

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.01 МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО
ТЕЛА

Направление подготовки **01.06.01 Математика и механика**

Направленность 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника Исследователь. Преподаватель-исследователь

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «Механика деформируемого твердого тела» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.06.01 математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), приказ № 866 от 30 июля 2014 г.

Программу составил(и):

Бабешко В.А., академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования


подпись

Павлова А.В., д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры математического моделирования


подпись

Рабочая программа дисциплины «Механика деформируемого твердого тела» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 12 «20» мая 2020 г.

Рабочая программа дисциплины «Механика деформируемого твердого тела» утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 8 «22» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики
Уртенев М.Х.


подпись

Заведующий кафедрой математического моделирования
Бабешко В.А.


подпись

Зав. отделом аспирантуры и докторантуры Звягинцева Н.Ю.


подпись

1. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели изучения дисциплины определены Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации) и соотнесены с общими целями ООП ВО по данному направлению подготовки, профиль 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела, в рамках которого преподается дисциплина.

1.1 Цели изучения дисциплины

Целью освоения дисциплины является изучение основных методов математического моделирования процессов деформирования твердых тел, а также формирование у аспирантов запаса знаний, достаточного для квалифицированной переработки фундаментальных теоретических исследований и получения новых результатов в процессе научно-практической работы над теми или иными проблемами современной механики деформируемого твердого тела, умений и навыков, позволяющих строить математические модели деформирования упругих, упруго-пластических, вязко-упругих тел, разрабатывать методы аналитического и численного анализа соответствующих краевых задач, интерпретировать полученные результаты.

1.2 Задачи дисциплины

В задачи изучения дисциплины входит:

- формирование представления о гипотезах, результатах, методах механики деформируемого твердого тела;
- углубление знаний по ряду теоретических проблем, связанных с изучением закономерностей процессов деформирования, повреждения и разрушения материалов различной природы, а также исследованием напряженно-деформированное состояния твердых тел из этих материалов при воздействиях различной природы;
- получение навыков обоснованного выбора моделей, описывающих напряженно деформированное состояния исследуемого объекта, аналитических и численных методов анализа этих моделей для конкретных взаимодействий и способов нагружения;
- выработка умений решать сложные задачи в области механики деформируемого твердого тела с единых методологических позиций на основе общесистемной проработки всего комплекса вопросов с использованием методов моделирования.

Процесс освоения данной дисциплины направлен на получения необходимого объема знаний, умений и навыков, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное проведение аспирантом профессиональной деятельности, владение методологией формулирования, исследования и решения теоретических и прикладных задач.

1.3. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Механика деформируемого твердого тела» относится к вариативной части учебного плана подготовки аспиранта, базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является необходимой для подготовки кадров высшей квалификации по профилю 01.02.04.

Имеется логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими частями ООП ВО. Дисциплина «Механика деформируемого твердого тела» связана с дисциплинами базовой части и другими дисциплинами вариативной части. Данный курс тесно связан с курсами: «Механика сплошной среды», «Динамические задачи теории упругости и методы их исследования», «Механика смарт материалов и структур», «Факторизационные методы и их приложения».

Знания и навыки, полученные аспирантами при изучении данного курса, необходимы при подготовке и написании диссертации по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.

Для усвоения дисциплины обучающийся должен обладать базовой естественнонаучной подготовкой и навыками владения современными вычислительными средствами, языками программирования и пакетами компьютерной поддержки прикладных исследований.

Общая трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов: 18 часов лекций, 8 практических занятий, 18 лабораторных и 28 часов самостоятельной работы.

Форма контроля – кандидатский экзамен (36 часов).

1.4. Компетенции, формируемые в результате освоения учебной дисциплины

В результате изучения дисциплины у обучающегося формируется ряд универсальных (УК-2, УК-5) и профессиональных компетенций (ОПК-1, ПК-1).

1.5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Аспиранты, завершившие изучение дисциплины «Механика деформируемого твердого тела», должны обладать следующими компетенциями:

Коды компетенций	Название компетенции
УК-2	способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с

Коды компетенций	Название компетенции
	использованием знаний в области истории и философии науки
УК-5	способностью планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития
ОПК-1	способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий
ПК-1	способностью к комплексному анализу результатов научно-исследовательских работ и грамотному использованию на практике основных принципов, концепций и методов механики деформируемого твердого тела на уровне современного развития науки, техники и технологий

шифр	Структура компетенции
<i>знать</i>	
УК-2	– методы научно-исследовательской деятельности в области механики деформируемого твердого тела З(УК-2)-1;
УК-5	– принципы выбора методов и средств изучения моделей в соответствии с поставленными целями З(УК-5)-1;
ОПК-1	– основные гипотезы механики деформируемого твердого тела З(ОПК-1)-1; – современное состояние механики деформируемого твердого тела З(ОПК-1)-2;
ПК-1	– теоретические основы механики деформируемого твердого тела З(ПК-1)-1
<i>уметь</i>	
УК-5	– разрабатывать методы аналитического и численного анализа соответствующих краевых задач исходя из тенденций развития подходов в данной области, интерпретировать полученные результаты У(УК-5)-1;
ОПК-1	– проводить исследование задач теории упругости современными аналитическими и численными методами У(ОПК-1)-1;
ПК-1	– строить математические модели деформирования упругих, упруго-пластических, вязко-упругих тел У(ПК-1)-1
<i>владеть</i>	
УК-5	– навыками самостоятельного освоения специальной научной литературы по механике деформируемого твердого тела с целью достижения высокого уровня освоения дисциплины В(УК-5)-2
ОПК-1	– навыками самостоятельного поиска информации по изучаемым разделам дисциплины В(ОПК-1)-1;

шифр	Структура компетенции
ПК-1	– основными численными методами механики деформируемого твердого тела В(ПК-1)-1 ; – основными методами математического моделирования процессов, классическими методами исследования проблем механики деформируемого твердого тела В(ПК-1)-1

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Таблица 2.1.1.

Вид работы	Трудоемкость, часов
Общая трудоемкость	108
Аудиторная работа:	44
Лекции (Л)	18
Практические занятия	8
Лабораторные занятия (ЛЗ)	18
Самостоятельная работа:	28
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	–
Расчетно-графическое задание (РГЗ)	–
Аналитический обзор, реферат (Р)	6
Эссе (Э)	–
Самоподготовка	22
Подготовка и сдача экзамена	36
Вид итогового контроля	кандидатский экзамен

2.2 Содержание разделов дисциплины

Таблица 2.2.1.

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
1	Механика и термодинамика сплошных сред	Понятие сплошного тела. Гипотеза сплошности. Физически и геометрически малый элемент. Деформация элемента сплошной среды. Два способа описания деформации сплошного тела. Координаты Эйлера и координаты Лагранжа. Переход от Эйлера описания к Лагранжеву и обратно. Тензор деформации Коши-Грина.	Собеседование по результатам самостоятельной работы	ЮНЦ РАН

№ раздела	Наименован ие раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		Геометрический смысл компонент тензора деформации Грина. Тензор деформации Альманси. Геометрический смысл компонент тензора деформации Альманси. Условия совместности деформаций. Формулировка условий совместности деформаций в цилиндрической и сферической системе координат. Вычисление тензора малых деформаций по заданному полю перемещений. Формулы Чезаро. Классификация сил в механике сплошных сред: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа. Законы сохранения механики сплошных сред: уравнения баланса массы, импульса, момента импульса, кинетической, потенциальной и полной энергии.		
2	Теория упругости	Упругое деформирование твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Тензор упругих модулей. Частные случаи анизотропии: трансверсально изотропное и ортотропное упругое тело. Упругие модули изотропного тела. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях. Граничные условия. Постановка краевых задач математической теории упругости. Основные краевые задачи. Принцип Сен-Венана. Общие теоремы теории упругости: теорема Клапейрона, тождество взаимности, теорема единственности. Основные энергетические функционалы линейной теории упругости. Вариационные принципы теории упругости: принцип	Подготовка и представление реферата	ЮНЦ РАН

№ раздела	Наименован ие раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		минимума полной потенциальной энергии, принцип минимума дополнительной энергии, принцип Рейснера. Теоремы Кастильяно. Теорема Бетти. Примеры. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор Грина. Граничные интегральные представления напряжений и перемещений. Формула Соммильяны. Общие представления решений уравнений теории упругости: представление Кельвина, представление Галеркина и представление Папковича-Нейбера. Нормальная нагрузка на границе полупространства (задача Буссинеска). Касательная нагрузка на границе полупространства (задача Черрути). Плоское напряженное и плоское деформированное состояние. Плоская задача теории упругости. Метод комплексных потенциалов Колосова-Мусхелишвили. Комплексное представление напряжений и перемещений. Уравнения плоской задачи теории упругости в полярных координатах. Смешанная задача для полуплоскости. Задача Гриффитса. Антиплоская деформация. Трещина антиплоского сдвига в упругом теле. Кручение и изгиб призматического тела (задача Сен-Венана). Теоремы о циркуляции касательного напряжения при кручении и изгибе. Центр изгиба. Задача о действии штампа с плоским основанием на полуплоскость. Контактная задача Герца. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Полная система уравнений теории пластин и оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная		

№ раздела	Наименован ие раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		теория. Краевые эффекты. Задача о круглой симметрично нагруженной пластине. Динамические задачи теории упругости. Уравнения движения в форме Ламе. Динамические, геометрические и кинематические условия совместности на волновом фронте. Свободные волны в неограниченной изотропной упругой среде. Общее решение в форме Ламе. Фундаментальное решение динамических уравнений теории упругости для пространства. Плоские гармонические волны. Коэффициенты отражения, прохождения и трансформации. Полное отражение. Поверхностные волны Релея. Волны Лява. Установившиеся колебания упругих тел. Частоты и формы собственных колебаний. Вариационный принцип Релея. Температурные задачи теории упругости. Уравнения термоупругости.		
3	Теория пластичности	Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Упрочнение. Остаточные деформации. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластического течения. Понятие о дислокациях. Локализация пластических деформаций. Линии Людерса–Чернова. Идеальное упругопластическое тело. Идеальное жесткопластическое тело. Пространство напряжений. Критерий текучести и поверхность текучести. Критерии Треска и Мизеса. Пространство главных напряжений. Геометрическая интерпретация условий текучести. Условие полной пластичности. Влияние среднего напряжения. Упрочняющееся упругопластическое тело. Упрочняющееся жест-	Опрос по результатам лабораторной работы	

№ раздела	Наименован ие раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		копластическое тело. Функция нагружения, поверхность нагружения. Параметры упрочнения. Законы связи между напряженным и деформированным состояниями в теории течения. Принцип Мизеса. Постулат Друккера. Ассоциированный закон пластического течения. Теория скольжения. Краевые задачи теории течения. Теоремы единственности. Вариационные принципы теории течения. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки. Примеры. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное равновесие при кручении. Характеристики. Разрывы напряжений. Песчано-мембранная аналогия Прандтля–Надаи для кручения идеально упругопластических тел. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Статически определимые и неопределимые задачи. Характеристики. Свойства линий скольжения. Методы решения основных краевых задач теории плоской пластической деформации. Задача Прандтля о вдавливании штампа. Пластическое плоское напряженное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей при условии пластичности Мизеса. Характеристики. Плоские упругопластические задачи теории идеальной пластичности. Двухосное растяжение толстой и тонкой пластин с круговым отверстием. Деформационные теории пластичности. Теория Генки. Теория малых упруго пластических деформаций А.А. Ильюшина. Теорема о		

№ раздела	Наименован ие раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		разгрузке. Метод упругих решений. Упругопластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волна разгрузки. Остаточные деформации.		
4	Теория вязкоупру- гости и ползу- чести	Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фохта, модель Томсона. Время релаксации. Время запаздывания. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации. Непрерывные ядра и ядра со слабой особенностью. Термодинамические ограничения на выбор ядер ползучести и релаксации. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерры, применение интегрального преобразования Лапласа, численные методы. Теорема единственности. Вариационные принципы в линейной вязкоупругости. Применение вариационного метода к задачам изгиба. Плоская задача о вдавливании жесткого штампа в вязкоупругую полуплоскость. Контакт вязкоупругих тел: аналог задачи Герца. Определяющие соотношения нелинейной теории вязкоупругости. Разложение Вольтерры–Фреше. Упрощенные одномерные модели. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения. Установившаяся ползучесть. Уравнения состояния деформируемых тел, находящихся в условиях уста-	Опрос по результатам лабораторной работы	

№ раздела	Наименован ие раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		новившейся ползучести. Постановка краевых задач. Вариационные принципы теории установившейся ползучести: принцип минимума полной мощности, принцип минимума дополнительного рассеяния. Установившаяся ползучесть и длительная прочность стержня. Неустановившаяся ползучесть. Определяющие уравнения теории неустановившейся ползучести. Вариационные принципы теории течения и теории упрочнения. Неустановившаяся ползучесть стержневой решетки. Устойчивость стержней и пластин из реономных материалов.		
5	Механика разрушения	Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Коэффициент концентрации напряжений: растяжение упругой полуплоскости с круговым и эллиптическим отверстиями. Феноменологические теории прочности. Критерии разрушения: деформационный, энергетический, энтропийный. Критерии длительной и усталостной прочности. Расчет прочности по допускаемым напряжениям. Коэффициент запаса прочности. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Метод разложения по собственным функциям в задаче о построении асимптотик полей напряжений и перемещений у вершины трещины в упругом теле. Коэффициент интенсивности напряжений, методы его вычисления и оценки. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Энергетический подход Гриффитса в механике разрушения. Силовой подход в механике разрушения: модели Баренблатта и Ирвина. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина. J-интеграл Эшелби – Черепанова –	Подготовка и представление аналитического обзора	

№ раздела	Наименован ие раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		Райса и его инвариантность. Вычисление потока энергии в вершину трещины. JR-кривая. Динамическое распространение трещин. Динамический коэффициент интенсивности напряжений. Предельная скорость трещины хрупкого разрушения (теоретическая оценка и экспериментальные данные). Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Оценка линейного размера пластической зоны у вершины трещины по Ирвину. Модель трещины Леонова – Панасюка – Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций. Кинетическая концепция прочности твердых тел. Кинетическая теория трещин. Рост трещин в условиях ползучести. Понятие об усталостном разрушении. Малоцикловая и многоцикловая усталость. Основные законы роста усталостных трещин. Понятие о поврежденности. Математическое представление поврежденности. Параметр поврежденности Качанова – Работнова. Кинетические уравнения накопления поврежденности. Принцип линейного суммирования повреждений.		
6	Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела	Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Релея–Ритца, Бубнова–Галеркина и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов.	Опрос по результатам лабораторной работы	ЮНЦ РАН

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля	Разработано с участием представителей работодателей
1	2	3	4	5
		Применение сплайн-аппроксимаций. Метод интегральных преобразований. Формула Сомильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов). Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область определенности и область зависимости решения гиперболической краевой задачи. Метод лучевых разложений для решения гиперболических задач теории пластичности и волновой динамики. Понятие о вычислительном эксперименте. Использование вычислительного эксперимента для решения задач механики деформируемого твердого тела.		

2.3 Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

Таблица 2.3.1. Разделы дисциплины

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов					
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа	
			Л	ПЗ	ЛР	СР	контроль
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Механика и термодинамика сплошных сред	12	4	2	2	4	6
2	Теория упругости	16	4	2	4	6	6
3	Теория пластичности	10	4	—	2	4	6
4	Теория вязкоупругости и ползучести	8	2	—	2	4	6
5	Механика разрушения	10	2	2	2	4	6
6	Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела	16	2	2	6	6	6
Итого:		108	18	8	18	28	36

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия, ЛР – лабораторные работы, СР – самостоятельная работа.

2.3.1 Занятия лекционного типа

Раздел 1. Понятие сплошного тела. Гипотеза сплошности. Физически и геометрически малый элемент. Деформация элемента сплошной среды. Два способа описания деформации сплошного тела. Координаты Эйлера и координаты Лагранжа. Переход от Эйлера к Лагранжу и обратно. Тензор деформации Коши-Грина. Геометрический смысл компонент тензора деформации Грина. Тензор деформации Альманси. (2 ч.). Классификация сил в механике сплошных сред: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа. Законы сохранения механики сплошных сред. (2 ч.).

Раздел 2. Упругое деформирование твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Тензор упругих модулей. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях. Постановка краевых задач математической теории упругости. Принцип Сен-Венана. (2 ч.). Основные энергетические функционалы линейной теории упругости. Вариационные принципы теории упругости: принцип минимума полной потенциальной энергии, принцип минимума дополнительной энергии, принцип Рейснера. Теоремы Кастильяно. Теорема Бетти. (2 ч.).

Раздел 3. Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Упрочнение. Остаточные деформации. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластического течения. Понятие о дислокациях. Локализация пластических деформаций. Критерий текучести и поверхность текучести. Критерии Треска и Мизеса. Законы связи между напряженным и деформированным состояниями в теории течения. Принцип Мизеса. Постулат Друккера. (2 ч.).

Раздел 4. Понятие о ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фохта, модель Томсона. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Вариационные принципы в линейной вязкоупругости. Установившаяся и неуставившаяся ползучесть. (2 ч.).

Раздел 5. Понятие о разрушении и прочности тел. Основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Феноменологические теории прочности. Критерии разрушения: деформационный, энергетический, энтропийный. Критерии длительной и усталостной прочности. Энергетический подход Гриффитса в механике разрушения. Силовой подход в механике разрушения: модели Баренблатта и Ирвина. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина. (2 ч.).

Раздел 6. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Релея–Ритца, Бубнова–Галеркина и

градиентного спуска. Метод конечных элементов в теории упругости. Формула Соммильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов). Метод интегральных преобразований. (2 ч.).

2.3.2 Занятия семинарского типа

Раздел 1. Плоское напряженное и плоское деформированное состояние. Плоская задача теории упругости. Комплексное представление напряжений и перемещений. Уравнения плоской задачи теории упругости в полярных координатах. (2 ч.).

Раздел 2. Динамические задачи теории упругости. Температурные задачи теории упругости. Уравнения термоупругости. (2 ч.).

Раздел 5. Динамическое распространение трещин. Динамический коэффициент интенсивности напряжений. Предельная скорость трещины хрупкого разрушения (2 ч.).

Раздел 6. Методы Релея–Ритца, Бубнова–Галеркина и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии. (2 ч.).

2.3.3 Лабораторные работы

№ работы	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ
1	1	Способы выражения тензоров деформации через вектор перемещения. Представления тензора напряжения.
2,3	2	Закон Гука. Условия совместности Сен-Венана. Уравнения Ламе. Установившиеся колебания упругих тел. Частоты и формы собственных колебаний.
4	3	Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей.
5	4	Плоская задача о вдавливании жесткого штампа в вязкоупругую полуплоскость.
6	5	Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Коэффициент интенсивности напряжений, методы его вычисления и оценки.
7,8,9	6	Разностные методы. Метод конечных элементов. Метод интегральных преобразований

Тематика лабораторных работ направлена на приобретение навыков построения моделей и освоение методов решения задач механики деформируемого твердого тела с использованием математических пакетов, языков и сред программирования.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Целью самостоятельной работы является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Содержание приведенной основной и

дополнительной литературы позволяет охватить широкий круг задач и методов механики деформируемого твердого тела.

2.4.1 Содержание самостоятельной работы

Раздел 1. Формулировка условий совместности деформаций в цилиндрической и сферической системе координат. Вычисление тензора малых деформаций по заданному полю перемещений. Формулы Чезаро. Классификация сил в механике сплошных сред: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа. Законы сохранения механики сплошных сред: уравнения баланса массы, импульса, момента импульса, кинетической, потенциальной и полной энергии.

Раздел 2. Общие теоремы теории упругости: теорема Клапейрона, тождество взаимности, теорема единственности. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор Грина. Граничные интегральные представления напряжений и перемещений. Формула Соммильяны. Общие представления решений уравнений теории упругости: представление Кельвина, представление Галеркина и представление Папковича-Нейбера. Задача Буссинеска. Задача Черрути. Метод комплексных потенциалов Колосова–Мусхелишвили. Антиплоская деформация. Трещина антиплоского сдвига в упругом теле. Задача Сен-Венана. Теоремы о циркуляции касательного напряжения при кручении и изгибе. Центр изгиба. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Полная система уравнений теории пластин и оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная теория. Краевые эффекты. Задача о круглой симметрично нагруженной пластине.

Раздел 3. Идеальное жесткопластическое тело. Пространство напряжений. Пространство главных напряжений. Геометрическая интерпретация условий текучести. Условие полной пластичности. Влияние среднего напряжения. Упрочняющееся упругопластическое тело. Упрочняющееся жесткопластическое тело. Функция нагружения, поверхность нагружения. Параметры упрочнения. Теория скольжения. Краевые задачи теории течения. Теоремы единственности. Вариационные принципы теории течения. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное равновесие при кручении. Характеристики. Разрывы напряжений. Песчано-мембранная аналогия Прандтля–Надаи для кручения идеально упругопластических тел. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Статически определимые и неопределимые задачи. Характеристики. Свойства линий скольжения. Методы решения основных краевых задач теории плоской пластической деформации. Задача Прандтля о вдавливании штампа. Плоские упругопластические задачи теории идеальной пластичности. Двухосное растяжение толстой и тонкой пластин с круговым отверстием. Деформационные теории пластичности. Теория Генки. Теория ма-

лых упруго пластических деформаций А.А. Ильюшина. Теорема о разгрузке. Метод упругих решений.

Раздел 4. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации. Термодинамические ограничения на выбор ядер ползучести и релаксации. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерры, применение интегрального преобразования Лапласа, численные методы. Теорема единственности. Плоская задача о вдавливании жесткого штампа в вязкоупругую полуплоскость. Контакт вязкоупругих тел: аналог задачи Герца. Определяющие соотношения нелинейной теории вязкоупругости. Разложение Вольтерры – Фреше. Упрощенные одномерные модели. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения. Устойчивость стержней и пластин из реономных материалов.

Раздел 5. Коэффициент концентрации напряжений: растяжение упругой полуплоскости с круговым и эллиптическим отверстиями. Критерии длительной и усталостной прочности. Расчет прочности по допускаемым напряжениям. Коэффициент запаса прочности. Метод разложения по собственным функциям в задаче о построении асимптотик полей напряжений и перемещений у вершины трещины в упругом теле. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. J-интеграл Эшелби – Черепанова – Райса и его инвариантность. Вычисление потока энергии в вершину трещины. JR-кривая. Динамическое распространение трещин. Динамический коэффициент интенсивности напряжений. Предельная скорость трещины хрупкого разрушения (теоретическая оценка и экспериментальные данные). Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Оценка линейного размера пластической зоны у вершины трещины по Ирвину. Модель трещины Леонова – Панасюка – Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций. Кинетическая теория трещин. Рост трещин в условиях ползучести. Понятие об усталостном разрушении. Малоцикловая и многоцикловая усталость. Основные законы роста усталостных трещин. Понятие о поврежденности. Математическое представление поврежденности. Параметр поврежденности Качанова – Работнова. Кинетические уравнения накопления поврежденности. Принцип линейного суммирования повреждений.

Раздел 6. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов. Применение сплайн-аппроксимаций. Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область определенности и область зависимости решения гиперболической краевой задачи. Метод лучевых разложений для решения гиперболических задач теории пластичности и волновой динамики. Понятие о вычислительном эксперименте. Использование вычислительного эксперимента для решения задач механики деформируемого твердого тела.

При проведении самостоятельной работы для решения и исследования задач механики сплошной среды могут применяться математические пакеты Matlab и/или Maple и/или Comsol.

2.4.2. Перечень вопросов для самоподготовки

1. Что представляют собой условия на поверхности тела?
2. Почему коэффициенты кубического уравнения относительно главных напряжений являются инвариантами напряженного состояния?
3. Каким деформациям соответствуют шаровой тензор напряжений и девиатор напряжений?
4. Сформулируйте и обоснуйте правила знаков для линейных и угловых деформаций.
5. Напишите выражения для инвариантов тензора деформаций. Каков геометрический смысл первого инварианта тензора деформаций?
6. В чем заключается энергетический смысл уравнений неразрывности деформаций?
7. Какие тела называются однородными, изотропными, анизотропными, ортотропными?
8. Сколько независимых упругих постоянных имеется в случаях изотропного и анизотропного тел?
9. Напишите выражения закона Гука, связывающие объемную деформацию и среднее нормальное напряжение.
10. Каким комплексом уравнений мы располагаем для определения неизвестных компонентов напряжений, деформаций и перемещений в точке тела?
11. Какие задачи теории упругости называются простейшими? Приведите примеры простейших задач.
12. Сформулируйте принцип Сен-Венана и приведите примеры его применения.
13. Укажите три типа граничных условий на поверхности тела.
14. Какая разница между плоской деформацией и обобщенным плоским напряженным состоянием? Приведите основные уравнения для обоих видов плоской задачи.
15. Какая функция называется бигармонической?
16. Чему равна наивысшая степень полинома, при которой тождественно удовлетворяется бигармоническое уравнение плоской задачи?
17. Полиному какой степени соответствует однородное напряженное состояние?
18. Чем отличаются друг от друга простое и сложное нагружения?
19. Что представляют собой активная и пассивная деформации?
20. Сформулируйте простейшие задачи о напряженном состоянии упругого тела с трещиной.
21. Коэффициент интенсивности как основная характеристика тела с трещиной.
22. В чем заключается концепция Гриффитса Орована Ирвина?

23. Дайте определение понятиям устойчивого и неустойчивого развития трещины.

24. Назовите экспериментальные методы определения вязкости разрушения материала.

25. Как оценивается поле напряжений у вершины растущей трещины в условиях ползучести?

26. Сформулируйте двухпараметрические критерии разрушения.

27. Сформулируйте критерий Новожилова осреднения напряжений у вершины трещины?

28. Как определяется предел трещиностойкости материала?

29. Опишите диффузионную модель коррозионного роста трещин.

30. Опишите феноменологическая модель коррозионного роста трещин.

2.4.3 Примерные задачи для самостоятельной работы

1. Пусть движение задано в Лагранжевом представлении на временном интервале $(0, t)$ в виде

$$x_1 = a_1 \cos \omega t - a_2 \sin \omega t, \quad x_2 = a_1 \sin \omega t + a_2 \cos \omega t, \quad x_3 = a_3.$$

а) Выписать Эйлерово представление движения, б) Выписать траектории линий тока.

