

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
«Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

\_\_\_\_\_ Хагуров Т.А.  
*подпись*

« 31 » \_\_\_\_\_ мая \_\_\_\_\_ 2019 г

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.В.15 «ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ  
И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ»**

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
Профиль системный анализ , исследование операций и управление  
(Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности)

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «Вариационное исчисление и ОУ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Программу составил:  
К.А. Лебедев, профессор, д.ф.-м.н., доцент



---

подпись

Рабочая программа дисциплины «Вариационное исчисление и ОУ» утверждена на заседании кафедры информационных и интеллектуальных систем № 6 «09» апрель 2019 г.

Заведующий кафедрой (разработчика)  
Юнов С.В.

---

подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных и интеллектуальных систем протокол № 6 «09» апреля 2019г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Юнов С.В.

---

подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 6 «09» апреля 2019г

Председатель УМК факультета Малыхин К.В.

---

подпись

Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна.

Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор. Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

Марков Виталий Николаевич.

Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Цели определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которой преподается дисциплина.

**Целью** освоения учебной дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление» является развитие профессиональных компетентностей решения приобретения теоретических и практических знаний, навыков и умений использования методов теории вариационного исчисления и оптимального управления; овладение методами бесконечномерной оптимизации как инструментом моделирования процессов в науке, технике, экономике; приобретение теоретических и практических знаний, навыков и умений использования методов теории вариационного исчисления и оптимального управления

### 1.2 Задачи дисциплины:

Основные задачи курса на основе системного подхода:

- дать знания, выработать навыки и развить умения в области вариационного исчисления и оптимального управления;
- научить решать аналитически и численно экстремальные задачи;
- строить математические экстремальные модели классического и современного типа;
- научить применять численные методы для решения задач с использованием современных ЭВМ и прикладных программ и различных языков программирования;
- овладение моделями оптимального управления в различных областях науки, техники, экономики;
- формирование свободного и творческого подхода к теории вариационного исчисления и оптимального управления.

Содержательное наполнение дисциплины обусловлено общими задачами в подготовке бакалавра.

### 1.3 Место учебной дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Вариационное исчисление и оптимальное управление» относится к базовой части Блока 1 Дисциплины и (модули) учебного плана.

Данная дисциплина (Вариационное исчисление и оптимальное управление) тесно связана с дисциплинами цикла: «математический анализ», «физика», «уравнения математической физики», «функциональный анализ», «дифференциальные уравнения, методы оптимизации».

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций (ОПК, ПК):

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1	ОПК-4	способностью ре-	теорию бесконе	выбирать ме-	навыками и

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		шать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационнокоммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	номерной оптимизации, методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	тоды решения стандартных задач вариационного исчисления и оптимального управления с применением информационной коммуникационных технологий	способностью решать стандартные и нестандартные задачи по дисциплине вариационное исчисление и оптимальное управление.
2	ПК-1	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	как ставить, решать и интерпретировать вариационные задачи и данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследований	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований.

Процесс освоения дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление» направлен на получения необходимого объема знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное ведение бакалавром научно-исследовательской деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы теории бесконечномерной оптимизации, прикладной математики и информатики.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО). Дисциплина «Вариационное исчисление и оптимальное управление» состоит из лекционных и лабораторных занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студен-

тами в процессе самостоятельной работы. В конце семестра проводится экзамен. Программой дисциплины предусмотрены 36 часа лекций, 36 часа лабораторных занятий, форма отчетности – экзамен.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)				
		7				
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>76,3</b>	<b>76,3</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>72</b>	<b>72</b>				
Занятия лекционного типа	36	36	-	-	-	
Лабораторные занятия	36	36	-	-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)			-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4				
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3				
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>32</b>	<b>32</b>				
Курсовая работа	-	-	-	-	-	
Проработка учебного (теоретического) материала	26	26	-	-	-	
Реферат			-	-	-	
Подготовка к текущему контролю	6	6	-	-	-	
<b>Контроль:</b>	<b>35,7</b>	<b>35,7</b>				
Подготовка к экзамену	35,7	35,7				
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	-	-	-
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>76,3</b>	<b>76,3</b>			
	<b>зач. ед</b>	<b>4</b>	<b>4</b>			

## 2.2 Структура учебной дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Всего	Количество часов				
			Аудиторная работа			Внеаудиторная работа	
			Л	ПЗ	ЛР	кон-троль	СРС
	<b>РАЗДЕЛ 1 Основные понятия вариационного исчисления.</b>						
1.	Основные понятия. Основная задача вариационного исчисления.	6	2		2	2	2
2.	Уравнение Эйлера и его применение к основным задачам ВИ	12	4		4	4	4
3.	Достаточное условия экстремума	6	2		2	2	2

	<b>РАЗДЕЛ 2 Численные методы решения вариационных задач</b>						
4.	Численные методы решения вариационных задач.	12	4		4	4	4
5.	Обобщения основной задачи.	6	2		2	2	2
	<b>РАЗДЕЛ 3 Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач.</b>						
6.	Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач.	6	2		2	2	2
	<b>РАЗДЕЛ 4 Оптимальное управление</b>						
7.	Задача автоматического регулирования.	6	2		2	2	2
8.	Задача оптимального управления.	6	2		2	2	2
9.	Принцип максимума Понтрягина.	12	4		4	4	4
10.	Метод динамического программирования.	6	2		2	2	2
11.	Численные методы решения задач оптимального управления.	6	2		2	2	2
12.	Достаточные условия оптимальности и их применение к решению задач.	10	4		4	4	2
13.	Примеры задач оптимального управления из науки, техники и экономики.	10	4		4	3,7	2
14.	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4					
15.	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3					
16.	Подготовка к экзамену	35,7					
	<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>36</b>		<b>36</b>	<b>35,7</b>	<b>32</b>

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента.

