

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Хагуров Т.А.

29 мая 2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ФТД.02

КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

«Преподавание математики и информатики»

Форма обучения

очная

Квалификация

бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «Компьютерная алгебра и геометрия» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 «Математика» (уровень высшего образования: бакалавриат)

Программу составил:
доцент, канд. физ.-мат. наук, доцент

Лежнев А. В. _____

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры
математических и компьютерных методов,
протокол № 11 от 21.04.2020.

Заведующий кафедрой математических и компьютерных методов

Лежнев А. В. _____

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии
факультета математики и компьютерных наук,
протокол № 2 от 30.04.2020.

Председатель УМК
факультета математики и компьютерных наук

Шмалько С. П. _____

Рецензенты:

Савенко И. В., коммерческий директор ООО «РосГлавВино»

Никитин Ю. Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Курс «Компьютерная алгебра и геометрия» ставит целью научить студентов четвертого курса факультета математики и компьютерных наук (направление 01.03.01) использовать компьютеры и компьютерные технологии при изучении алгебры, решении алгебраических учебных и исследовательских задач.

1.2 Задачи дисциплины.

формирование знаний, умений и навыков в алгоритмическом решении задач, написания кодов и их реализации.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Компьютерная алгебра и геометрия» относится к факультативным дисциплинам учебного плана, являющимся структурным элементом ООП ВО.

Изучение дисциплины «Компьютерная алгебра и геометрия» предусмотрено в 8 семестре. В рамках дисциплины ее изучение базируется на знаниях и курса алгебры, аналитической и дифференциальной геометрии.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся компетенций ПК- 5.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-4	Способен ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; обладать способностями к эффективному применению и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах	определение основных понятий в данном курсе, формулировки основных теорем с примерами, основы программирования на платформе Wolfram mathematica	решать задачи вычислительно-го и теоретического характера в области теории групп и теории полей, программировать в Mathematica..	математическим аппаратом теории групп, теории полей, аналитическими методами исследования алгебраических и геометрических структур.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зач.ед. (72 час), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего ча-	Семестры
--------------------	-----------	----------

	сов	7	
Аудиторные занятия (всего)	34	34	
В том числе:			
Занятия лекционного типа	16	16	
Лабораторные занятия	18	18	
Иная контактная работа:			
Контроль самостоятельной работы (КСР)			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2	
Самостоятельная работа, в том числе:	37,8	37,8	
Проработка учебного (теоретического) материала	15	15	
Выполнение домашних заданий (подготовка сообщений, презентаций)	15	15	
Подготовка к текущему контролю	7,8	7,8	
Контроль:			
Подготовка к экзамену			
Общая трудоемкость	час.	72	72
	в том числе контактная работа	34,2	34,2
	зач. ед	2	2

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Введение в пакет “ Abstract Algebra”.	16	4	6		6
2.	Группоиды – множества с одной бинарной операцией.	18	4	4		10
3.	Кольцоиды -множества с двумя бинарными операциями.	18	4	4		10
4.	Морфизмы -отображения алгебраических структур.	19,8	4	4		11,8
	<i>Итого по дисциплине:</i>		16	18		37,8

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа не предусмотрены.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Введение в пакет “Abstract Algebra”.	Пакеты в “Abstract Algebra”. Основные структуры, используемые в “Abstract Algebra”. Использование Mode и Visual mode при работе с “большими” числами. Замена структур..	
2.	Группоиды – множества с одной бинарной операцией.	Задание группоидов. Структура группоида. Тестирование, когда группоид задает группу. Таблицы Кэли. Построение различных структур, связанных с группами. Свойства групп.	
3.	Кольцоиды - множества с двумя бинарными операциями.	Задание кольцоидов. Структура кольцоидов. Тестирование, когда кольцоид задает кольцо. Таблицы Кэли. Построение различных структур, связанных с кольцами. Свойства колец. Расширение колец, Полиномы над кольцоидами. Матрицы над кольцоидами. Функции на кольцоидами. Конечные поля.	
4.	Морфизмы - отображения алгебраических структур.	Задание отображений. Структура отображений. Построение отображений. Свойства. Ядро, образ, прообраз. Автоморфизмы. Визуализация морфизмов.	

