех. жидк. и газа – 1998. – №2. – С. 52 – 57.

4. Бунякин А.В. Вихревая ячейка с вращающимся внутри цилиндром на поверхности крылового профиля при больших числах Рейнольдса // Изв. РАН Мех. жидк. и газа. – 2001. – № 4. – С. 87 – 92.

5. Sandoval M., Chernyshenko S. Extension of the Prandtl – Batchelor theorem to three-dimensional flows slowly varying in one direction // Journal of Fluid Mechanics 2010. V. 654. P. 351 – 361

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля): Wikipedia**

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

В процессе самостоятельной работы каждый обучающийся получает задания по каждому из трех разделов дисциплины (см. табл. 2.2), которые принимаются по согласованию с преподавателем (в специально назначаемое время).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1 Перечень необходимого программного обеспечения:**

Лицензированные программы не используются, а только авторские.

### **8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем: Wikipedia**

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)

2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью

Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
Курсовое проектирование	Аудитория для выполнения научно-исследовательской работы (курсового проектирования).
Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, оснащенное презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением
Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью, персональными компьютерами с доступом к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации
Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета