

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Физико-технический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор



Хагуров Т.А.

« 29 » 2020 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Б1.В.10 УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) Цифровые вычислительные комплексы и сети

Форма обучения очная

Квалификация выпускника бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины Уравнения математической физики составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии (Цифровые вычислительные комплексы и сети)

Программу составил(и):

А.А. Мартынов, доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий,  
к. физ.- мат. наук, доцент



подпись

Рабочая программа дисциплины Уравнения математической физики на заседании кафедры теоретической физики и компьютерных технологий

протокол № 10 от 16 апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) В.А. Исаев



подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теоретической физики и компьютерных технологий

протокол № № 10 от 16 апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) В.А. Исаев



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии физико-технического факультета

протокол № 9 от 20 апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Богатов Н.М.



подпись

Рецензенты:

Н.М. Богатов, зав. кафедрой физики и информационных систем  
КубГУ, д. м.-ф. наук

Л.Р. Григорьян, ген. директор ООО НПФм «Мезон», к. м.-ф. наук

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)**

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Учебная дисциплина «Уравнения математической физики» ставит своей целью изучение математических моделей различных физических явлений. Значительная часть математических моделей, изучаемых в традиционном (классическом) курсе математической физики, сводится к краевым задачам для линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, среди которых особо важны три: волновое уравнение, уравнение теплопроводности и уравнение Лапласа. Первостепенная роль этих (и некоторых других) уравнений, сформулированных еще в XIX веке, объясняется их исключительной универсальностью - трудно найти раздел точного естествознания (теория колебаний, гидродинамика, теория упругости, электродинамика, физические акустика и оптика и др.), в котором бы они не применялись. Поэтому краевые задачи для этих уравнений относят к базовым задачам математической физики.

Сложные физические процессы описываются математическими моделями, являющимися, как правило, объединением нескольких базовых задач. Уравнения гиперболического, параболического и эллиптического типов, составляющие основу данного курса «Методов математической физики» являются как раз примерами базовых задач.

### **1.2 Задачи дисциплины:**

- 1) изучить (математическая постановка задачи, проблема существования и единственности решения, типичные аналитические методы исследования, отыскание общих и частных решений задач) и практическое освоение методов решения базовых задач математической физики на примере уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов;
- 2) научить классифицировать линейные дифференциальные уравнения в частных производных и приводить уравнения к канонической форме, формулировать краевые и начальные условия;
- 3) овладеть основными методами аналитического решения краевых и нестационарных задач для линейных дифференциальных уравнений в частных производных для функций многих переменных.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана профиля «Информационные системы и технологии»

Для освоения дисциплины необходимы знания учебного материала дисциплин математического цикла («Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»).

Полученные в рамках дисциплины навыки найдут практическое применение при изучении таких дисциплин как «Математическая логика и теория алгоритмов», «Теория принятия решений».

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций (ПК)

№ п.п.	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции		
		знает	умеет	владеет
1.	ПК-10 Способность создания	средства	применять	методиками

№ п.п.	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции		
		знает	умеет	владеет
	(модификации) и сопровождения информационных систем, автоматизирующих задачи организационного управления и бизнес-процессы в организациях различных форм собственности с целью повышения эффективности деятельности организаций	моделирование бизнес-процессов; современные подходы и стандарты автоматизации организации; методы линейной, нелинейной и многокритериальной оптимизации.	инструменты и методы моделирования бизнес-процессов.	описания и моделирование бизнес-процессов.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице  
(для студентов ОФО)

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			5			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>						
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>						
Занятия лекционного типа		34	34			
Лабораторные занятия		34	34			
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		3	3			
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2			
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		<b>36,8</b>	<b>36,8</b>			
Проработка учебного (теоретического) материала		18,8	18,8			
Подготовка к текущему контролю		18	18			
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену		-	-			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>			
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>71,8</b>	<b>71,8</b>			
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>	<b>3</b>			

### 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7

1.	Предмет и задачи математической физики	15	5		5	5
2.	Уравнения гиперболического типа	15	5		5	5
3.	Уравнения параболического типа	15	5		5	5
4.	Уравнения эллиптического типа	17,8	5		5	7,8
5.	Нелинейные уравнения математической физики	21	7		7	7
6.	Предмет и задачи математической физики	21	7		7	7
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	104,8	34		34	36,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	3				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	Общая трудоемкость по дисциплине	108				