2. Определить деформацию полого шара (внутренний радиус – a , наружный – b), находящегося под действием равномерного внутреннего давления p_0 и равномерного внешнего давления p_1 .

3. Определить деформацию сплошной сферы радиуса a под влиянием собственного гравитационного поля. Найти области сжатия и растяжения.

4. Пусть тензор напряжений σ задан в произвольном базисе. Выписать соотношения для компонент σ_{ij} , такие, что σ станет тензором одноосных напряжений.

5. Пусть $\bar{u}_0$ — вектор перемещений, удовлетворяющий однородным уравнениям Ламе с коэффициентом Пуассона ν_0 . Показать, что вектор

$$\bar{u} = \frac{1-\nu_0}{1-\nu} \frac{7-8\nu}{7-8\nu_0} \bar{u}_0 - \frac{\nu-\nu_0}{1-\nu} \frac{1}{7-8\nu_0} \left[2 \frac{1-\nu_0}{1-2\nu_0} \operatorname{div} \bar{u}_0 + \bar{r} \times \operatorname{rot} \bar{u}_0 \right]$$

удовлетворяет также однородным уравнениям Ламе, но с коэффициентом Пуассона ν .

6. Получить выражения для объемного расширения и вращения в цилиндрических координатах r, z , если деформация симметрична относительно оси z . Выписать для этого случая систему уравнений, которым должны удовлетворять объемное расширение и вращение, предполагая материал линейно-упругим, однородным и изотропным.

7. Рассмотрим тело, имеющее форму цилиндра с осью $(0, \vec{e}_3)$ и с радиусом a , ограниченное плоскостями $x_3 = 0, x_3 = h$. Тело находится в равновесии под действием сил S_0, S_1 , приложенных соответственно к основаниям $x_3 = 0, x_3 = h$. Пусть в каждой точке цилиндра тензор напряжений имеет вид

$$\sigma_{11}^{(2)} = \sigma_{12}^{(2)} = \sigma_{22}^{(2)} = 0, \sigma_{13}^{(2)} = \sigma_{13}^{(1)} + c_3 x_2, \sigma_{23}^{(2)} = \sigma_{23}^{(1)} + c_4 x_1, \sigma_{33}^{(2)} = \sigma_{33}^{(1)}, c_3, c_4 = \text{const}.$$

Описать объемные силы, действующие на цилиндр.

8. Пусть два твердых тела соприкасаются друг с другом в точке, не являющейся особой точкой их поверхностей. Определить контур, ограничивающий поверхность контакта, и распределение давления по поверхности контакта, если результирующая сила давления между телами равна F . Трением на поверхности контакта пренебречь. Рассмотреть случай соприкосновения двух шаров.

9. Показать, что интеграл однородных уравнений Ламе можно написать в виде:

$$\mu \bar{u} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial z} - \frac{1}{3-4\nu} z \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{H}$$

где $\bar{H}$ — гармонический вектор. Найти выражения для напряжений $\tau_{xz}, \tau_{zy}, \sigma_{zz}$.

10. Показать, что напряженное состояние, возникающее в неограниченном пространстве от действия сосредоточенной силы, приложенной в начале координат и направленной вдоль оси Oz , является чисто радиальным для несжимаемого материала.

11. Вывести дифференциальные уравнения равновесия для плоской задачи теории упругости в полярной системе координат.

12. Решить задачу кручения для призматического бруса, эллиптического сечения.

Аспирант должен выполнить объем самостоятельной работы, предусмотренный рабочим учебным планом, максимально используя возможности индивидуального, творческого и научного потенциала для освоения образовательной программы в целом. Самостоятельная работа должна нацеливать аспирантов на получение навыков самостоятельной научной работы, обработки научной информации и носить поисковый характер, нацеливая аспирантов на самостоятельный выбор способов выполнения работы, на развитие у них навыков творческого мышления, инновационных методов решения поставленных задач.

3. Образовательные технологии

С целью формирования и развития профессиональных навыков используются инновационные образовательные технологии при сочетании аудиторной работы с внеаудиторной. Такими технологиями являются:

- лекционная система обучения (проблемная лекция, лекция диалог с элементами группового взаимодействия);
- информационно-коммуникационные технологии (постановка и выполнение компьютерных экспериментов);
- проектные методы обучения (презентации, командная работа);
- исследовательские методы в обучении (аналитический семинар)
- проблемное обучение (круглый стол, дискуссия).

Используемые образовательные технологии и методы должны быть направлены на повышение качества подготовки путем развития у обучающихся

способностей к самообразованию и нацелены на активацию и реализацию личностного потенциала. Необходимо предусмотреть использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.

При реализации программы дисциплины «Механика деформируемого твердого тела», с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, предусмотрено широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1 Перечень вопросов, для устных опросов (собеседований)

1. Напряженное состояние линейно-упругого тела. Дифференциальные уравнения равновесия.
2. Напряжения на площадках, наклоненных к координатным плоскостям. Условия на поверхности.
3. Главные площадки и главные напряжения.
4. Инварианты тензора напряжений.
5. Компоненты перемещения и компоненты деформации. Зависимость между ними.
6. Уравнения неразрывности деформаций (уравнения Сен-Венана).
7. Закон Гука для изотропного и анизотропного тела.
8. Закон Гука для изотропного тела, выражение деформаций через напряжения.
9. Закон Гука для изотропного тела, выражение напряжений через деформации.
10. Форма зависимостей между напряжениями и деформациями; гипотеза о естественном состоянии тела.
11. Основные уравнения теории упругости.
12. Уравнения Ламе.
13. Продольные и поперечные колебания в неограниченной упругой среде.
14. Общее решение уравнения колебаний.
15. Три рода задач теории упругости. Единственность решения первой задачи теории упругости.
16. Постановки смешанных краевых задач теории упругости. Сведение смешанных задач теории упругости к интегральным уравнениям.
17. Методы решения интегральных уравнений смешанных задач теории упругости.
18. Теоретическая и реальная прочность твердых тел. Первая модель тела с трещиной (трещина Гриффитса).
19. Напряженное состояние у вершины полубесконечной трещины. Метод комплексных потенциалов. Коэффициенты интенсивности напряжений.
20. Методы расчетов коэффициентов интенсивности напряжений в упругих телах при различных условиях нагружения. Примеры.

