

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «КубГУ»)

Физико-технический факультет



УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Т.А. Хагуров

2020 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.Б.04.05 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ, ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Направление подготовки	03.03.02 Физика
Направленность (профиль)	Фундаментальная физика
Программа подготовки	академический бакалавриат
Форма обучения	очная
Квалификация выпускника	бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные, интегральные уравнения и вариационное исчисление» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Программу составил:

А.А. Мартынов, доцент кафедры  
теор. физики и комп. тех.,  
к. ф.-мат. наук, доцент

  
подпись

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные, интегральные уравнения и вариационное исчисление» утверждена на заседании кафедры теоретической физики и компьютерных технологий

протокол № 10 от «16» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Исаев В.А.

  
подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры физики и информационных систем

протокол № 13 от «20» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Богатов Н.М.

  
подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии физико-технического факультета

протокол № 9 от «20» апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Богатов Н.М.

  
подпись

Рецензенты:

Л.Р. Григорьян, ген. директор ООО НПФ «Мезон», к. ф.-м. наук

Г.Ф. Копытов, зав. каф. радиофизики и нанотех., д. ф.-мат. наук, профессор

## 1. Цели и задачи изучения дисциплины.

### 1.1 Цель дисциплины.

Учебная дисциплина «**Дифференциальные, интегральные уравнения и вариационное исчисление**» ставит своей целью изучение математических моделей физических явлений и процессов, которые описываются различными дифференциальными, интегральными уравнениями и системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Значительная часть таких математических моделей сводится к задачам с начальными условиями либо к задачам с краевыми (граничными) условиями. Важнейшая роль обыкновенных дифференциальных уравнений объясняется их широким диапазоном использования – трудно найти раздел точного естествознания (классическая механика, теория колебаний, теория электрических цепей, радиотехника, радиофизика, электродинамика и др.), в котором бы они не применялись.

### 1.2 Задачи дисциплины.

Основной задачей дисциплины является изучение основных понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления и овладение практическими навыками работы с этим математическим аппаратом.

### 1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «**Дифференциальные, интегральные уравнения и вариационное исчисление**» входит в базовую часть цикла общепрофессиональных дисциплин базового учебного плана по направлению подготовки бакалавриата 03.03.02 Физика.

Для успешного освоения дисциплины студент должен владеть обязательным минимумом содержания основных образовательных программ по математике (аналитическая геометрия, линейная алгебра, математический анализ, теория функций комплексного переменного, векторный и тензорный анализ).

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующей компетенции в соответствии с ФГОС ВО и ООП по данному направлению подготовки:

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-2	способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления	использовать математический аппарат теории обыкновенных дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления	практическими навыками решения обыкновенных дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и задач вариационного исчисления

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)	
			3	
<b>Контактная работа, в том числе:</b>		<b>76,3</b>	<b>76,3</b>	
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>		<b>72</b>	<b>72</b>	
Занятия лекционного типа		36	36	
Лабораторные занятия		-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		36	36	
<b>Иная контактная работа:</b>		<b>4,3</b>	<b>4,3</b>	
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	4	
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	0,3	
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		<b>41</b>	<b>41</b>	
Проработка учебного (теоретического) материала		20	20	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)		16	16	
Реферат		5	5	
<b>Контроль:</b>		<b>26,7</b>	<b>26,7</b>	
Экзамен		26,7	26,7	
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>76,3</b>	<b>76,3</b>	
	<b>зач. ед.</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛЗ	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	28	10	10	-	8
2.	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков	29	10	10	-	9
3.	Система обыкновенных дифференциальных уравнений	24	8	8	-	8
4.	Интегральные уравнения	16	4	4	-	8
5.	Элементы вариационного исчисления	16	4	4	-	8
<i>Итого по дисциплине:</i>			36	36	-	41