### 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины:

№	Наименование раздела	Форма текущего контроля (по неделям семестра)
1	2	4
1	Основные понятия вариационного исчисления.	1. Устный опрос в конце лекции 2. Опрос на лабораторных работах
2	Численные способы решения вариационных задач.	1. Устный опрос в конце лекции 2. Опрос на лабораторных работах
3	Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач	1. Устный опрос в конце лекции 2. Опрос на лабораторных работах

4	Оптимальное управление	1 Устный опрос в конце лекции 2.Опрос на лабораторных работах
---	------------------------	--

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ Раздела	Наименование раздела	Содержание раздела (тем)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	<b>РАЗДЕЛ 1.</b> Основные понятия вариационного исчисления.	<p><b>Тема 1. Основные понятия. Основная задача вариационного исчисления.</b> История возникновения вариационного исчисления, как раздела дифференциального и интегрального исчислений. Задача о брахистохроне. Пример задачи оптимального управления. Вариационная задача как задача оптимального управления. Задачи конечномерной оптимизации и задачи ВИ. Постановка основной задачи <b>ВИ</b>. Примеры задач. Функционал. Вариация аргумента. Вариация функционала. Сильная и слабая окрестности. <math>\varepsilon</math>- окрестность <math>n</math>-го порядка кривой. Близость кривых. Расстояние между кривыми. Линейные функционалы. Локальный экстремум. Сильный и слабый экстремумы. Первое определение <b>вариации функционала</b> первого порядка. Второе определение <b>вариации функционала</b> первого порядка. Игольчатая вариация. Свойства вариаций. Теорема о дифференцируемости функционалов. Необходимое условие экстремума. Ряд Тейлора для функционалов. Примеры.</p> <p><b>Тема 2. Уравнения Эйлера.</b> Уравнение Эйлера как необходимое условие экстремума. Основная лемма вариационного исчисления. Вывод уравнения Эйлера для основной задачи вариационного исчисления. Частные случаи функционалов. Алгоритм решения задач. Методы и приёмы решения задач. Применение уравнения Эйлера к известным задачам вариационного исчисления. Задача о кратчайшем расстоянии. Задача о цепной линии. Задача о брахистохроне. Задача Пуанкаре. Задача Ньютона об обтекании тела вращения</p>	1 Устный опрос в конце лекции

		<p><b>Тема 3. Достаточные условия экстремума.</b>  Вторая вариация функционала. Условие знакопостоянства второй вариации и достаточное условие экстремума. Поле экстремалей (собственное, центральное). <math>S</math> - дискриминанта. Сопряжённая точка. Условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей. Достаточные условия (слабого, сильного) экстремума: Вейерштрасса, Лежандра.</p>	
2	<p><b>РАЗДЕЛ 2.</b>  Численные способы решения вариационных задач.</p>	<p><b>Тема 4. Численные способы решения вариационных задач.</b> Прямой метод сведения вариационной задачи к задаче конечномерной оптимизации. Вариационные методы математической физики. Метод Ритца. Метод Галеркина. Методы численного решения уравнения Эйлера. Метод стрельбы. Метод конечных разностей.</p>	1 Устный опрос в конце лекции
3	<p><b>РАЗДЕЛ 3.</b>  Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач</p>	<p><b>Тема 5. Обобщения основной задачи ВИ.</b>  Способы вычисления вариаций для различных видов функционалов. Функционалы, зависящие от нескольких независимых функций. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка. Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных. Инвариантность уравнения Эйлера. Вариационные задачи со свободными границами. Функционалы с подвижными границами. Условия трансверсальности. Задачи с односторонними вариациями. Задача Больца.</p> <p><b>Тема 6.</b> Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач. Отражение экстремалей. Преломление экстремалей. Задача Больца. Связь задач Лагранжа и Больца. Исторический очерк проблемы постулата Евклида о параллельных. Постановка и решение задачи Пуанкаре. Роль задачи Пуанкаре в интерпретации геометрии Лобачевского. Задача о форме тела имеющего наименьшее сопротивление в потоке газа. Задачи на условный экстремум. Задача Эйлера об изгибе стержня. Задачи с интегральными связями (изопериметрические). Метод неопределённых коэффициентов. Задачи с конечными связями. Задача о геодезических. Геодезическое расстояние. Задача Клеро. Вариационные принципы механики. Каноническая форма уравнений Эйлера. Теория Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби. Принцип наименьшего действия в форме Лагранжа. Разрывные задачи первого рода. Разрывные задачи второго рода.</p>	1. Устный опрос в конце лекции
4	<p><b>РАЗДЕЛ 4.</b>  Оптимальное управление</p>	<p><b>Тема 7. Задача автоматического регулирования.</b>  Понятие об объекте регулирования. Выходные и входные (управляющие) величины. Отрицательная обратная связь. Алгебраические и частотные критерии устойчивости (Михайлова, Найквиста). Критерии качества управления. Синтез оптимального регулятора по квадратичному критерию</p>	1. Устный опрос в конце лекции