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Предмет и задачи математической физики	Предмет математической физики. Примеры математических моделей некоторых физических явлений: уравнения малых поперечных колебаний струны и мембраны, волновое уравнение электродинамики; уравнения теплопроводности и диффузии; уравнения Лапласа и Пуассона для электростатического потенциала; уравнение Гельмгольца для установившихся колебательных и волновых процессов; параболическое уравнение, описывающее дифракцию узких световых пучков. Дополнительные условия к дифференциальным уравнениям математической физики: начальные и граничные условия. Понятие краевой задачи. Корректно и некорректно поставленные задачи. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и приведение их к канонической форме. Дифференциальные уравнения характеристик и их общие интегралы. Замена независимых переменных в уравнении и ее интерпретация, как преобразования перехода от декартовых координат к произвольным криволинейным координатам. Допустимые преобразования координат.	Ответы на контрольные вопросы и задания.
2.	Уравнения гиперболического типа	Уравнение малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых задач. Задача Коши о свободных колебаниях бесконечной струны и ее решение методом распространяющихся волн	Ответы на контрольные вопросы

		(формула Д'аламбера). Свободные колебания полубесконечной струны. Свободные и вынужденные колебания струны конечной длины. Метод разделения переменных. Разложение по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля. Общая схема метода разделения переменных. Малые поперечные колебания прямоугольной и круглой мембран. Цилиндрические функции и их свойства. Функция Грина (источника) для неоднородного одномерного волнового уравнения. Обобщенная функция Дирака и ее свойства.	
3.	Уравнения параболического типа	Уравнения теплопроводности и диффузии. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности на отрезке. Метод разделения переменных. Функция Грина (источника) для неоднородного параболического уравнения на отрезке. Задача Коши для бесконечной прямой. Решение однородного уравнения теплопроводности на бесконечной прямой методом интегрального преобразования Фурье.	Ответы на контрольные вопросы
4.	Уравнения эллиптического типа	Уравнения Лапласа, Пуассона и Гельмгольца. Постановка краевых задач Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа и Пуассона. Метод разделения переменных. Разложение по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля. Функция Грина (источника) уравнения Лапласа. Гармонические функции и их свойства. Полиномы Лежандра, присоединенные функции Лежандра, сферические и шаровые функции и их свойства. Краевые задачи для уравнения Гельмгольца.	Ответы на контрольные вопросы
5.	Нелинейные уравнения математической физики	Нелинейное волновое уравнение, описывающее процессы взаимодействия волн в нелинейно-оптических средах. Метод медленно изменяющихся амплитуд. Система укороченных уравнений для процесса генерации второй оптической гармоники первого типа с учетом явления дифракции. Некоторые простейшие решения системы укороченных уравнений в плосковолновом приближении. Линеаризация системы укороченных уравнений (приближения заданного поля и заданной интенсивности основного излучения).	Ответы на контрольные вопросы

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Программирование на языке MATLAB. Организация работы в пакете. Распространение ошибок в вычислительных процедурах	Отчет по лабораторной работе
2.	Решение уравнений вида $f(x) = 0$ . Методы дихотомии, Ньютона, простых итераций	Отчет по лабораторной работе
3.	Интерполяция функций. Интерполяционные полиномы Лагранжа, Ньютона	Отчет по лабораторной работе
4.	Среднеквадратичное приближение. Метод наименьших квадратов	Отчет по лабораторной работе
5.	Интегрирование функций. Формулы трапеций, Симпсона	Отчет по лабораторной работе
6.	Дифференцирование функции, заданной табличной	Отчет по лабораторной работе
7.	Решение задачи Коши методом Эйлера. Схемы Рунге-Кутты решения ОДУ	Отчет по лабораторной работе
8.	Решение систем линейных уравнений	Отчет по лабораторной работе
9.	Метод прогонки решения СЛАУ. Применение метода прогонки для решения дифференциальных уравнений	Отчет по лабораторной работе

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрено

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3

1	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по организации аудиторной и самостоятельной работ, утвержденные кафедрой теоретической физики и компьютерных технологий, протокол № 9 от «14» марта 2017г
2	Подготовка к текущему контролю	Методические рекомендации для подготовки к практическим, семинарским и лабораторным занятиям, утвержденные кафедрой теоретической физики и компьютерных технологий, протокол № 9 от «14» марта 2017г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии**

Для проведения меньшей части лекционных занятий используются мультимедийные средства воспроизведения активного содержимого, позволяющего слушателю воспринимать особенности изучаемой профессии, зачастую играющие решающую роль в понимании и восприятии, а также формировании профессиональных компетенций. Большая часть лекций и практические занятия проводятся с использованием доски и справочных материалов.