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	Понятие дифференциального уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Общее и частное решения, общий интеграл. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения, разрешенного относительно производной. Решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения и их общее решение. Линейные неоднородные уравнения и их решение методом вариации постоянной. Линейные неоднородные уравнения и их решение методом Бернулли. Решение уравнения Бернулли методом вариации постоянной. Решение уравнения Бернулли методом подстановки ( $y = uv$ ). Уравнения в полных дифференциалах и их общий интеграл. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной.	Ответы на контрольные вопросы и задания.
2.	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков	Общий вид дифференциального уравнения n-го порядка, его общее решение и общий интеграл, задача Коши для этого уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-го порядка разрешенного относительно старшей производной. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейно зависимые и линейно независимые системы функций. Определитель Вронского. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка. Фундаментальные системы решений. Задача Коши для дифференциальных уравнений второго порядка. Краевые задачи для дифференциаль-	Ответы на контрольные вопросы

		<p>ных уравнений второго порядка. Характеристическое уравнение и характеристический полином линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Возможные случаи решения действительного характеристического уравнения, и соответствующий им вид общих решений линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка. Решение линейных дифференциальных неоднородных уравнений 2-го порядка методом вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида методом вариации произвольных постоянных. Решение неоднородных линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида методом неопределенных коэффициентов. Дифференциальное уравнение механических колебаний и его решение в случае малого трения. Дифференциальное уравнение механических колебаний и его решение в случае большого трения.</p>	
3.	Система обыкновенных дифференциальных уравнений	<p>Нормальные системы дифференциальных уравнений. Структура общего решения. Начальная задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами в случае различных действительных корней характеристического уравнения.</p>	<p>Ответы на контрольные вопросы</p>
4.	Интегральные уравнения	<p>Предварительные замечания (некоторые сведения из функционального анализа, преобразование Лапласа, преобразование Фурье). Интегральные уравнения Вольтерра. Основные понятия. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и инте-</p>	<p>Ответы на контрольные вопросы и задания</p>

		гральными уравнениями Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты. Примеры интегральных уравнений Вольтерра. Эйлера интегралы. Интегральные уравнения Абеля и его обобщения. Интегральные уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с выраженным ядром.	
5.	Элементы вариационного исчисления	Экстремумы функционалов. Некоторые сведения и понятия из функционального анализа: функциональные пространства, функционалы, экстремумы функционалов. Необходимые условия экстремума. Вариации функционалов. Теорема Ферма. Старшие вариации и условия старших порядков. Простейшая задача классического вариационного исчисления Лемма Лежандра и уравнение Эйлера. Интегрирование уравнения Эйлера. Примеры: задача о кратчайшем расстоянии между двумя точками на плоскости; пример Вейерштрасса. Вариационный принцип Ферма в геометрической оптике. Задача Больца и условия трансверсальности. Простейшая задача классического вариационного исчисления и необходимое условие Лежандра.	Ответы на контрольные вопросы и задания

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Варианты практических заданий берутся из задачников:

1. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учебное пособие / под ред. Романко В.К.. — Электрон. дан. — Москва: Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70710>

2. Васильева А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
6.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка	Решение задач по темам: уравнения с разделенными и разделяющимися переменными; уравнения разрешенные относительно производной; однородные уравнения; линейные однородные уравнения; линейные неоднородные уравнения и их решение методом вариации постоянной; уравнение Бернулли;	Контрольная работа

		дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной.	
7.	Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков	Решение задач по темам: дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка; линейные однородные уравнения второго порядка и их общее решение; линейные неоднородные уравнения второго порядка и их решение методом вариации постоянной; линейные однородные и не однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	Контрольная работа
8.	Система обыкновенных дифференциальных уравнений	Решение задач по темам: нормальные системы дифференциальных уравнений, их общее решение и задача Коши для этих систем; системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Контрольная работа
9.	Интегральные уравнения	Решение задач по темам: интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма.	Контрольная работа
10.	Элементы вариационного исчисления	Решение задач по темам: экстремумы функционалов, необходимые условия экстремума, вариации функционалов; простейшая задача вариационного исчисления.	Контрольная работа