		<p><b>Тема 8. Задачи оптимального управления.</b>  Понятие об управляемом объекте, как техническом объекте. Объект управления, как система дифференциальных уравнений. Понятие об оптимальном управлении. Основная задача оптимального управления. Задача Эйлера (брахистохроны) как задача оптимального управления. Задачи вариационного исчисления, как задачи оптимального управления. Примеры задач оптимального управления: задача на быстродействие, задача на оптимальный расход топлива, задача Лагранжа, задача Майера, задача Больца.</p> <p><b>Тема 9. Принципа максимума Понтрягина.</b> Связь принципа Понтрягина с уравнением Эйлера и уравнениями Якоби. Игольчатые вариации. Принцип максимума как необходимое условие экстремума. Доказательство принципа максимума Понтрягина. Условия трансверсальности. Применение принципа максимума к решению задач. Основные теоремы о линейных оптимальных быстродействиях (теорема о числе переключений, теорема единственности, теорема существования). Сфера достижимости. Оптимальные процессы при ограниченных фазовых координатах. Статистические задачи оптимального управления. Примеры задач.</p> <p><b>Тема 10. Метод динамического программирования.</b> Вывод уравнения Беллмана. Синтез оптимального управления. Алгоритм Беллмана для решения динамических оптимизационных задач: (непрерывный вариант, многошаговый вариант). Связь динамического программирования с принципом максимума</p> <p><b>Тема 11.</b> Численные методы решения задач оптимального управления. Методы решения линейных задач: метод последовательных приближений Нейштадта и Итона, Шатровского. Обзор численных методов: методы стрельбы для решения краевой задачи оптимального управления, метод вариаций в фазовом пространстве, метод вариаций в пространстве управлений. Тема 12. Достаточные условия оптимальности. Достаточные условия оптимальности для непрерывных процессов. Доказательство теоремы. Обобщение теоремы о достаточных условиях. Условия при которых принцип максимума является достаточным условием экстремума. Достаточные условия оптимальности в форме принципа динамического программирования. Применение теоремы к решению задач. Сравнительный анализ методов Понтрягина и Беллмана.</p>	
		<p><b>Тема 13.</b> Задача оптимального управления манёвром самолёта. Задача об оптимальном перелёте космического корабля с орбиты Земли на орбиту Марса. Динамическая макроэкономическая модель экономики. Модель оптимального управления фирмой. Задача об оптимальном распределении ресурсов. Однопродуктовая макроэкономическая модель оптимального развития экономики. Нелинейная оптимизационная модель развития многоотраслевой экономики. Оптимальное распределение инвестиций между проектами.</p>	

### 2.3.2 Семинарские занятия

Занятия семинарского типа по дисциплине «Вариационное исчисление и оптимальное управление» учебным планом не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование практических работ	Форма текущего контроля
1	Экстремум функций многих переменных	Проверка домашнего задания. Проверка выполнения работы № 1
2	Экстремум функционалов.	Проверка выполнения лабораторной работы №2
3	Уравнение Эйлера.	Проверка домашнего задания.. Проверка выполнения работы № 3
4	Обобщения основной задачи ВИ	Проверка домашнего задания. Проверка выполнения работы № 4
5	Численные методы решения вариационных задач.	Проверка выполнения работы № 5
6	Задачи на условный экстремум. Вариационные принципы механики	Проверка выполнения работы № 6
7	Достаточные условия экстремума функционалов	Проверка домашнего задания. Проверка выполнения работы № 7
8	Задачи на принцип максимума Понтрягина.	Проверка выполнения работы № 8
9	Достаточные условия оптимальности.	Проверка выполнения работы № 9

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы по дисциплине «Вариационное исчисление и оптимальное управление» учебным планом не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающегося по дисциплине

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка к семинарским занятиям	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО

		«КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
2	Подготовка к лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
3	Подготовка к решению задач и тестов	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
4	Подготовка докладов	Методические указания для подготовки эссе, рефератов, курсовых работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
5	Подготовка к решению расчетно-графических заданий (РГЗ)	Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
6	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 2.5 Самостоятельное изучение разделов дисциплины

Целью самостоятельной работы студента является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания полученные во время лабораторных занятий. Содержание приведенной основной и дополнительной литературы позволяет охватить широкий круг вопросов теории

### 3. Образовательные технологии

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины. 30 часов в интерактивном виде.

