

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования, первый
проректор

подпись

«29» мая 2020 г.



Хазуров Т.А.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.23 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Алгебра, теория чисел и дискретный анализ
Вычислительные, программные, информацион-
ные системы и компьютерные технологии
Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составили:

В.Ю. Барсукова, канд. физ.-мат. наук, доцент

В.В. Василенко, канд. физ.-матем. наук

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 9 от «10» апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) вычислительной математики и информатики протокол 10 от 15 апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой Гайденок С.В.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «30» апреля 2020 г, протокол № 2.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.\

Рецензенты:

Чубырь Н.О., кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики КубГТУ

Засядко О.В., кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры информационных образовательных технологий КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки «Математика и компьютерные науки», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются

1. формирование у студентов представлений о понятиях обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений и методах их решения
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом дифференциальных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

1.2 Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний (теоремы существования и единственности, теоретические основы методов решения различных типов уравнений);
2. формирование представления об основных типах дифференциальных уравнений и методах их решения;
3. выработать умения и навыки исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем линейных дифференциальных уравнений;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса дифференциальных уравнений,
5. научить применять дифференциальные уравнения к решению различных прикладных задач (физических, геометрических и др.).

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана и является одной из основных дисциплин в освоении математических знаний. Курс «Дифференциальные уравнения» читается на 2 курсе: 3-4 семестры.

Место курса в подготовке бакалавра определяется ролью дифференциальных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Математика и компьютерные науки».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Алгебра» и «Аналитическая геометрия». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной дисциплины направлено на получение необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего успешного изучения всех дисциплин высшей математики, с формированием следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ОПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	Способен консультировать использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного функционального анализа алгебры, параметров на аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, устойчивости по дифференциальным уравнениям, математики математической теории вероятностей, математической статистики и процессов, методов, механики профессиональной деятельности	теоремы существования и единственности решения задачи Коши, теорему о непрерывной зависимости решения от параметров на компактных интервалах, теорему об устойчивости первого приближения; знать строение множества решений линейной системы и линейного уравнения n -го порядка.	решать уравнения первого порядка: разделяющимися переменными, линейные, полные дифференциальные, решат линейные однородные уравнения n -го порядка системы уравнений постоянными коэффициентами и методами вариации произвольных постоянных соответствующее неоднородные уравнения и системы	навыками необходимых технических преобразований; навыками распознавания типа уравнения и применения к нему соответствующего метода решения навыками составления уравнения или системы уравнений геометрических и физических задач. Навыками качественного исследования поведения решений д.у.

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов, из них 124,6 часа контактной работы: лекционных 52 ч., лабораторных 68 ч., 4 ч. КСР; 38 ч. самостоятельной работы; 53,4 часа экзамен). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)	
		3	4
Контактная работа, в том числе:			
Аудиторные занятия (всего):	120	68	52
Занятия лекционного типа	52	34	18
Лабораторные занятия	68	34	34
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-
	-	-	-
Иная контактная работа:			

Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	2	2
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,6	0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:	38	11	27
Проработка учебного (теоретического) материала	14	4	10
Выполнение домашних заданий (решение задач)	14	4	10
Подготовка к текущему контролю	10	3	7
Контроль:			
Подготовка к экзамену	53,4	26,7	26,7
Общая трудоемкость	216	108	108
	в том числе	70,3	54,3
	контактная работа	3	3
	зач. ед	6	3

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы дисциплины, изучаемые в **третьем** семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
1	2	3	Л	ПЗ	ЛЗ	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1	История развития дифференциальных уравнений, основные классы задач, решаемых в разделе "Обыкновенные дифференциальные уравнения". Понятие дифференциального уравнения и его решения	4	2		2	1
2	Уравнение в дифференциалах. Поле направлений. Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	28	14		14	2
3	Способы нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений	6	2		4	2
4	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной	14	8		6	2