По дисциплине проводятся двухчасовые лекционно-практические занятия. При этом в каждом модуле проводятся практические занятия, посвященные решению типовых задач. В процессе практических занятий проводится обсуждение и разбор решений прикладных задач.

Такой инновационный подход позволил внедрить в процесс преподавания учебной дисциплины «Уравнения математической физики» новые средства, формы и активные прогрессивные методы обучения. Используемые технологии способствуют реализации студентами своего личностного, познавательного и творческого потенциала и выполнению учебных и учебно-исследовательских работ по личным траекториям.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

## **10. Оценочные и методические материалы**

### **4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».



Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме вопросов и заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов к экзамену.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Предмет и задачи математической физики	ПК-10	Лабораторная работа, контрольное задание	Вопрос на экзамене 1
2	Уравнения гиперболического типа	ПК-10	Лабораторная работа, контрольное задание	Вопросы на экзамене 2-5
3	Уравнения параболического типа	ПК-10	Лабораторная работа, контрольное задание	Вопрос на экзамене 6
4	Уравнения эллиптического типа	ПК-10	Лабораторная работа, контрольное задание	Вопрос на экзамене 7

5	Нелинейные уравнения математической физики	ПК-10	Лабораторная работа, контрольное задание	Вопросы на экзамене 8,9,10
---	--	-------	--	----------------------------

### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенций	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично /зачтено
ПК-1 способность создания (модификации) и сопровождения информационных систем, автоматизирующих задачи организационного управления и бизнес-процессы в организациях различных форм собственности с целью повышения эффективности деятельности организаций	<p><b>Знает не в полном объеме</b> средства моделирования бизнес-процессов; современные подходы и стандарты автоматизации организации; методы линейной, нелинейной и многокритериальной оптимизации.</p> <p><b>Умеет в требуемых пределах</b> применять инструменты и методы моделирования бизнес-процессов.</p> <p><b>Владет некоторыми</b> методиками описания и моделирования бизнес-процессов.</p>	<p><b>Знает в достаточном объеме</b> средства моделирования бизнес-процессов; современные подходы и стандарты автоматизации организации; методы линейной, нелинейной и многокритериальной оптимизации.</p> <p><b>Умеет квалифицированно</b> применять инструменты и методы моделирования бизнес-процессов.</p> <p><b>Владет свободно и большинством</b> методиками описания и моделирования бизнес-процессов.</p>	<p><b>Знает в полном объеме</b> средства моделирования бизнес-процессов; современные подходы и стандарты автоматизации организации; методы линейной, нелинейной и многокритериальной оптимизации.</p> <p><b>Умеет на высоком научном уровне</b> применять инструменты и методы моделирования бизнес-процессов.</p> <p><b>Владет свободно и всеми</b> методиками описания и моделирования бизнес-процессов.</p>

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Контрольные задания:**

1) Автоматическая телефонная система заказа билетов может поставить в очередь максимум 3-х клиентов. Оператор тратит в среднем на принятие заказа по телефону 4 мин. Звонки поступают в среднем 1 раз в 5 мин. Распределение времени обслуживания и интервала времени между звонками -экспоненциальное.

- a. Определите среднее число звонков, ждущих ответа оператора.
- b. Каково среднее время ожидания ответа?
- c. Какова вероятность того, что позвонивший клиент должен будет ждать.
- d. Найдите процент звонков, которым будет отказано в постановке в очередь на ожидание ответа

2) На пропускной таможенный пункт на границе прибывает в среднем 6 грузовых машин в час (пуассоновский поток). Работает три бригады квалифицированных таможенников, каждая из которых может осмотреть машину в среднем за 20 мин (распределение экспоненциальное).