21. Динамические задачи механики хрупкого разрушения. Локальное стационарное поле.
22. Динамические задачи механики хрупкого разрушения. Установившиеся колебания у вершины неподвижной трещины.
23. Силовой и энергетический критерии хрупкого разрушения. Их эквивалентность.
24. Устойчивость и неустойчивость роста трещин. Поток энергии в вершину трещины.
25. Концепция квазихрупкого разрушения. Поправка Ирвина на пластическую деформацию.
26. Распределение напряжений у вершины трещины в упругопластическом материале со степенным упрочнением.
27. Влияние физической нелинейности. Пластическая область в вершине трещины.
28. Накопление повреждений при разрушении. Параметр поврежденности (сплошности). Модель Качанова - Работнова.
29. Напряжения в окрестности вершины трещины нормального отрыва в условиях плоского напряженного и плоского деформированного состояния в идеально пластическом материале.
30. Асимптотическое исследование полей напряжений у вершины растущей трещины в условиях установившейся и неуставившейся ползучести.
31. Модель роста трещины в несвязанной постановке теории ползучести с поврежденностью.
32. Модели коррозионного растрескивания (диффузионная модель, феноменологическая модель).
33. Математическая модель коррозионного роста трещин. Пороговый коэффициент интенсивности напряжений
34. Многоцикловая и малоцикловая усталость. Рост трещин при циклическом нагружении.
35. Двухпараметрические критерии разрушения. Предел трещиностойкости материала.
36. Автомодельная задача о трещине антиплоского сдвига в среде с поврежденностью (связанная постановка задачи ползучести с поврежденностью).
37. Теоретические зависимости роста усталостных трещин. Усталостная долговечность.

4.2 Примерные темы обзоров

1. Современные достижения в области моделирования процессов пластического разрушения.
2. Успехи в области изучения физической усталости трещин.
3. Современные проблемы механики разрушения.
4. Современные методы и результаты нелинейной механики разрушения.

5. Достижения в области решения обратных задач механики разрушения.
6. Механика трещин в средах со структурой.
7. Проблемы контактного разрушения.
8. Проблемы прочности в биомеханике.
9. Асимптотическое исследование полей напряжений и скоростей деформаций у вершины растущей трещины в условиях ползучести.
10. Математическая модели коррозионного роста трещин.

4.3 Примерные темы рефератов

1. Методы построения фундаментального решения теории упругости для стратифицированных упругих полуограниченных сред.
2. Методы решения интегральных уравнений смешанных задач теории упругости.
3. Применение преобразования Фурье-Лапласа для решения нестационарных задач теории упругости.
4. Применение численных методов в решении краевых задач теории упругости.
5. Плоские гармонические волны. Коэффициенты отражения, прохождения и трансформации. Полное отражение.
6. Применение поверхностных волн в технике.
7. Вопросы разрешимости и свойства ядер интегральных уравнений динамических смешанных задач теории упругости.
8. Распространение гармонических термоупругих волн в бесконечном упругом пространстве.
9. Методы интегрирования уравнений термоупругости, вытекающие из теоремы взаимности.
10. Динамическое взаимодействие массивных тел с полуограниченными средами, обладающими сложными свойствами.

При подготовке обзоров и рефератов аспирант может использовать научные статьи соответствующей тематики из электронной библиотечной системы eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>).

4.4 Перечень вопросов, выносимых на кандидатский экзамен

1. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Первые интегралы.
2. Малые деформации и малые вращения. Обоснование линеаризации тензоров деформаций.
3. Закон Гука для изотропного и анизотропного тела. Тензор упругих постоянных. Частные случаи анизотропии. Полная система уравнений теории упругости в напряжениях. Уравнения Бельтрами–Митчелла.
4. Теория напряженного и деформируемого состояний. Тензоры деформаций Грина и Альманси, тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа.

5. Вариационные принципы теории упругости. Принцип Лагранжа. Теорема Клайперона. Теорема Бетти. Принцип Кастильяно.
6. Распространение волн в неограниченной упругой среде. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Релея. Волны Лява. Сферические волны. Собственные частоты упругих тел. Формула Релея.
7. Методы решения плоских задач. Применение теории функций комплексного переменного. Формулы Колосова–Мусхелишвили. Применение интегралов типа Коши.
8. Случай плоской деформации и плоского напряженного состояния. Задача о штампе и полосе с выточками.
9. Уравнения теории упругости в перемещениях. Постановка основных задач теории упругости. Теоремы о существовании и единственности.
10. Пространственные и осесимметричные задачи. Представления Галеркина, Папковича, Нейбера. Решение Кельвина, тензор Грина.
11. Плоская деформация и плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Дифференциальные уравнения и краевые условия для функций напряжений. Теорема Мориса–Леви.
12. Методы решения краевых задач для комплексных потенциалов. Действие штампа на полуплоскость, плоскость с отверстием и разрезом.
13. Температурные задачи теории упругости. Основные уравнения термоупругости. Методы решения задач термоупругости.
14. Применение преобразования Лапласа. Понятие о нелинейных моделях наследственных сред.
15. Допущения классической теории тонких упругих оболочек. Деформация срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Соотношения упругости.
16. Полная система уравнений теории оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории оболочек. Безмоментная теория. Краевые эффекты в оболочках.
17. Плоская задача теории пластичности. Уравнения плоской задачи. Характеристики и линии скольжения. Простейшие примеры полей скольжения.
18. Условия на границе упругой и пластической областей. Задача о кручении, о нагружении внутренним давлением цилиндра и поллой сферы.
19. Теория линейной вязкоупругости. Использование механических моделей. Спектры времен релаксации и последствия. Дифференциальная и интегральная формы соотношений между напряжениями и деформациями.
20. Принцип температурно-временного соответствия. Постановка и методы решения задач теории вязкоупругости. Принцип Вольтерры.
21. Модель жестко-пластического тела. Вариационные принципы для предельного состояния. Определение верхней и нижней границ для предельной нагрузки. Постулаты теории пластичности. Деформационная теория.
22. Модели упруго-пластического тела. Постулаты теории пластичности. Деформационная теория. Теория пластического течения.

23. Теория пластического течения. Методы решения задач теории пластичности с упрочнением и идеальная пластичность. Разгрузка. Остаточные напряжения.
24. Понятие о ползучести и релаксации. Определяющие соотношения теории ползучести. Ползучесть в случае сложного напряженного состояния изотропного тела.
25. Теория старения, теория течения и теория упрочнения. Постановка задач теории ползучести.
26. Постановка задач теории ползучести. Вариационные принципы. Установившаяся ползучесть при чистом изгибе. Ползучесть вращающихся дисков.
27. Условия разрушения тел с трещинами. Устойчивая и неустойчивая трещина. Критический коэффициент интенсивности напряжений.
28. Напряжения вблизи трещин в упругом теле. Энергетический и силовой подходы к механике разрушения.
29. Условия разрушения тел с трещинами. Устойчивая и неустойчивая трещина. Критический коэффициент интенсивности напряжений.
30. Характеристики раскрытия трещины. Применение механики разрушения к задачам усталостного разрушения. Теория накопления повреждений.
31. Квазихрупкое и вязкое разрушение. Феноменологические теории прочности. Линейная механика квазихрупкого разрушения.
32. Критический коэффициент интенсивности напряжений. Инвариантные интегралы. Учет пластических деформаций в конце трещины. Характеристики раскрытия трещины.
33. Применение механики разрушения к задачам усталостного разрушения. Теория накопления повреждений. Разрушение в условиях ползучести.
34. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела. Разностные методы.
35. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела. Применение сплайн-аппроксимаций.
36. Метод граничных интегральных уравнений. Первая и вторая краевые задачи для полупространства. Задача Герца. Задача Буссинеска.
37. Использование интегральных преобразований Фурье, Ханкеля и Лапласа. Метод граничных интегральных уравнений.
38. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела. Метод конечных элементов.
39. Вариационные методы решения задач теории упругости. Метод Ритца. Метод Бубнова–Галеркина.
40. Численная реализация метода характеристик в двумерных задачах теории пластичности и волновой динамики.