	системе обыкновенных дифференциальных уравнений				
5	Линейные уравнения n -го порядка. Применение дифференциальных уравнений высших порядков к решению различных прикладных задач (физических, геометрических и др.).	8	4	4	2
6	Краевая задача	8	4	4	2
	Итого:	68	34	34	11

Разделы дисциплины, изучаемые во четвертом семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
	Л		ПЗ	ЛЗ	СРС	
1	2	3	4	5	5	6
7	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	24	8		16	11
8	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	12	4		8	10
9	Основы теории устойчивости	16	6		10	10
	Итого:	52	18		34	31
	Итого по дисциплине:		52		68	38

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	История развития дифференциальных уравнений, основные классы задач, решаемых в разделе "Обыкновенные дифференциальные	Введение. Естественные и математические модели. Уравнение как основной объект изучения в математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений. Виды дифференциальных уравнений и их решения.	устный опрос

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля 4
1	2 уравнения". Понятие дифференциального уравнения и его решения	3	
2	Уравнение в дифференциалах. Поле направлений. Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Уравнение в дифференциалах. Поле направлений и поле нормалей. Определение интегральной кривой. Общее и частное решения. Лемма о решении уравнения в дифференциалах. Уравнение первообразной. Теорема об интеграле дифференциального уравнения. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешенное относительно производной и его геометрический смысл. Теорема об эквивалентности решений. Автономное дифференциальное уравнение 1-го порядка и его решение. Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения. Однородность n -ного порядка, Лемма об эквивалентности решений	устный опрос
3	Способы нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений	Определение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Существование и единственность решения задачи Коши. Локальная теорема. Задача, двойственная задаче Коши. Лемма об эквивалентности. Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения. Изоклины, изогональные и ортогональные траектории. Геометрический способ нахождения приближенного решения обыкновенного дифференциального уравнения; численный метод Эйлера. Аналитические методы (замены, метод Лагранжа, метод подстановок Бернулли).	устный опрос
4	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Векторная запись. Фазовое пространство. Решение системы дифференциальных уравнений. Интегральная кривая. Задача Коши для динамической системы. Фундаментальная система решений.	устный опрос

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	уравнений	Определитель Вронского и его свойства. Принцип суперпозиции решений. Пространство решений однородного уравнения.	
5	Линейные уравнения n -го порядка. Применение дифференциальных уравнений высших порядков к решению прикладных задач (физических, геометрических и др.).	Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Основные понятия и определения. Теорема о пространстве решений однородного дифференциального уравнения n -го порядка. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения n -го порядка. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n -го порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка. Теорема о фундаментальной системе решений линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Метод неопределенных коэффициентов при решении неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	устный опрос
6	Краевая задача	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Нули решений однородного дифференциального уравнения второго порядка. Перемежающиеся нули. Теорема о расположении нулей однородного уравнения. Теорема сравнения (Штурма). Теорема об альтернативе. Интегральное представление решения неоднородной задачи. Функция Грина и ее свойства. Спектральная задача. Собственные значения и собственные функции краевой задачи. Теорема существования собственных значений.	устный опрос
7	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Линейные системы дифференциальных уравнений (с комплексными коэффициентами и свободными членами). Матрично-векторная запись. Эквивалентность задачи Коши для линейной системы и интегрального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем. Линейные однородные системы. Пространство решений. Формула Остроградского – Лиувилля. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество	устный опрос

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
8	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	фундаментальных матриц. Метод вариации постоянных, формула Коши. Матрица Коши, её свойства. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. Нелинейные системы. Лемма Гронуолла – Беллмана. Непрерывная зависимость решения от параметров.	устный опрос
9	Основы устойчивости	теории Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Одновременная устойчивость (асимптотическая устойчивость) всех решений линейной системы. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) линейных систем и ограниченность решений однородной системы. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) систем с постоянными коэффициентами. Критерий Гурвица (без доказательства). Устойчивость по первому приближению. Постановка задачи. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	устный опрос