2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
5.	Введение в пакет “Abstract Algebra”.	Пакеты в “Abstract Algebra”. Основные структуры, используемые в “Abstract Algebra”. Использование Mode и Visual mode при работе с “большими” числами. Замена структур..	Проверка задания
6.	Группоиды – множества с одной бинарной операцией.	Задание группоидов. Структура группоида. Тестирование, когда группоид задает группу. Таблицы Кэли. Построение различных структур, связанных с группами. Свойства групп.	Проверка задания
7.	Кольцоиды - множества с двумя бинарными операциями.	Задание кольцоидов. Структура кольцоидов. Тестирование, когда кольцоид задает кольцо. Таблицы Кэли. Построение различных структур, связанных с кольцами. Свойства колец. Расширение колец, Полиномы над кольцоидами. Матрицы над кольцоидами. Функции на кольцоидами. Конечные поля.	Проверка задания
8.	Морфизмы - отображения алгебраических структур.	Задание отображений. Структура отображений. Построение отображений. Свойства. Ядро, образ, прообраз. Автоморфизмы. Визуализация	Проверка задания

тур.	морфизмов.	
------	------------	--

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04. 2019 г.
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04. 2019 г.
3	Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04. 2019 г.
4	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04. 2019 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

При изучении данного курса используются лабораторные занятия.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных математических и методи-

ческих задач. В семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: к практическим занятиям, к контрольной работе, к экзамену, выполнение типового расчета, подготовка проектного семестрового задания в виде презентации.

б) по характеру работы: изучение литературы; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, подготовка проекта.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Контрольная работа.

1. Перечислить порядки элементов и их количество в группе F_{20} .
2. Найти поле разложения многочлена $f = x^4 - 2x^2 - 2$.
3. Разрешимо ли в радикалах уравнение $4x^3 - 3x - 1/2$.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Примерные вопросы к зачету по курсу :

Компьютерная алгебра и геометрия.

7 семестр

1. Составить таблицы сложения и умножения для $\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$
2. Какие элементы $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ и $\mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$ являются квадратами, кубами.
3. Перечислить все циклы длиной 3 в S_n
4. Группа G порождена следующими подстановками $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ и $(1\ 2)(3\ 5)$. Перечислить все элементы группы, порождающие, порядок группы.
5. Проверить, что циклы $(1\ 2)$ и $(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)$ порождают группу S_6
6. Показать, что циклы $(1\ 2\ 3)$ и $(2\ 3\ 4)$ порождают A_4
7. Показать, что циклы $(1\ 2\ 3)$ и $(1\ 2)(3\ 4)$ порождают A_4
8. Вычислить порядок группы порожденной циклами $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ и $(1\ 2\ 3)$.
9. Вычислить порядок группы порожденной циклами $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ и $(1\ 2)(3\ 4)$.
10. Найдите две перестановки порождающие A_6 .
11. Показать что над полем F_5 матрицы $\{\{2,0\},\{0,1\}\},\{\{0,1\},\{1,0\}\},\{\{1,1\},\{0,1\}\}$ группу $GL(2,F_5)$.

12. Показать, что группа Фробениуса $F_{2,0}$ порождена двумя матрицами $\{\{1,1\}, \{2,0\}\}, \{\{2,0\}, \{0,1\}\}$ из $GL(2, F_5)$.
13. Найти три матрицы порождающие $SL(2, F_{11})$.
14. Вычислить порядки групп $SL(2, F_7)$ и $SL(2, F_{11})$.
15. Найти элемент порядка 3 в группе $SL(2, F_5)$.
16. В группе $SL(2, F_5)$ найти подгруппу порядка 24.
17. Найдите орбиту 2 под действием A_5 .
18. Найдите орбиту вектора $\{2,3\}$ под действием $F_{2,0}$.
19. Найдите класс сопряженных элементов в A_5 элемента $(1\ 2\ 3)$, элемента $(1\ 2\ 3\ 4\ 5)$, элемента $(1\ 2)(3\ 4)$.
20. Найдите центр группы D_4 .
21. Найдите левые и правые смежные классы A_4 по четверной группе V .
22. Выписать представителей левых и правых смежных классов группы A_4 по V .
23. Проверить является ли V нормальным делителем в A_4 .
24. Проверить является ли $F_{2,0}$ делителем в S_5 .
25. Проверить, что группа K порожденная циклами $(1\ 2\ 3)$ и $(4\ 5\ 6)$ из S_6 изоморфна $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$.
26. Показать что K является нормальным делителем в группе $G_{7,2}$.
27. Доказать фактор-группа $L=G_{7,2}/K$ изоморфна D_4 .
28. Найдите силовские подгруппы S_8 .
29. Найти центр и коммутант группы A_5 .
30. Найдите (f,g) , где $f=x^3+x^2+x+1$ и $g=x^4+x^3+x+1 \in \mathbb{Q}[x]$.
31. Разложить на множители $x^6+x^5+4x^4+2x^3+6x^2+x+1$ над $\mathbb{Q}$, над F_{17} .
32. Выразить через элементарные симметрические функции выражение $x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4$.
33. Вычислить Φ_{105} .
34. Найти минимальный полином $\sqrt{2}+\sqrt{2}$ над $\mathbb{Q}$.
35. Описать поле разложения многочлена $f=x^4-2x^2-2 \in \mathbb{Q}[x]$ и его подполя.
36. Какова группа Галуа многочлена $x^4+x^3+x^2+x+1$, x^4-10x^2+1 , x^4-2x^2-2 .
37. Пусть $\zeta=\sqrt{2}\sqrt{3}(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$. Показать, что ζ является корнем многочлена $36-144x+108x^2-24x^3+x^4$.
38. Показать, что $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ - поле разложения многочлена $36-144x+108x^2-24x^3+x^4$.
39. Пусть $f=x^6-4x^2+1$, показать, что поле разложения f имеет вид $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}, \omega)$, где ω - примитивный кубический корень из 1.
40. Построить башню подполей поля разложения многочлена $f=x^6-4x^2+1$.
41. Показать, что 9-ти угольник или 11-ти угольник нельзя построить с помощью циркуля и линейки.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Матрос, Д. Ш. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / Д. Ш. Матрос, Г. Б. Поднебесова. - М. : Академия, 2004. - 238 с. - (Высшее профессиональное образование. Педагогические специальности). - Библиогр. : с. 232-233.
2. Компьютерная геометрия: практикум / А.О. Иванов, Д.П. Ильютко, Г.В. Носовский и др. ; Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". - Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2010. - 388 с. : ил.,табл., схем. - (Основы информатики и математики). - ISBN 978-5-9556-0117-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233999>