### 2.3.3 Лабораторные занятия

По дисциплине лабораторные занятия не планируются.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Согласно учебному плану курсовые работы (проекты) по данной дисциплине не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Разделы 1 – 5.	<p>1. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.К. Романко. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 347 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/70785">https://e.lanbook.com/book/70785</a>.</p> <p>2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учебное пособие / под ред. Романко В.К.. — Электрон. дан. — Москва: Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/70710">https://e.lanbook.com/book/70710</a>.</p> <p>3. Филиппов А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов по группе физико-математических направлений и специальностей / А. Ф. Филиппов. - Изд. стер. - Москва : URSS : [ЛЕНАНД], 2015. - 239 с.</p>



### **3 Образовательные технологии**

Для проведения меньшей части лекционных занятий используются мультимедийные средства воспроизведения активного содержимого, позволяющего слушателю воспринимать особенности изучаемой профессии, зачастую играющие решающую роль в понимании и восприятии, а также формировании профессиональных компетенций. Большая часть лекций и практические занятия проводятся с использованием доски и справочных материалов.

По дисциплине проводятся двухчасовые лекционно-практические занятия. При этом в каждом модуле проводятся практические занятия, посвященные решению типовых задач. В процессе практических занятий проводится обсуждение и разбор решений прикладных задач.

Такой инновационный подход позволил внедрить в процесс преподавания учебной дисциплины «**Дифференциальные, интегральные уравнения и вариационное исчисление**» новые средства, формы и активные прогрессивные методы обучения. Используемые технологии способствуют реализации студентами своего личностного, познавательного и творческого потенциала и выполнению учебных и учебно-исследовательских работ по личным траекториям.

### **4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

#### Текущий контроль:

- проверка домашних заданий по семинарским занятиям;
- контрольные вопросы по разделам учебной программы;
- реферат.

#### Итоговый контроль:

- Экзамен.

#### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации**

Текущий контроль усвоения материала домашних практических заданий проводится преподавателем устно в форме беседы. Оценка – по 5-ти балльной системе.

##### **4.1.1 Темы рефератов:**

1. Линейные уравнения второго порядка.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации.
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.
15. Уравнения с частными производными первого порядка и уравнения неразрывности.

##### **4.1.2 Вопросы для самоконтроля**

1. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Какие ещё дифференциальные уравнения, кроме обыкновенного, вы знаете?
3. Что такое дифференциальное уравнение, разрешённое относительно старшей производной?
4. Что такое область задания дифференциального уравнения?
5. Что такое порядок дифференциального уравнения?

6. Дать определение решения дифференциального уравнения.
7. Что такое интервал задания решения?
8. Дать определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
9. Что такое однородное линейное уравнение?
10. Какое уравнение называется неоднородным линейным уравнением?
11. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения первого порядка. Почему эту теорему называют глобальной?
12. Как решается линейное уравнение первого порядка (привести два способа решения: метод интегрирующего множителя и метод вариации произвольной постоянной)?
13. Дать определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
14. Привести метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
15. Сформулировать задачу Коши для уравнения с разделяющимися переменными.
16. Что такое уравнение в дифференциалах?
17. Дать определение решения уравнения в дифференциалах.
18. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Почему эта теорема называется локальной?
19. Привести пример неединственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
20. Привести пример дифференциального уравнения с взрывающимся решением.
21. Дать определение интегральной кривой.
22. Что такое поле направлений?
23. В чём заключается геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка?
24. Какова геометрическая интерпретация решения системы дифференциальных уравнений?
25. В чём заключается геометрический смысл системы дифференциальных уравнений?
26. В чём заключается метод ломаных Эйлера? Привести итерационную формулу.
27. Сформулировать теорему о сходимости метода Эйлера.
28. Дать определение уравнения в полных дифференциалах.
29. Дать определение потенциала.
30. Дать определение задачи Коши для уравнения в дифференциалах.
31. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности решения задачи Коши для уравнения в полных дифференциалах.
32. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условиях для уравнения в полных дифференциалах.
33. Что такое интегрирующий множитель?
34. Вывести уравнение для нахождения интегрирующего множителя.
35. Выписать уравнения для интегрирующего множителя, зависящего от  $x$ ; только от  $y$ ; только от функции этих переменных.
36. Дать определение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
37. Сформулировать задачу Коши для линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами
38. Записать линейное однородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами в операторной форме.
39. Что такое характеристическое уравнение?
40. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае простых корней характеристического уравнения.