5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы

5.1 Основная литература

1. Иванов Н.Б. Теория деформируемого твердого тела: тексты лекций. Казань: Издательство КНИТУ, 2013. 124 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258827>.
2. Колесников Ю.В. Механика контактного разрушения. Москва: URSS: [Изд-во ЛКИ], 2012. 222 с.
3. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. М.: URSS: ЛЕНАНД, 2014. 367 с.
4. Аналитические решения смешанных осесимметричных задач для функционально-градиентных сред / С.М. Айзикович, В.М. Александров, А.С. Васильев, Л. И. Кренев, И. С. Трубочик. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 192 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Александров В.М., Чебаков М.И. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости М.: Физматлит, 2004. 299 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48233>.
2. Баженов В. Г., Игумнов Л.А. Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями. М.: Физматлит, 2008. + [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48194>.
3. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. М.: Физматлит, 2009. 160 с. + [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>.
4. Ишлинский А.Ю. Математическая теория пластичности. М: Физматлит, 2001.
5. Капитонов, А. М. Физико-механические свойства композиционных материалов. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2013. 532 с [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=492077>
6. Капустин С.А. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов с периодически повторяющейся структурой / С.А. Капустин, С.Ю. Лихачева. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2012. 97 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=427467>
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Т.7: Теория упругости. М: URSS, 2003. + [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2233>.
8. Левин В.А., Морозов Е.М., Матвиенко Ю.Г. Избранные нелинейные задачи механики разрушения. М: Физматлит, 2004.
9. Молотников В.Я., Молотникова А.А. Теория упругости и пластичности. СПб: Лань, 2017. 532 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94741>
10. Степанова Л.В. Математические методы механики разрушения. М.: Физматлит, 2009. 336 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59534>.

11. Темам Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред: М.: "Лаборатория знаний", 2014. 319 с. [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/50538>.

12. Учайкин В.В. Механика. Основы механики сплошных сред. Санкт-Петербург: Лань, 2016. 860 с. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/87596>

13. Хлуднев А. М. Задачи теории упругости в негладких областях. М.: Физматлит, 2010.

14. Черепанов Г.П. Механика разрушения. Мю; Ижевск: [Ижевский институт компьютерных исследований], 2012. 872 с.

15. Шляхин Д.А. Нестационарная механика электроупругих полей в элементах конструкций. Самара: Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2012. 190 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=143522>.

5.3 Периодические издания:

1. Вестник Московского университета. Серия 1. Математика и механика. М: Изд-во МГУ, ISSN 0579-9368.
2. Доклады академии наук. Серии: Математика, Физика. М.: Академический научно-издательский, производственно-полиграфический и книгораспространительский центр Российской академии наук. Издательство "Наука", ISSN 0869-5652.
3. Известия РАН. Механика твердого тела. Академический научно-издательский, производственно-полиграфический и книгораспространительский центр Российской академии наук. Издательство "Наука", ISSN 0572-3299.
4. Прикладная математика и механика. М.: Академический научно-издательский, производственно-полиграфический и книгораспространительский центр Российской академии наук Издательство "Наука", ISSN 0032-8235.
5. Экологический вестник ЧЭС, ISSN 1729-5459.
6. Journal of Applied Mechanics, ISSN 0021-8936.
7. Journal of Elasticity, ISSN 0374-3535.
8. Journal of Mechanics, ISSN 1727-7191.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://www.math.msu.su/department/uprug/courses.htm#mtu>

<http://biblioteka.cc/index.php?newsid=90594>

<http://e.lanbook.com/>

<http://znanium.com/>

<http://www.biblioclub.ru>

<http://eqworld.impnet.ru/ru/library/mechanics/silid.htm>.

<http://www.sciencedirect.com/>

<http://www.scopus.com/>

<http://www.nature.com/siteindex/index.html>

<http://www.scirus.com>
<http://www.elibrary.ru/>
<http://iopscience.iop.org/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В рамках самостоятельной работы аспиранты готовят реферат (раздел 2) и обзор (раздел 5) по выбранным темам. Каждый обучающийся выполняет работу по одной теме.

Для написания обзора необходимо подобрать литературу. Общее количество литературных источников, включая тексты из Интернета, (публикации в журналах), должно составлять не менее 10 наименований. Учебники в литературные источники не входят.

Рефераты и обзоры выполняют на листах формата А4. Страницы текста, рисунки, формулы нумеруют, рисунки снабжают подрисуночными надписями. Текст следует печатать шрифтом №14 с интервалом между строками в 1,5 интервала, без недопустимых сокращений. В конце работы приводят список использованных источников. При оформлении обзоров и рефератов рекомендуется использовать следующие источники:

1. ГОСТ 7.1 – 2003 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления».
2. ГОСТ Р 7.0.5 – 2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления».
3. ГОСТ Р 7.0.12 – 2011 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая запись. Сокращение слов и словосочетаний на русском языке. Общие требования и правила».
4. ГОСТ 7.9 – 95 (ИСО 214 – 76) «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Реферат и аннотация. Общие требования».
5. ГОСТ 8.417 – 2002 «Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин».

Обзор и реферат должны быть подписан аспирантом с указанием даты ее оформления.

Работы, выполненные без соблюдения перечисленных требований, возвращаются на доработку.

Выполненные аспирантом работы определяется на проверку преподавателю в установленные сроки.

Для приобщения обучаемых к поиску и исследовательской работе, для развития их творческого потенциала следует по возможности избегать прямого руководства работой обучающихся при выполнении ими тех или иных заданий, чаще выступать в роли консультанта, эксперта. Предпочтительным является представление обзоров в форме конференции или аналитического семинара.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

8.1 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Matlab, COMSOL Multiphysics

8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>).