**Лекции** представляют собой систематическое изложение учебного материала с подачей в виде презентаций.

**Лабораторные занятия** позволяют научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Применяются также следующие образовательные технологии:

- Технология разноуровневого обучения (дифференцированное обучение);
- Технология коллективного взаимодействия (организованный диалог, коллективный способ обучения);

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### **Занятия, проводимые с использованием интерактивных технологий**

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов	
		всего ауд. часов	интерактивные часы
1	2	3	4
1.	Основные понятия вариационного исчисления.	28	10
2.	Численные методы решения вариационных задач	12	6
3.	Приложения методов ВИ к решению естественнонаучных задач.	2	2
4.	Оптимальное управление	20	10
	<i>Итого по дисциплине:</i>	62	28

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля успеваемости (опросы, лабораторные работы), промежуточной аттестации (экзамен в 7 семестре). Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ, задач и вопросов) и промежуточной аттестации (экзамена).

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

**Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-4, ПК-1**

В качестве оценочных средств текущего контроля используются: выполнение домашних заданий, индивидуальные консультации. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнения домашних работ. В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения лабораторных работ, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, индивидуальных лабораторных заданий и защиты групповых заданий, ответа на экзамене

Темы дискуссий, проводимых для усвоения материала дисциплины:

1. Необходимые и достаточные условия в математике и в данной изучаемой дисциплине.
2. Вывод уравнения Эйлера, как необходимого условия экстремума.
3. Достаточные условия экстремума.

#### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№	Контролируемые темы дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Основные понятия. Основная задача вариационного исчисления.	ОПК-4(знать, ладеть),)	опрос, доклады	Вопросы к экзамену 1-2
2	Уравнение Эйлера и его применение к основным задачам ВИ	ОПК-4 (знать, уметь)	опрос, презентации	Вопросы к экзамену 3-9
3	Достаточное условия экстремума	ОПК-3 (уметь, владеть)	опрос, РГЗ	Вопросы к экзамену 10-12
4	Численные методы решения вариационных задач	ПК-1 (уметь, владеть), ОПК - 4-3 (знать)	опрос, РГЗ	Вопросы к экзамену 12-17
5	Приложения методов ВИ к решению естественно-научных задач.	ПК-1(уметь, владеть) ОПК - 4 (знать, уметь, владеть)	опрос, КР	Вопросы к экзамену 18-22

№	Контролируемые темы дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
6	Задача оптимального управления.	<i>ОПК - 4 (уметь, владеть) ПК-1 (знать, уметь, владеть)</i>	<i>опрос, ТР</i>	<i>Вопросы к экзамену 22-25</i>
7	Принцип максимума Понтрягина.	<i>ПК-1 (знать), ОПК - 4 (владеть)</i>	<i>опрос, РГЗ</i>	<i>Вопросы к экзамену 26-28</i>
8	Метод динамического программирования.	<i>ОПК - 4 (уметь, владеть) ПК-1 (знать, уметь, владеть)</i>	<i>опрос, РГЗ</i>	<i>Вопросы к экзамену 28</i>
9	Численные методы решения задач оптимального управления.	<i>ОПК - 4 (знать, уметь, владеть) ПК-1 (знать, уметь, владеть)</i>	<i>опрос, РГЗ</i>	<i>Вопросы к экзамену 29-30</i>
10	Достаточные условия оптимальности и их применение к решению задач.	<i>ОПК - 4 (уметь, владеть) ПК-1 (знать, уметь, владеть)</i>	<i>опрос, РГЗ</i>	<i>Вопросы к экзамену 31-32</i>

### Показатели, критерии и шкалы оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенций	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично /зачтено
ОПК - 4 – способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	<i>Знает</i> – Знает теорию и умеет решать задачи . теорию бесконечно-мерной оптимизации, методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления;	<i>Знает</i> – теорию бесконечномерной оптимизации, методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления; как ставить, решать и интерпретировать вариационные задачи.	<i>Знает</i> – теорию бесконечномерной оптимизации, методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления; как ставить, решать и интерпретировать вариационные задачи и данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
	<i>Умеет</i> – применять теорию бесконечно-мерной оптимизации, методы решения задач вариационного исчисления и оптимального	<i>Умеет</i> – применять теорию бесконечно-мерной оптимизации, методы решения задач вариационного исчисления; ставить,	<i>Умеет</i> – применять теорию бесконечно-мерной оптимизации, методы решения задач вариационного исчисления и оптимального

	управления;	решать задачи. Применять данные современных научных исследований,	управления; ставить, решать и интерпретировать вариационные задачи и данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
	<i>Владеет</i> – способностью <i>применять</i> теорию бесконечномерной оптимизации, <i>применять</i> , владеет способностью <i>ставить</i> , <i>решать</i> вариационные задачи	<i>Владеет</i> – способностью <i>применять</i> теорию бесконечномерной оптимизации, методами решения задач вариационного исчисления и оптимального управления; владеет способностью <i>ставить</i> , <i>решать</i> и <i>интерпретировать</i> вариационные задачи	<i>Владеет</i> – способностью <i>применять</i> теорию бесконечномерной оптимизации, <i>применять</i> методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления; владеет способностью <i>ставить</i> , <i>решать</i> и <i>интерпретировать</i> вариационные задачи и данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям
ПК-1 – способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<i>Знает</i> – способы собирать, обрабатывать <i>Знает</i> теорию и умеет решать задачи	<i>Знает</i> – способы как собирать, обрабатывать и интерпретировать данные по дисциплине ВИ и ОУ <i>Знает</i> теорию и умеет решать задачи	<i>Знает</i> – способы как собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по дисциплине ВИ и ОУ <i>Знает</i> теорию и умеет решать задачи
	<i>Умеет</i> собирать, обрабатывать данные. <i>Умеет</i> решать задачи	<i>Умеет</i> собирать, обрабатывать и интерпретировать данные по дисциплине ВИ и ОУ <i>Умеет</i> решать задачи	<i>Умеет</i> как собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по дисциплине ВИ и ОУ <i>Умеет</i> применять теорию решать задачи