- a. Какова средняя длина очереди?

b. Сколько в среднем каждая машина тратит на проезд через таможенный пункт?  
c. Сколько времени таможенная бригада не занята?  
d. Руководство Таможенной службы ввело новые правила регистрации грузов, вследствие чего среднее время досмотра увеличилось до 38 мин. Как изменится время проезда через пропускной пункт, если невозможно увеличить кадровый состав таможенного пункта больше чем на 1 бригаду.

e. Какова вероятность того, что в очереди в этом случае будут стоять не менее 10-и машин? ... 20-и машин?

3) Управляющий стоматологической поликлиникой в некоем спальном районе пытается улучшить дело.

Он знает из статистических расчетов, что в среднем в поликлинику должно обращаться 5 клиентов в час. Опыт показывает, что специалист в среднем тратит на обслуживание 1 клиента около 30 мин, и клиент не склонен ждать, если в очереди уже стоит 3 человека или больше.

a. Посоветуйте управляющему, сколько врачей должно вести прием?

b. Устроить ли общую приемную для них всех или сделать отдельные приемные для каждого врача.

Учтите, что для клиента стоимость визита составляет \$20, а каждый врач получает за час работы \$5.

4) В цехе находится большое количество автоматических станков. В среднем 1 раз в 2 часа один из станков останавливается и требует замены деталей, (случайные моменты остановки распределены в соответствии с распределением Пуассона). Когда происходит остановка станка, техник диагностирует причины остановки и производит замену необходимой детали. Среднее время нахождения неисправности и нахождения и установки нужной детали - 30 мин. (это время распределено экспоненциально).

Оплата техника составляет \$30 в час. Простой оборудования - \$400 в час.

Определите:

a. Среднее число машин, находящихся в ремонте?

b. Среднее время простоя остановившейся машины?

c. Каково должно быть оптимальное число техников в цехе?

5) Клиенты входят в приемную в среднем по шесть в час. Отделение укомплектовано одним служащим, который тратит на работу с клиентом около шести минут. Предположите, что прибытие клиентов соответствует Пуассоновскому потоку, а время обслуживания имеет экспоненциальное распределение.

a. Как случайный наблюдатель, сколько людей Вы ожидали бы видеть в приемной (исключая самого клерка)? Как долго клиент будет находиться в приемной?

b. Каков коэффициент использования рабочего времени клерка?

c. Какова вероятность того, что более двух клиентов будут находиться в приемной?

d. Другой такой же клерк нанят для той же работы. Как долго клиент будет проводить в приемной теперь?

6. Ресторан «Ешь вволю» (плати \$20 и ешь, что хочешь хоть целый день) имеет две кассы для продажи входных билетов с двух разных сторон заведения. Наблюдения показывают, что в воскресный день к каждому из входов прибывает посетитель примерно один раз в шесть минут. Входное обслуживание каждого клиента занимает в среднем 4 минуты.

a. Сколько процентов времени каждая из касс свободна? Какова вероятность, что обе кассы свободны?

b. Сколько в среднем посетителей ждут обслуживания в каждой очереди? Сколько в среднем времени каждый посетитель вынужден ожидать в очереди?

с. Ресторан рассматривает вариант объединения двух касс при одном единственном входе в ресторан. Кассы будут работать с той же скоростью. Каковы будут характеристики такой системы обслуживания? Стоит ли провести такую реорганизацию?

7. Магазин успешно торгует по каталогам, и клерк принимает заказы по телефону. Если он занимает линию, автоответчик предлагает клиенту подождать. Как только клерк освобождается, заказы, которые ждали дольше, обслуживаются первыми. Заказы приходят со скоростью 12 в час. Клерк способен обслужить один заказ в среднем за 4 мин. Звонки поступают по закону Пуассона, а время обслуживания подчинено экспоненциальному закону.

Клерк получает \$5 в час, но потери продаж оцениваются в \$25 за час ожидания в очереди.

a. Какое среднее время должен ждать клиент в очереди, прежде чем ему ответит клерк?

b. Каково среднее число заказчиков в очереди?

с. Менеджер решил добавить второго клерка на оформление заказов, его зарплата тоже \$5 в час. Нужен ли второй клерк?

d. А третий? Обоснуйте свой ответ.

8) На пропускной таможенный пункт на границе прибывает в среднем 5 грузовых машин в час (пуассоновский поток). Работает две бригады квалифицированных таможенников, которые могут осмотреть машину в среднем за 20 мин (распределение экспоненциальное).

a. Какова средняя длина очереди?

b. Сколько в среднем каждая машина тратит на проезд через таможенный пункт?