б) дополнительная литература:

1. Д.Кокс, Дж.Литтл, Д.О Ши Идеалы, многообразия и алгоритмы. М. МИР . 2000.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.3. Периодические издания:

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

1. <http://mech.math.msu.su/department/algebra>
2. <http://www.resolventa.ru/metod/student/determinant.htm>
3. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/an/examples.asp>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
1	Вопрос 1	Пакеты в “ Abstract Algebra”. Основные структуры, используемые в “ Abstract Algebra”. Использование Mode и Visual mode при работе с “ большими” числами. Замена структур.	Поиск необходимой информации (см. спи-сок литературы). Подготовка к лабораторной работе.
2	Вопрос 2	Задание группоидов. Структура группоида. Тестирование, когда группоид задает группу. Таблицы Кэли. Построение различных структур, связанных с группами. Свойства групп..	Поиск необходимой информации (см. спи-сок литературы). Подготовка к лабораторной работе.
3	Вопрос 3	Задание кольцоидов. Структура кольцоидов. Тестирование, когда кольцоид задает кольцо. Таблицы Кэли. Построение различных структур, связанных с кольцами. Свойства колец. Расширение колец, Полиномы над кольцоидами. Матрицы над кольцоидами. Функции на кольцоидахю Конечные поля.	Поиск необходимой информации (см. спи-сок литературы). Подготовка к лабораторной работе
4.	Вопрос 4	Задание отображений. Структура отображений. Построение отображений. Свойства. Ядро, образ, прообраз. Автоморфизмы. Визуализация морфизмов.	Поиск необходимой информации (см. спи-сок литературы). Подготовка к лабораторной работе

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий.

Использование математических пакетов при изучении тем..

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

MicrosoftOffice

WolframResearch Mathematica

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
3.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
6.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Компьютерная алгебра и геометрия» для направления 01.03.01 Математика и компьютерные науки, направленность (профиль): «Математическое моделирование».

Рабочая программа дисциплины «Компьютерная алгебра и геометрия» включает в себя структурные части, необходимые для документации такого рода: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов; учебно-методическое обеспечение; материально-техническое обеспечение дисциплины.

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний, умений и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Содержание разделов, их разделение по видам занятий, и трудоемкость в часах отвечают требовательности и целесообразности. Логика построения программы обеспечивает лаконичность изложения, необходимую при ограниченном времени, отводимом учебным планом. Овладение практическими навыками и умениями обеспечивается лабораторными занятиями. В программе сформулированы темы самостоятельной внеаудиторной работы, примеры заданий для контрольных работ, зачета, перечень основной и дополнительной литературы, доступной для обучающихся.

Название и содержание рабочей программы дисциплины «Компьютерная алгебра и геометрия» соответствует учебному плану по направлению направления 01.03.01 Математика, направленность (профиль): «Математическое моделирование», а также соответствует ФГОС ВО по указанному направлению подготовки.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Компьютерная алгебра и геометрия» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.01 Математика, направленность (профиль): «Математическое моделирование».

Заведующий кафедрой вычислительной
математики и информатики
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный
университет», кандидат физико-
математических наук, доцент



Гайденко С.В.