	<i>Владеет</i> методами сбора и обработки данных. Владеет способами решать задачи	<i>Владеет</i> методами сбора, обработки и интерпретации данных по дисциплине ВИ и ОУ владеет способами решать задачи	<i>Владеет</i> методами сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по дисциплине ВИ и ОУ Владеет методами применять теорию и решать задачи
--	---	---	--

## **Подготовка рефератов (докладов, сообщений, презентаций) по учебной дисциплине**

### **Темы презентаций и докладов**

- Основные задачи вариационного исчисления
- Уравнение Эйлера.
- Функционалы, зависящие от нескольких функций.
- Функционалы зависящие от производных высшего порядка.
- Функционалы зависящие от функций нескольких независимых переменных.
- Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности для вариационных задач с подвижными границами.
- Задача Больца с подвижными границами
- Метод стрельбы для численного решения уравнения Эйлера.
- Конечно-разностные методы для решения численного решения уравнения Эйлера..
- Прямые методы решения вариационных задач.
- Изопериметрические задачи.
- Задачи с односторонними вариациями.
- Задача Пуанкаре и неевклидова геометрия.
- Задачи Лагранжа, Майера, Больца
- Принцип максимума Понтрягина и связь с задачами ВИ.

Проведите анализ по одной из выбранных вами тематик (не менее 10 слайдов и 20 листов текста). Возможно использование звукового сопровождения, анимации (аудио-, и видеоматериала).

На первой странице слайда обязательно укажите Ф.И.О. автора, курс. Оценивается работа по следующим критериям:

- полнота представленного материала;
- оформление;
- представление и защита.

### **Примерные задания на лабораторные работы**

**Лабораторное занятие 1. Экстремум функций многих переменных**

#### **Контрольные вопросы.**

1. Дать определение экстремума функции?
2. Сформулировать необходимое и достаточное условие экстремума.
3. Сформулировать принцип неопределенных множителей Лагранжа.
4. Перечислить численные методы поиска безусловного экстремума.



### **Задачи.**

**В аудитории:** Безусловный экстремум.  
Условный экстремум.

### **Лабораторное занятие 2.** Экстремум функционалов.

#### **Контрольные вопросы.**

1. Что такое функция и что такое функционал?
2. Что такое расстояние между кривыми?
3. Какие функционалы называются непрерывными?
4. Что такое вариация функционала?
5. Сформулировать необходимое условие экстремума функционала.

#### **Задачи.**

Функционал. Близость кривых  
Непрерывность функционалов.  
Вариация функционалов  
Необходимое условие экстремума.

### **Лабораторное занятие 3.** Уравнение Эйлера.

#### **Контрольные вопросы.**

1. Записать уравнение Эйлера.
2. Сформулировать основную лемму.
3. Перечислить частные случаи функционалов.
4. Перечислить наиболее известные задачи вариационного исчисления.

#### **Задачи.**

Вариационные задачи в параметрической форме

### **Лабораторное занятие 4.** Обобщения основной задачи ВИ.

#### **Контрольные вопросы.**

1. Как находятся вариации функционалов?
2. Что такое условия трансверсальности?

#### **Задачи.**

Функционалы, зависящие от производных высшего порядка.  
Функционалы, зависящие от нескольких независимых функций.  
Функционалы, зависящие от функций нескольких переменных.

#### **Контрольные вопросы.**

1. Поставить задачу с подвижными границами.
2. Сформулировать условия трансверсальности.
3. Дать определение односторонним вариациям

#### **Задачи.**

Задачи с подвижными границами.  
Задачи на односторонние вариации

### **Лабораторное занятие 5.** Численные методы решения вариационных задач

1. Прямой метод.
2. Метод стрельбы
3. Метод конечных разностей

### **Лабораторное занятие 6.** Вариационные задачи на условный экстремум.

#### **Контрольные вопросы**

1. Сформулировать изопериметрическую задачу?
2. Сформулировать задачу с конечными связями.
3. Что называется геодезическим расстоянием?

### **Задачи**

Задачи с интегральными связями (изопериметрические).

Задачи с конечными связями.

Геодезическое линии.

Геодезическое расстояние.

Каноническая форма уравнений Эйлера

Вариационные принципы механики

**Лабораторное занятие 7.** Достаточные условия экстремума функционалов.

#### **Контрольные вопросы.**

1. Что называется второй вариацией функционала?
2. Что называется полем экстремалей?
3. Дать определения собственному и центральному полям экстремалей.
4. Сформулировать условие Якоби
5. Записать функцию Вейерштрасса.
6. Сформулировать достаточные условия Вейерштрасса.
7. Сформулировать достаточные условия Лежандра..