с. Сколько времени каждая таможенная бригада не занята?

d. Руководство Таможенной службы ввело новые правила регистрации грузов, вследствие чего среднее время досмотра увеличилось до 45 мин. Как изменится время проезда через пропускной пункт, если невозможно увеличить кадровый состав таможенного пункта больше чем на 2 бригады.

e. Какова вероятность того, что в очереди в этом случае будут стоять не менее 11<sup>-и</sup> машин? ... 19<sup>-и</sup> машин?

9) Бармен может обслужить клиента в среднем за 40 сек. (распределение экспоненциальное). В вечернее время бар практически заполнен и в среднем каждую минуту клиент подходит к стойке. (Бар очень большой).

a. Как долго (в среднем) клиент будет ждать у стойки?

b. Сколько в среднем людей будет толпиться у стойки?

с. Какова вероятность, что 5 и более посетителей будут ждать выпивки?

d. Каков процент времени, когда бармен не занят?

e. Если заменить бармена разливочным автоматом, который на любой коктейль тратит одно и то же время - 45 сек., как изменятся рассчитанные выше характеристики этой системы обслуживания?

10) Управляющий парикмахерской в некоем спальном районе пытается улучшить дело. Он знает из статистических расчетов, что в среднем в парикмахерскую должно обращаться 6 клиентов в час.

Опыт показывает, что мастер в среднем тратит на обслуживание 1 клиента около 30 мин, и клиент не склонен ждать, если в очереди уже стоит больше 3 человек.

a. Посоветуйте управляющему:

b. сколько мастеров должно обслуживать клиентов

с. устроить ли общую очередь для них всех или сделать отдельные небольшие приемные для каждого мастера.

d. Учтите, что для клиента стоимость стрижки составляет около \$5, а каждый мастер получает за час работы \$1.

11) В полуавтоматическом бистро для автомобилистов «Бери и кати» робот-кельнер выдает подогретый бутерброд и чашку горячего кофе ровно за 45 сек.

Установлено, что в часы максимальной нагрузки поток автомобилей к автомату имеет пуассоновский характер со средним интервалом между автомобилями - 50 сек. Компания хочет оценить длину очередей автомобилей к автомату, для обеспечения необходимого пространства для них.

- a. Каково среднее число автомобилей в системе?
- b. Каково среднее время, которое каждый автомобиль проводит вблизи автомата?
- c. Оцените долю отказов системы потенциальным клиентам, если пространство, доступное для ожидания, ограничено средней ожидаемой длиной очереди? Можно ли точно рассчитать эту долю, пользуясь стандартными моделями теории очередей?

12) На пропускной пункт на платной дороге E95 прибывает в среднем 10 машин в минуту (пуассоновский поток).

Работает только один шлагбаум для пропуска машин, который может пропускать в среднем 12 машин в минуту (распределение экспоненциальное).

- a. Какова средняя длина очереди?
- b. Сколько в среднем каждая машина тратит на проезд через пропускной пункт?
- c. Сколько времени инспектор на пропускной линии свободен?
- d. Управление дороги рассматривает возможность открытия второго шлагбаума да этом пропускном пункте. Как изменится при этом среднее время проезда через пропускной пункт? Учтите, что машины будут ждать в одной очереди, а пропускная способность второго шлагбаума та же, что и у первого.

13) На большой лодочной станции управляющий должен нанять ремонтников для ремонта водных мотоциклов, которые выходят из строя в среднем каждые 35 мин. Ремонтники будут работать по одному или бригадой из 2 или 3 человек и требуют \$6 в час на каждого.

Ремонт одного мотоцикла одним ремонтником занимает в среднем 30 минут, бригадой из двух человек - 20 минут, из трех-15 минут. Часовой простой мотоцикла стоит \$30.

Сколько ремонтников нужно нанять и как организовать их работу?

14) Компания нанимает одного рабочего, который занимается погрузкой кирпича на грузовики компании. В среднем в день (8 час) проходит 24 грузовика, которые появляются согласно распределению Пуассона. Рабочий загружает их со средней скоростью 4 грузовика в час, время обслуживания подчиняется экспоненциальному закону.

Полагают, что второй оператор, работающий на том же терминале, существенно повысит производительность в фирме. Менеджеры рассчитывают, что два оператора будут обслуживать по 4 грузовика в час каждый.