2.3.2 Занятия семинарского типа не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Основные понятия	Основные понятия теории дифференциальных уравнений (решение, задача Коши, порядок уравнения). Прикладные задачи (геометрические и механические)	Проверка домашнего задания, устный опрос
2	Уравнение в дифференциалах. Поле направлений. Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Однородность n -ного порядка. Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения	Проверка домашнего задания, контрольная работа
3	Способы нахождения решений	Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения. Огибающие	Проверка домашнего задания,

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
	обыкновенных дифференциальных уравнений	кривые. Изоклины, изогональные и ортогональные траектории. Геометрический способ нахождения приближенного решения обыкновенного дифференциального уравнения 1-го и 2-го порядков; численный метод Эйлера. Аналитические методы (замены, метод Лагранжа, метод подстановок Бернулли)	Контрольная работа
4	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Задача Коши. Нахождение фундаментальной системы решений	Проверка домашнего задания, Контрольная работа
5	Линейные уравнения n -го порядка. Применение дифференциальных уравнений высших порядков к решению прикладных задач (физических, геометрических и др.).	Линейные уравнения n -го порядка. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации.	Проверка домашнего задания,
6	Краевая задача	Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Теорема об альтернативе. Функция Грина. Спектральная задача.	Проверка домашнего задания, контрольная работа
7	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Задача Коши. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. Метод вариации постоянных, формула Коши. Нелинейные системы. Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.	Проверка домашнего задания, Самостоятельная работа
8	Непрерывная	Лемма Гронуолла – Беллмана. Исследование	Проверка

№ п/п	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
	зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров	непрерывной зависимости решения от параметров.	домашнего задания, Самостоятельная работа
9	Основы теории устойчивости	Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Критерий Гурвица Устойчивость по первому приближению.	Проверка домашнего задания, Самостоятельная работа

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов) курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Проработка учебного (теоретического) материала	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 10.04.2020 г.
2.	Выполнение домашних заданий (решение задач)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 10.04.2020 г.
3.	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 10.04.2020 г.
4.	Промежуточная аттестация (экзамен)	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 10 от 12.04.2020 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

При изучении данного курса используются традиционные лекции и лабораторные занятия.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски, устный опрос, проверка домашних заданий) и промежуточная аттестация (зачет, экзамен). Устный опрос по теоретическому материалу проводится на лабораторных занятиях.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

1. Найти решение уравнений

1) $2t\sqrt{1-x^2}dt + xdx = 0$

2) $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 0$

3) $tx' - \frac{x}{t+1} = t$

4) $x' - xtgt + x^2 \operatorname{cost} = 0$

5) $(x+3y)y' = 1.$

2. Решить задачу Коши $\begin{cases} x' = y - 7x \\ y' = -5y - 2x \end{cases}, \quad x(0) = 1, y(0) = 2$

3. Решить систему $\begin{cases} x' = 2x + y + 2z \\ y' = 2z - x \\ z' = 3z - 2x \end{cases}, \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_{2,3} = 1.$

4. Решить $\begin{cases} x' = 2y - 5x \\ y' = x - 6y - 2e^x \end{cases}$

5. Найти ФСР, общее решение уравнений:

а) $x^{IV} + 2x'' + x = 0$;

б) $9x' + x''' = 0$.

6. Решить задачу Коши:

$$x'' + 4x' + 3x = 0; \quad x(0) = 0; \quad x'(0) = 1.$$

7. Выписать ФСР, если известны корни характеристического уравнения

а) $\lambda_{1,2} = 0$; $\lambda_{3,4} = -6$; $\lambda_{5,6} = 2 \pm 7i$;

б) $\lambda_{1,2} = 2$; $\lambda_{3,4} = -1 \pm 4i$; $\lambda_{5,6} = -1 \pm 4i$.

8. Являются ли функции $x_1(t) = e^{3t} - e^{-2t}$; $x_2(t) = 2e^{3t} + e^{-2t}$ ЛНЗ решениями уравнения $x'' - x' - 6x = 0$?