#### **Задачи.**

Вторая вариация функционала.

Поле экстремалей

Достаточное условие Якоби включения экстремали в поле экстремалей

Достаточное условие Лежандра включения экстремали в поле экстремалей

Достаточные условия экстремума функционала:

А) Вейерштрасса

Б) Лежандра

В) Фигуратриса

**Лабораторное занятие 8.** Теория оптимального управления.

#### **Контрольные вопросы.**

1. Дать определение объекту управления.
2. Что такое фазовые переменные.
3. Что такое управляющие переменные
4. Что называется целью управления.

#### **Задачи.**

Задача о быстродействии

Примеры задач технических задач

1. Задача о ракете зонде.

2. Задача о маневре самолета

Грачев Н.И., Евтушенко Ю.Г. Библиотека программ для решения задач оптимального управления //Журнал вычислительной математики и математической физики 1979. т.19. №2. С.367-387.

3. Задача о перелете с орбиты Земли на орбиту Марса//Журнал вычислительной математики и математической физики 1980. Т. 20.

4. Задача на применение динамического программирования

**Лабораторное занятие 9.** Достаточные условия оптимальности.

#### **Контрольные вопросы.**

1. Задачи с фазовыми ограничениями
2. Условия при которых принцип максимума является достаточным условием экстремума.

**4.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-4, ПК-1

*Текущий контроль* представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на протяжении семестра.

К основным формам текущего контроля (текущей аттестации) относятся опрос в рамках семинарских занятий, проведение тестовых заданий, подготовка реферата (сообщения, доклада, презентации) по определенной тематике, разбор расчетно-графических заданий, выполнение контролируемой самостоятельной работы.

*На первом этапе формируются комплекс знаний* на основе тщательного изучения теоретического материала (лекционные материалы преподавателя, рекомендуемые разделы основной и дополнительной литературы, материалы периодических научных изданий, необходимого для овладения понятийно-категориальным аппаратом и формирования представлений о комплексе инструментария, используемого в рамках данной отрасли знания).

*На втором этапе* на основе сформированных знаний и представлений по данному разделу студенты выполняют задания, нацеленные на *формирование умений и навыков в рамках заявленной компетенции*. На данном этапе студенты осуществляют самостоятельный поиск теоретических материалов в рамках конкретного задания, обобщают и анализируют собранный материал по схеме, рекомендованной преподавателем формулируют выводы, готовят практические рекомендации, реферативные материалы для публичного их представления и обсуждения.

*Промежуточная аттестация* осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины «Вариационное исчисление и оптимальное управление». Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений и уровень сформированности определённых компетенций.

Основные требования к результатам освоения дисциплины представлены в таблице в виде признаков сформированности компетенций. Требования формулируются в соответствии со структурой, принятой в ФГОС ВО: знать, уметь, владеть.

Промежуточный контроль осуществляется в конце семестра в форме экзамена.

#### **4.2.1. Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на экзамене**

##### **Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену**

1. Задача о брахистохроне и основные задачи вариационного исчисления.
2. Основные понятия вариационного исчисления.
3. Уравнение Эйлера.
4. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
5. Функционалы, зависящие от нескольких функций.
6. Функционалы зависящие от производных высшего порядка.
7. Функционалы зависящие от функций нескольких независимых переменных.
8. Вариационные задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности для вариационных задач с подвижными границами.
9. Задача Больца с подвижными границами.
10. Поле экстремалей. Достаточное условия включения экстремали в поле экстремалей Якоби.

11. Вторая вариация функционала. Достаточные условия экстремума.
12. Достаточное условие Вейерштрасса.
13. Вариационные принципы механики. Каноническая форма уравнений Эйлера.
14. Метод стрельбы для численного решения уравнения Эйлера.
15. Конечно-разностные методы для решения численного решения уравнения Эйлера.
16. Прямые методы решения вариационных задач.
17. Задачи на условный экстремум. Метод неопределённых коэффициентов.
18. Изопериметрические задачи.
19. Задачи с односторонними вариациями.
20. Геодезические линии. Геодезическое расстояние.
21. Задача Пуанкаре и неевклидова геометрия.
22. Объект автоматического управления.
23. Обратная связь. Регулирование. Устойчивость и качество.
24. Постановка задачи оптимального управления.
25. Задача Лагранжа. Задача Майера. Задача Больца
26. Принцип максимума Понтрягина и связь с задачами ВИ. Условия трансверсальности.
27. Доказательство принципа максимума.
28. Метод динамического программирования и принцип максимума
29. Численные методы решения задач оптимального управления.
30. Применение принципа максимума к решению задач.
31. Достаточные условия оптимальности.
32. Примеры задач оптимального управления из науки, техники и экономики.

Экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенции студента при изучении дисциплины или ее части и имеет целью проверку и оценку знаний студентов по теории и применению полученных знаний, умений и навыков. Экзамены проводятся по расписанию в сроки, предусмотренные календарным графиком учебного процесса. Экзамены принимаются преподавателями, ведущими лекционные занятия.