- a. Проанализируйте эффект в очереди от такого изменения и сравните с результатом для одного рабочего.
- b. Какова вероятность того, что будет больше чем 3 грузовика в очереди?
- c. Водители грузовиков получают \$10 в час, операторы \$6 в час. Каково оптимальное число операторов?
- d. Компания собирается построить второй терминал, чтобы ускорить процесс погрузки. В этом случае каждый из операторов будет работать на своем терминале. На сколько сократится время пребывания грузовиков в системе по сравнению с предыдущим вариантом погрузки?

15) Бармен может обслужить клиента в среднем за 50 сек, время обслуживания распределено экспоненциально и зависит от сложности напитка. В вечернее время бар практически заполнен и в среднем каждые 55 сек клиент подходит к стойке (бар очень большой).

- a. Как долго (в среднем) клиент будет ждать у стойки?

- b. Сколько в среднем людей будет толпиться у стойки?
- c. Какова вероятность, что 3 и более посетителей будут ждать выпивки?
- d. Каков процент времени, когда бармен не занят?
- e. Если заменить бармена разливочным автоматом, который на любой коктейль тратит одно и то же время - 50 сек., как изменятся рассчитанные выше характеристики этой системы обслуживания?

## Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

### Вопросы для подготовки к экзамену

#### Предмет и задачи математической физики

1. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
2. Канонические формы уравнений в частных производных второго порядка, линейных относительно старших производных (случай двух независимых переменных).
3. Приведение уравнений гиперболического типа к канонической форме. Замена независимых переменных в уравнении с частными производными. Допустимая замена независимых переменных и ее геометрическая интерпретация, как преобразования от декартовых координат к произвольным криволинейным координатам. Якобиан преобразования.
4. Дифференциальные уравнения характеристик и характеристики уравнений гиперболического типа.
5. Приведение уравнений параболического типа к канонической форме.
6. Приведение уравнений эллиптического типа к канонической форме.
7. Способ упрощения исходной канонической формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов с постоянными коэффициентами.

#### Уравнения гиперболического типа

8. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
9. Начальные и граничные условия. Постановка краевых задач первого, второго и третьего типов для гиперболических уравнений на примере колебаний струны конечной длины. Корректно и некорректно поставленные задачи.
10. Предельные краевые задачи: задача о распространении краевого режима и задача Коши.
11. Метод распространяющихся волн (метод характеристик) для бесконечной струны. Формула Д'аламбера. Физическая интерпретация решения (бегущие волны).
12. Метод распространяющихся волн для полубесконечной струны. Физическая интерпретация решения.
13. Решение первой краевой задачи о свободных колебаниях конечной струны с закрепленными концами методом разделения переменных. Разложение по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля. Физическая интерпретация решения (стоячие волны, узловые точки струны).
14. Свойства собственных функций и собственных значений задачи Штурма-Лиувилля для струны с жестко закрепленными концами.
15. Решение первой краевой задачи о вынужденных колебаниях конечной струны с закрепленными концами методом разделенных переменных. Представление решения с помощью функции Грина (источника). Физический смысл функции Грина.
16. Обобщенная функция Дирака и ее свойства.
17. Общая схема метода разделения переменных на примере уравнения колебаний неоднородной струны. Задача Штурма-Лиувилля, условие положительности собственных значений, ортогональность собственных функций. Теорема разложения Стеклова (без доказательства).

18. Уравнение малых поперечных колебаний мембраны. Решение первой краевой задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны с закрепленным краем методом разделения переменных. Собственные функции и собственные значения задачи Штурма-Лиувилля. Кратные собственные значения и вырожденные собственные колебания. Узловые линии прямоугольной мембраны.

19. Решение первой краевой задачи о свободных колебаниях круглой мембраны с закрепленным краем методом разделения переменных в полярной системе координат. Собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля для круглой мембраны.

20. Уравнение Бесселя и его частные решения, представимые в виде обобщенного степенного ряда. Гамма - функция Эйлера.

21. Цилиндрические функции 1-го рода (функции Бесселя). Формулы дифференцирования и рекуррентные формулы для функций Бесселя.

22. Ортогональность и норма функций Бесселя.

#### **Уравнения параболического типа**

23. Вывод уравнения теплопроводности в трехмерном пространстве (закон Фурье, интегральное уравнение баланса тепловой энергии).