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Реализация курса предполагает наличие минимально необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения:

№	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень оборудования и технических средств обучения
1.	Аудитория, для лекционных занятий	Учебная мебель, компьютерная техника, стационарное или переносное мультимедийное оборудование (129, 131, 133, А305, А307, А508, 239А)
2.	Аудитория, для лабораторных занятий	Аудитория для семинарских занятий, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301, А504, 239А)
3.	Аудитория, для практических занятий	Аудитория для семинарских занятий, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья), презентационной техникой (аудитории: 129, 131, А305, А307, 239А) или переносным демонстрационным оборудованием (аудитории: 133, 147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512, А508, 239А)
4.	Аудитория для групповых и индивидуальных консультаций	Аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, лицензионное программное обеспечение

		(А504, А506, 239А)
5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А3016, А512, А508), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301, А504, 239А)
6.	Аудитория для самостоятельной работы	Аудитория, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, лицензионное программное обеспечение (А 504, 102А)

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №1

1. Теория напряженного и деформируемого состояний. Тензоры деформаций Грина и Альманси, тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа.
2. Модель жестко-пластического тела. Вариационные принципы для предельного состояния. Определение верхней и нижней границ для предельной нагрузки.
3. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела. Разностные методы. Численная реализация вариационных методов (Ритца, Бубнова-Галеркина, Галеркина-Петрова).

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №2

1. Понятие о ползучести и релаксации. Определяющие соотношения теории ползучести. Ползучесть в случае сложного напряженного состояния изотропного тела. Теория старения, теория течения и теория упрочнения. Постановка задач теории ползучести.
2. Напряжения вблизи трещин в упругом теле. Энергетический и силовой подходы к механике разрушения. Условия разрушения тел с трещинами. Устойчивая и неустойчивая трещина. Критический коэффициент интенсивности напряжений.
3. Малые деформации и малые вращения. Обоснование линеаризации тензоров деформаций.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №3

1. Вариационные принципы теории упругости. Принцип Лагранжа. Теорема Клайперона. Теорема Бетти. Принцип Кастильяно.
2. Температурные задачи теории упругости. Основные уравнения термоупругости. Методы решения задач термоупругости.
3. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела. Применение сплайн-аппроксимаций.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №4

1. Закон Гука для изотропного и анизотропного тела. Тензор упругих постоянных. Частные случаи анизотропии. Полная система уравнений теории упругости в напряжениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла.
2. Плоская задача теории пластичности. Уравнения плоской задачи. Характеристики и линии скольжения. Простейшие примеры полей скольжения.
3. Применение механики разрушения к задачам усталостного разрушения. Теория накопления повреждений. Разрушение в условиях ползучести.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №5

1. Квазихрупкое и вязкое разрушение. Феноменологические теории прочности. Линейная механика квазихрупкого разрушения.
2. Постулаты теории пластичности. Деформационная теория. Теория пластического течения. Методы решения задач теории пластичности с упрочнением и идеальная пластичность. Разгрузка. Остаточные напряжения.
3. Случай плоской деформации и плоского напряженного состояния. Задача о штампе и полосе с выточками.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №6

1. Уравнения теории упругости в перемещениях. Постановка основных задач теории упругости. Теоремы о существовании и единственности.
2. Постановка задач теории ползучести. Вариационные принципы. Установившаяся ползучесть при чистом изгибе. Ползучесть вращающихся дисков.
3. Условия на границе упругой и пластической областей. Задача о кручении, о нагружении внутренним давлением цилиндра и поллой сферы.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №7

1. Вариационные методы решения задач теории упругости. Метод Ритца. Метод Бубнова-Галеркина.
2. Теория линейной вязкоупругости. Использование механических моделей. Спектры времен релаксации и последействия. Дифференциальная и интегральная формы соотношений между напряжениями и деформациями.
3. Численная реализация метода характеристик в двумерных задачах теории пластичности и волновой динамики.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №8

1. Условия разрушения тел с трещинами. Устойчивая и неустойчивая трещина. Критический коэффициент интенсивности напряжений.
2. Распространение волн в неограниченной упругой среде. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Релея. Волны Лява. Сферические волны. Собственные частоты упругих тел. Формула Релея.
3. Принцип температурно-временного соответствия. Постановка и методы решения задач теории вязкоупругости. Принцип Вольтерра.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №9

1. Плоская деформация и плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Дифференциальные уравнения и краевые условия для функций напряжений. Теорема Мориса-Леви.
2. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Первые интегралы.
3. Применение преобразования Лапласа. Понятие о нелинейных моделях наследственных сред.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №10

1. Допущения классической теории тонких упругих оболочек. Деформация срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Соотношения упругости.
2. Критический коэффициент интенсивности напряжений. Инвариантные интегралы. Учет пластических деформаций в конце трещины. Характеристики раскрытия трещины.
3. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела. Метод конечных элементов.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №11

1. Полная система уравнений теории оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории оболочек. Безмоментная теория. Краевые эффекты в оболочках.
2. Закон Гука для изотропного и анизотропного тела. Тензор упругих постоянных. Частные случаи анизотропии. Полная система уравнений теории упругости в напряжениях.
3. Модель жестко-пластического тела. Вариационные принципы для предельного состояния. Определение верхней и нижней границ для предельной нагрузки.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №12

1. Пространственные и осесимметричные задачи. Представления Галеркина, Папковича, Нейбера. Решение Кельвина, тензор Грина.
2. Модели упруго-пластического тела. Постулаты теории пластичности. Деформационная теория. Теория пластического течения.
3. Численная реализация вариационных методов (Ритца, Бубнова-Галеркина, Галеркина-Петрова). Проблема выбора базисных функций.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №13

1. Метод граничных интегральных уравнений. Первая и вторая краевые задачи для полупространства. Задача Герца. Задача Буссинеска.
2. Использование интегральных преобразований Фурье, Ханкеля и Лапласа. Метод граничных интегральных уравнений.
3. Распространение волн в неограниченной упругой среде. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Релея. Волны Лява. Сферические волны. Собственные частоты упругих тел. Формула Релея.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №14

1. Методы решения плоских задач. Применение теории функций комплексного переменного. Формулы Колосова–Мусхелишвили. Применение интегралов типа Коши.
2. Теория линейной вязкоупругости. Использование механических моделей. Спектры времен релаксации и последействия.
3. Характеристики раскрытия трещины. Применение механики разрушения к задачам усталостного разрушения. Теория накопления повреждений.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кандидатский экзамен по направлению 010601 Математика и механика
010204 Механика деформируемого твердого тела



Билет №15

1. Методы решения краевых задач для комплексных потенциалов. Действие штампа на полуплоскость, плоскость с отверстием и разрезом.
2. Условия разрушения тел с трещинами. Устойчивая и неустойчивая трещина. Критический коэффициент интенсивности напряжений. Инвариантные интегралы.
3. Постановка задач теории ползучести. Вариационные принципы. Установившаяся ползучесть при чистом изгибе. Ползучесть вращающихся дисков.

Заведующий кафедрой математического моделирования

В.А. Бабешко

Заведующий кафедрой прикладной математики

М.Х. Уртенев