Экзамен проводится только при предъявлении студентом экзаменной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой по изучаемой дисциплине. Студентам на экзамене предоставляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 60 минут. По истечении установленного времени студент должен ответить на вопросы экзаменационного билета и представить выполненное задание. Результаты экзамена оцениваются по четырехбалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно») и заносятся в экзаменационную ведомость и экзаменную книжку. В экзаменную книжку заносятся только положительные оценки.

#### **4.2.2. Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания опроса**

Промежуточная аттестация традиционно служит основным средством обеспечения в учебном процессе «обратной связи» между преподавателем и обучающимся, необходимой для стимулирования работы обучающихся и совершенствования методики преподавания учебных дисциплин.

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у обучающихся по дисциплине является экзамен. Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом.

ФОС промежуточной аттестации состоит из двух теоретических вопросов и расчетно-графического задания к экзамену по дисциплине.

Экзамен по дисциплине преследует цель оценить работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения экзамена: устно.

Экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины.

Результат сдачи экзамена заносится преподавателем в экзаменационную ведомость и экзаменную книжку.

#### **Оценка «отлично»:**

На оба теоретических вопроса даны развернутые ответы, студент аргументирует свои суждения, грамотно владеет профессиональной терминологией и показывает: глубокое, полное знание содержания учебного материала, понимание сущности рассматриваемых закономерностей, принципов и теорий; умение давать точные определения основным понятиям, выделять существенные связи между рассматриваемыми закономерностями, связывать теорию с практикой, решать прикладные задачи. Студент полно и правильно ответил на вопросы преподавателя.

Студент показал при ответе на билет систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины. Точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы. Полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы. Умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин. Творческая самостоятельная работа на лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий; высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

#### **Оценка «хорошо»:**

На оба теоретических вопроса даны развернутые ответы. Студент, допуская отдельные неточности, обнаруживает достаточное владение учебным материалом, в том числе понятийным аппаратом; демонстрирует уверенную ориентацию в изученном материале, возможность применять знания для решения практических задач, но затрудняется в приведении примеров. Возможно, при изложении одного вопроса допущены неточности в формулировке; студент в целом правильно отвечает на вопросы преподавателя.

При этом студент показал достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине. Умение использовать научную терминологию. Логически правильно излагает ответа на вопросы. Умеет делать обоснованные выводы; Усвоение основной и дополнительной литературы. Самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях. Достаточно высокий уровень культуры исполнения заданий. Средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

#### **Оценка «удовлетворительно»:**

Студент излагает основное содержание учебного материала, но раскрывает материал неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не умеет доказательно обосновать свои суждения. Показал при ответе достаточный минимальный объем знаний по дисциплине. Неполное усвоение основной литературы. Умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи; работа под руководством преподавателя на лабораторных занятиях. Допустимый уровень культуры исполнения заданий. Достаточный минимальный уровень сформированности компетенций.

### **Оценка «неудовлетворительно»:**

Студент демонстрирует разрозненные бессистемные знания, не выделяет главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, беспорядочно, неуверенно излагает материал, не может применять знания при решении практических задач в соответствии с требованиями программы или вообще отказывается от ответа.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

### **4.2.3. Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания реферата (доклада, сообщения, презентации)**

Неправильно оформленная работа не принимается.

#### ***Критерии оценки:***

***оценка «неудовлетворительно»*** выставляется при несоответствии заявленной темы реферата (доклада, сообщения, презентации) его содержанию, наличию грубых погрешностей в оформлении работы, использовании ненадлежащих нормативных и научных источников, приводящих к утрате научной значимости подготовленного реферата или реферат не подготовлен;

***оценка «удовлетворительно»*** выставляется, если студентом допущены несущественные фактические ошибки в изложении материала и/или допущено использование ненадлежащих нормативных источников при сохранении актуальности темы реферата. Реферат (сообщение, доклад, презентация) представляет собой изложение результатов чужих исследований без самостоятельной обработки источников;

***оценка «хорошо»*** выставляется в том случае, когда имеются отдельные погрешности в оформлении реферата. Реферат (сообщение, доклад, презентация) представляет собой самостоятельный анализ разнообразных научных исследований и теоретических данных, однако не в полной мере отражает требования, сформулированные к его и содержанию;

***оценка «отлично»*** выставляется студенту, если студентом представлен реферат (сообщение, доклад, презентация), отвечающий требованиям по оформлению. Содержание реферата должно основываться на соответствующих литературных источниках. В реферате (сообщении, докладе, презентации) отражаются такие требования как актуальность

содержания, высокий теоретический уровень, глубина и полнота факторов, явлений, проблем, относящихся к теме, информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения материала; структурная организованность, обоснованность предложения и выводов, сделанных в реферате (сообщении, докладе, презентации)

#### **4.2.4. Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания контрольных работ**

##### *Критерии оценивания контрольной работы*

Каждая задача контрольной работы оценивается в 5 баллов.