41. Сформулировать и доказать теорему об общем вещественном решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными вещественными коэффициентами.
42. Сформулировать и доказать лемму о формуле смещения.
43. Сформулировать и доказать лемму о базисе.
44. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае кратных корней характеристического уравнения.
45. Записать уравнения, описывающие движение гармонического осциллятора без трения и с трением.
46. Решить уравнения гармонического осциллятора без трения и с трением.
47. Дать определение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
48. Дать определение квазимногочлена.
49. Сформулировать свойства квазимногочленов.
50. Показать, что общее решение неоднородного линейного уравнения есть сумма общего решения однородного линейного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.
51. Сформулировать и доказать теорему о виде частного решения в случае, когда правая часть - квазимногочлен.
52. Описать метод комплексных амплитуд для решения линейных дифференциальных уравнений с вещественными коэффициентами.
53. Сформулировать и доказать теорему, на которой основан метод комплексных амплитуд.
54. Решить уравнения, описывающие движения гармонического осциллятора под действием вынуждающей силы.
55. Что такое явление резонанса? Дать математическое определение резонанса.
56. Дать определение уравнения Эйлера.
57. С помощью какой замены уравнение Эйлера сводится к уравнению с постоянными коэффициентами?
58. Как можно объяснить выбор такой замены?
59. Сведите уравнение Эйлера к уравнению с постоянными коэффициентами.
60. Дать определение линейной нормальной однородной системы с постоянными коэффициентами.
61. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае простых собственных значений.
62. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае кратных собственных значений, рассмотрев диагонализируемые и недиагонализируемые матрицы.
63. Описать метод исключения для линейных систем.

## **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

### **4.2.1 Примеры вопросов для подготовки к экзамену**

#### **Контрольные вопросы:**

1. Дифференциальные уравнения. Основные понятия и определения.
2. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения с разделенными переменными.
3. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
4. Линейные уравнения 1-го порядка.
5. Метод вариации постоянных.
6. Уравнение Бернулли и его сведение к линейному уравнению.
7. Уравнение Риккати и его сведение к линейному уравнению.
8. Уравнение в полных дифференциалах.
9. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
10. Простейшие типы уравнений, неразрешенных относительно производной.

11. Уравнение Лагранжа.
12. Уравнение Клеро.
13. Простейшие случаи понижения порядка дифференциальных  $n$ -го порядка.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка.
15. Линейный дифференциальный оператор и его свойства.
16. Свойства решений линейного однородного уравнения.
17. Линейно зависимые и независимые системы функций. Определитель Вронского.
18. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения, фундаментальная система решений.
19. Нахождение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения по фундаментальной системе решений.
20. Формула Остроградского - Лиувилля.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Случай различных действительных и мнимых корней.
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
23. Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Различные случаи корней действительного характеристического уравнения.
24. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка и нахождение его общего решения методом вариации произвольных постоянных.
25. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специальных видов.
26. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений и их общее решение.
27. Задача Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
28. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
29. Характеристическое уравнение систем однородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
30. Интегральные уравнения Вольтерра и их примеры.
31. Интегральные уравнения Фредгольма и их примеры.
32. Понятия функционала, экстремумы функционала, необходимые условия экстремума функционала.
33. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Пример – вариационный принцип Ферма в геометрической оптики.

Экзамен проводится устно по билетам, состоящим из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Рекомендуются следующие критерии оценки знаний.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в том случае, если студент демонстрирует:

- поверхностное знание теоретического материала;
- незнание основных законов, понятий и терминов учебной дисциплины, неверное оперирование ими;
- грубые стилистические и речевые ошибки.

Оценка «удовлетворительно» ставится студентам, которые при ответе:

- в основном знают учебно-программный материал в объеме, необходимом для предстоящей учебы и работы по профессии;
- в целом усвоили основную литературу;
- в ответах на вопросы имеют нарушения в последовательности изложения учебного материала, демонстрируют поверхностные знания вопроса;
- имеют краткие ответы только в рамках лекционного курса;
- приводят нечеткие формулировки физических понятий и законов;
- имеют существенные погрешности и грубые ошибки в ответе на вопросы.