24. Постановка краевых задач для уравнений параболического типа на отрезке (тонкий теплоизолированный с боков стержень конечной длины).

25. Решение первой краевой задачи с однородными граничными условиями для уравнения теплопроводности на отрезке методом разделения переменных. Функция Грина (функция температурного влияния мгновенного точечного источника тепла).

26. Решение первой краевой задачи с однородными начальными и граничными условиями для неоднородного уравнения теплопроводности на отрезке. Функция Грина (функция источника) и ее физический смысл.

27. Задача Коши для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой. Функция Грина (функция источника) для бесконечной прямой и ее физический смысл.

28. Фундаментальное решение задачи Коши для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.

#### **Уравнения эллиптического типа**

29. Уравнения Лапласа и Пуассона для стационарного теплового поля. Постановка краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона (задачи Дирихле и Неймана). Внутренние и внешние краевые задачи.

30. Уравнения Лапласа и Пуассона для электростатического потенциала. Постановка задач Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа и Пуассона в случае однородной среды.

31. Постановка краевой задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в случае неоднородной среды с кусочно-постоянной диэлектрической проницаемостью.

32. Оператор Лапласа в сферических координатах.. Частные решения уравнения Лапласа, обладающие сферической симметрией. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в пространстве.

33. Оператор Лапласа в цилиндрических координатах.. Частные решения уравнения Лапласа, обладающие цилиндрической симметрией. Фундаментальное решение уравнения Лапласа на плоскости.

34. Гармонические функции. Первая и вторая формулы Грина. Основная интегральная формула Грина.

35. Интегральное представление гармонической функции.

36. Внутренняя и внешняя задача Дирихле уравнения Лапласа для круга и ее решение методом разделения переменных.

37. Интегральное представление внутренней и внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круговой области (интеграл Пуассона).

38. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаровой области. Присоединенные функции Лежандра, полиномы Лежандра, сферические функции.

39. Полиномы Лежандра и их свойства: рекуррентные формулы, норма и ортогональность.

40. Сферические функции. Ортогональность и норма сферических функций.

41. Сферические гармоники и шаровые функции.

42. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа и ее свойства. Представление решения задачи Дирихле с помощью функции Грина.

43. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа и ее построение для сферы методом электростатических изображений. Интеграл Пуассона для сферы.

44. Уравнение Гельмгольца для установившихся колебательных процессов.

45. Частные решения уравнения Гельмгольца в сферической системе координат.

46. Краевые задачи для уравнения Гельмгольца внутри и вне шара.

#### **Нелинейные уравнения математической физики**

47. Нелинейное волновое уравнение и нелинейные материальные уравнения электродинамики нелинейных сред. Квазиплоские и квазимонохроматические волны.

48. Метод медленно меняющихся амплитуд (метод Хохлова). Система укороченных уравнений для процесса генерации второй оптической гармоники первого типа с учетом явления дифракции.

49. Некоторые простейшие решения системы укороченных уравнений в плосковолновом приближении (случай фазового согласования волн).

50. Линеаризация системы укороченных уравнений (приближения заданного поля и заданной интенсивности).

#### ***Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством***

ПК-10 Способность создания (модификации) и сопровождения информационных систем, автоматизирующих задачи организационного управления и бизнес-процессы в организациях различных форм собственности с целью повышения эффективности деятельности организаций

#### **4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний студента производится по следующим критериям:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал курса, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с поставленными вопросами, причем не затрудняется с ответами при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал курса, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и научно-исследовательских задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических задач;



- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями решает практические и научно-исследовательские задачи или не справляется с ними самостоятельно.

Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом. Экзамен является формой контроля усвоения студентом учебной программы по дисциплине или ее части, выполнения практических, контрольных.

Результат сдачи экзамена по прослушанному курсу должен оцениваться как итог деятельности студента в семестре, а именно - по посещаемости лекций, результатам работы на практических занятиях, выполнения самостоятельных работ (домашних заданий). При этом допускается на очной форме обучения пропуск не более 20% занятий, с обязательной отработкой пропущенных практических занятий. Студенты у которых количество пропусков, превышает установленную норму, не выполнившие все виды работ и неудовлетворительно работавшие в течение семестра, проходят собеседование с преподавателем, который опрашивает студента на предмет выявления знания основных положений дисциплины, по контрольным работам и практическим заданиям по данной дисциплине.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **5.1 Основная литература:**

1. Прокудин, Д.А. Уравнения математической физики : учебное пособие / Д.А. Прокудин, Т.В. Глухарева, И.В. Казаченко ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет». - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2014. - 163 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8353-1631-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278923>

2. Павленко, А. Уравнения математической физики : учебное пособие / А. Павленко, О. Пихтилькова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет». - Оренбург : ОГУ, 2013. - 100 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=259308>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Кудряшов Н.А. Методы нелинейной математической физики: [учебное пособие] / Н. А. Кудряшов - Долгопрудный: Интеллект, 2010. - 364 с.