**оценка «неудовлетворительно»** – 1-5 балла – испытывает трудности применения теоретических знаний к решению практических задач; допускает принципиальные ошибки в выполнении заданий;

**оценка «удовлетворительно»** – 6-10 баллов – применяет теоретические знания к решению заданий в контрольной задаче; справляется с выполнением типовых практических задач по известным алгоритмам, правилам, методам;

**оценка «хорошо»** – 11-15 баллов – правильно применяет теоретические знания к решению заданий в контрольной задаче; выполняет типовые практические задания на основе адекватных методов, способов, приемов, решает задания повышенной сложности, допускает незначительные отклонения;

**оценка «отлично»** – 16-20 баллов – творчески применяет знания теории к решению заданий в контрольной задаче, находит оптимальные решения для выполнения практического задания; свободно выполняет типовые практические задания на основе адекватных методов, способов, приемов; решает задания повышенной сложности, находит нестандартные решения в проблемных ситуациях.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1. Основная литература:**

1. Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/119> . — Загл. с экрана.
2. Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/45675> . — Загл. с экрана.
3. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 512 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67460> . — Загл. с экрана

### **5.2. Дополнительная литература:**

4. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.К. Хеннер, Т.С. Белозерова, М.В. Хеннер. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/96873> . — Загл. с экрана.

### **5.3. Периодические издания:**

Не используются

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием дифференциальных уравнений и освоиться в решении практических задач. Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Концепции современного естествознания». Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий. Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачёту и зачёту, согласно вопросам к зачёту. Указания по оформлению работ: могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради; - оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах. Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации. Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее. В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями теории вариационного исчисления и оптимального управления. Теоретический материал содержит систематизированные сведения научного и прикладного характера, изложенные в форме, удобной для изучения и преподавания. Особое внимание уделяется связи рассматриваемых вопросов с объектами профессиональной деятельности выпускника и требованиями его образованности, а также рассмотрению новых сведений (концепций, фактов); связи новых знаний с уже имеющимися.

Эффективное изучение учебного материала возможно только при тщательном дозировании порций новых понятий, которые должны быть естественно восприниматься человеком с определённой подготовкой. Полезно в конце каждого раздела отсылать студента к системе введённых понятий, явно представленных в конспектах к дисциплине в виде семантических сетей.

Краткие выводы (резюме) по теме ориентируют студента на определенную совокупность сведений, которые следует надежно усвоить и запомнить. Материал разбит на разделы. РАЗДЕЛ разбивается на логические структурные единицы, сопровождаются графиками, формулами, рисунками. По каждой логической структурной единице имеются вопросы для контроля знаний. Структура текстов лекций, то есть последовательность разделов, тем и вопросов полностью соответствует тематическому плану учебной программы по дисциплине. Тексты лекций содержат всю необходимую информацию для успешного ответа на контрольные вопросы по теме и тестовые задания.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате



аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий. Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу и экзамену,

Практический лабораторный материал предназначен для выработки умений и навыков применения теоретических знаний с примерами выполнения заданий и анализом наиболее часто встречающихся ошибок. Представлено пошаговые решения типичных задач и упражнений с выдачей пояснений и ссылками на соответствующие разделы теоретического курса.

Лабораторные включает в себя: тексты задач (практических ситуаций) для самостоятельного решения при подготовке к итоговой аттестации; примеры решения задач (практических ситуаций) по темам, на которые предложены аналогичные задания в экзаменационных (экзаменных) билетах.

Указания по оформлению работ: работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради; оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах. Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации. Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала. Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Вариационное исчисление и оптимальное управление сегодня рассматривается как одно из главных новых направлений обучения и эти курсы читаются во всех ведущих университетах мира

Проведите анализ по одной из выбранных вами тематик (не менее 10 слайдов и 20 листов текста). Возможно использование звукового сопровождения, анимации (аудио-, и видеоматериала). На первой странице слайда обязательно укажите Ф.И.О. автора, курс. Оценивается работа по следующим критериям:

- полнота представленного материала;
- оформление;
- представление и защита.

## **7. Перечень информационных, необходимых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модуля)**

### **7.1. Перечень информационно-коммуникационных технологий технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса**

Википедия, свободная энциклопедия. [Электронный ресурс]. <http://ru.wikipedia.org>

1. Электронно-библиотечная система «Консультант студента» ([www.studmedlib.ru](http://www.studmedlib.ru));
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)
3. Каталог информационной системы «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». [Электронный ресурс]. – <http://window.edu.ru/window/catalog>
4. Экспонента, образовательный математический сайт. [Электронный ресурс].
5. <http://www.exponenta.ru>

6. <https://e.lanbook.com>
7. <http://ru.wikipedia.org>
8. <http://window.edu.ru>
9. <http://www.exponenta.ru>

#### 7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1. Операционная система **MS Windows**.
2. Интегрированное офисное приложение **MS Office**.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математический пакет **MathCAD**

#### 7.3 Перечень современных профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

### 4. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением: А305, А307, 129
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, программное обеспечение <b>MathCAD</b> : 133, 148, 150, 100С.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория А305, А307.
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория А305, А307.
5.	Самостоятельная работа	Аудитория 105/1, 102А. Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.