Оценка «хорошо» ставится студентам, которые при ответе:

- обнаруживают твёрдое знание программного материала, который излагают систематизировано, последовательно и уверенно;
- усвоили основную и наиболее значимую дополнительную литературу;
- допускают отдельные погрешности и незначительные ошибки при ответе;
- в ответах не допускает серьезных ошибок и легко устраняет отдельные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «отлично» ставится студентам, которые при ответе:

- обнаруживают всестороннее систематическое и глубокое знание программного материала (знание основных понятий, законов и терминов учебной дисциплины, умение оперировать ими);
- излагают материал логично, последовательно, развернуто и уверенно;
- излагают материал с достаточно четкими формулировками, подтверждаемыми графиками, цифрами или примерами;
- владеют научным стилем речи;
- демонстрируют знание материала лекций, базовых учебников и дополнительной литературы.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа. Для лиц с нарушениями слуха:
- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **5.1 Основная литература:**

1. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.К. Романко. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 347 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70785>.

2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учебное пособие / под ред. Романко В.К.. — Электрон. дан. — Москва: Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70710>.

### **5.2. Дополнительная литература:**

1. Васильева А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>.

2. Тихонов А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: учебник / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2002. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48171>.

3. Краснов М.Л. Вариационное исчисление: задачи и упражнения / М.Л. Краснов, Г.И. Макаренко, А.И. Киселев. - Москва: Наука, 1973. - 191 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455168>

4. Краснов М.Л. Интегральные уравнения: введение в теорию / М.Л. Краснов. - Москва: Наука, 1975. - 303 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457126>

### **5.3. Периодические издания:**

1. Вестник МГУ. Серия: Физика. Астрономия.
2. Журнал прикладной механики и технической физики.
3. Журнал технической физики.
4. Известия ВУЗов. Серия: Физика.
5. Инженерная физика.
6. Успехи физических наук.
7. Физика. Реферативный журнал. ВИНТИ.

### **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. Журнал: Современная электроника [www.soel.ru](http://www.soel.ru)
2. Журнал «Техника Связи» — производственный технический журнал, освещает все аспекты телекоммуникаций и связи: <http://www.t-sv.ru/ozhurnale.html>
3. Сайт интерактивной поддержки проведения лабораторных и самостоятельных работ по дисциплине: <http://www.adcomlogod.narod.ru>
4. <http://ntb.tti.sfedu.ru/>(сайт научно-технической библиотеки ТТИ ЮФУ);
5. <http://elibrary.ru/> (сайт научной электронной библиотеки);
6. <http://www.exponenta.ru/> (образовательный математический сайт);
7. <http://www.i-exam.ru/> (сайт Научно-исследовательского института мониторинга качества образования, г. Йошкар-Ола).

### **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

На самостоятельную работу студентов отводится 42% времени от общей трудоемкости дисциплины. Проверка знаний студента основана на контрольных вопросах и дополнительных вопросах, касающихся соответствующих разделов дисциплины:

- выполнение домашних заданий по практическим занятиям;
- усвоение, дополнение и вникание в разбираемые разделы дисциплины при помощи знаний, получаемых посредством изучения рекомендуемой литературы.
- консультации, организованные для разъяснения проблемных моментов при самостоятельном изучении тех или иных аспектов разделов усваиваемой информации в дисциплине.

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).**

**8.1 Перечень информационных технологий.**

Не предусмотрено.

**8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

Средства мультимедийной обучающей лаборатории:

– компьютерный класс;

– техническое обеспечение: персональные компьютеры.

**8.3 Перечень информационных справочных систем:**

Не предусмотрено.

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Аудитория 230 С, оснащенная переносным проектором и магнитно-маркерной доской.
2.	Семинарские занятия	Аудитории 227 С оснащены магнитно-маркерными досками.
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория 227 С, оснащенная магнитно-маркерной доской.
4.	Самостоятельная работа	Аудитория 203 С оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.