2. Алтунин К.К. Методы математической физики: учебное пособие / К.К. Алтунин. - 3-е изд. - М.: Директ-Медиа, 2014. - 123 с. - ISBN 978-5-4475-0320-8; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240552>.

3. Соболева, Е.С. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2012. — 96 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5295>.

4. Полянин, А.Д. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев, А.И. Журов. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59377>.

5. Треногин В.А. Уравнения в частных производных: учебное пособие /

В.А. Треногин, И.С. Недосекина. - М.: Физматлит, 2013. - 227 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1448-6; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275574>.

6. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики: учебник / К.Б. Сабитов. - М.: Физматлит, 2013. - 352 с.: ил. - (Математика. Прикладная математика). - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1483-7 То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275562>.

### 5.3. Периодические издания:

1. Вестник МГУ. Серия: Физика. Астрономия.
2. Журнал прикладной механики и технической физики.
3. Журнал технической физики.
4. Известия ВУЗов. Серия: Физика.
5. Инженерная физика.
6. Успехи физических наук.
7. Физика. Реферативный журнал. ВИНТИ.

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

На самостоятельную работу студентов отводится 32% времени от общей трудоемкости дисциплины. Проверка знаний студента основана на контрольных вопросах и дополнительных вопросах, касающихся соответствующих разделов дисциплины:

- выполнение домашних заданий по практическим занятиям;
- усвоение, дополнение и вникание в разбираемые разделы дисциплины при помощи знаний, получаемых посредством изучения рекомендуемой литературы.
- консультации, организованные для разъяснения проблемных моментов при самостоятельном изучении тех или иных аспектов разделов усваиваемой информации в дисциплине.

### Рекомендации по оцениванию лабораторных работ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Уравнения математической физики» предполагается выполнение лабораторных работ, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины. Комплект заданий репродуктивного уровня для выполнения на лабораторных занятиях, позволяющих оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, распознавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины.

### Критерии оценки лабораторных работ

Оценка	Критерии оценивания
5 баллов	Задание выполнено полностью, в представленном отчете обоснованно получено правильное выполненное задание.
4 балла	Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений.

<b>3 балла</b>	Задания выполнены частично.
----------------	-----------------------------

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **7.1 Перечень информационно-коммуникационных технологий**

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и практических занятий.

### **7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения**

- Программы для демонстрации аудио- и видеоматериалов (проигрыватель «Windows Media Player»).
- Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»)
- Программы для работы с текстом (Microsoft Office (Excel, Word, Access), ABBYY Finereader, AdobeReader).
- Программы-переводчики и электронные словари (ABBYY Lingvo). – Программы-антивирусы (ESET NOD Antivirus).
- Лицензионное программное обеспечение (Microsoft Windows).
- Программы для доступа в Интернет (Internet Explorer).

### **7.3 Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

## **8. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	<i>Лекционные занятия</i>	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО) для воспроизведения файлов формата jpg и avi, достаточным количеством посадочных мест. 300, 114, 209, 201 корп. С.
2.	<i>Семинарские занятия</i>	Не предусмотрено
3.	<i>Лабораторные занятия</i>	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения. 207, 212, 213 корп. С.
4.	<i>Курсовое проектирование</i>	Не предусмотрено

5.	<i>Групповые (индивидуальные) консультации</i>	Аудитория для проведения групповых (индивидуальных) занятий, оснащенная доской и комплектом учебной мебели. 212, 213, 207 корп. С.
6.	<i>Текущий контроль, промежуточная аттестация</i>	Аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации студентов, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети “Интернет”, с соответствующим программным обеспечением в режиме подключения к терминальному серверу, с программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. 114, 212, 230 корп. С.
7.	<i>Самостоятельная работа</i>	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. 208 корп. С.