9. Решить, используя функцию Коши:

$$x'' - 8x' + 17x = e^{4t}; \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

10. Решить методом вариации произвольных постоянных $x'' + x' = t$

11. Решить уравнение $x''' - 4x' = 15t + \sin 2t$

12. Оценить, насколько отличаются решения задач на отрезке $[2, 3]$

$$\begin{cases} y' = \sin y - \cos y + x \\ y(2) = 0,1 \end{cases} \quad \begin{cases} z' = \sin z - \cos z \\ z(2) = 0,3 \end{cases}.$$

13. Используя определение устойчивости по Ляпунову, исследовать устойчивость

решения задачи Коши: $y' + \frac{2y}{x} = 0, y(1) = 2$.

14. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = \ln(1 - 3y) + xy \\ y' = 2e^x - 3 \sin y - 2 - y^4 \end{cases}$$

15. Решить краевую задачу: $y'' + y = 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = 0$

16. Существует ли функция Грина краевой задачи? Если да, то построить ее:

а) $y'' + y = f(x), \quad y(0) = 0, \quad y'(\pi) = 0$;

б) $y'' = f(x), y'(0) = 0, y'(1) = 0$.

17. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи:

$$y'' + 4\mu y = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Примерные вопросы к экзамену:

3 семестр

1. Определение дифференциального уравнения, порядка уравнения и его решения. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка.
2. Уравнение в дифференциалах. Поле направлений и поле нормалей. Определение интегральной кривой. Лемма о решении уравнения в дифференциалах.

3. Уравнение первообразной. Теорема об интеграле дифференциального уравнения.
4. Обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешенное относительно производной и его геометрический смысл. Теорема об эквивалентности решений.
5. Автономное дифференциальное уравнение 1-го порядка и его решение.
6. Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения.
7. Изоклины, изогональные и ортогональные траектории.
8. Способы нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. Уравнения с разделяющимися (разделенными) переменными и приводящиеся к ним.
10. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Определение однородности порядка n для уравнения.
11. Типы уравнений, приводящихся к линейным дифференциальным уравнениям первого порядка. Лемма об эквивалентности решений (для y').
12. Метод вариации постоянной (метод Лагранжа) и метод подстановок Бернулли.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
14. Определение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
15. Существование и единственность решения задачи Коши. Локальная теорема.
16. Задача, двойственная задаче Коши. Лемма об эквивалентности.
17. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши для динамической системы.
18. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского и его свойства.
19. Линейные дифференциальные уравнения n -ного порядка. Основные понятия и определения.
20. Теорема о пространстве решений однородного дифференциального уравнения n -ного порядка.
21. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения n -ного порядка.
22. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n -ного порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него.
23. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения n -ного порядка.
24. Теорема о фундаментальной системе решений линейного неоднородного дифференциального уравнения n -ного порядка с постоянными коэффициентами.
25. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
26. Метод неопределенных коэффициентов при решении неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
27. Определение краевой задачи. Корректность краевой задачи.
28. Теорема об альтернативе и следствия из нее.
29. Нули решений однородного дифференциального уравнения второго порядка.
30. Перемежающиеся нули. Теорема о расположении нулей однородного уравнения.
31. Теорема сравнения (Штурма).
32. Функция Грина и ее свойства.
33. Спектральная задача. Собственные значения и собственные функции краевой задачи.
34. Уравнение колебания маятника.

4 семестр

1. Определение системы дифференциальных уравнений, виды систем дифференциальных уравнений и формы их представлений. Ассоциированное системе дифференциальное уравнение.

2. Нормальные системы дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами.
3. Множество решений. Продолжимые и непродолжимые решения.
4. Постановка Задачи Коши для системы дифференциальных уравнений.
5. Физическая интерпретация системы дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовые траектории.
6. Фундаментальная матрица системы дифференциальных уравнений. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Основные теоремы.
7. Нормальные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Интегрирование системы дифференциальных уравнений методом исключения.
8. Теорема о корневом пространстве.
9. Экспонента системы дифференциальных уравнений. Экспонента матрицы. Определение, основные свойства и утверждения.
10. Нахождение фундаментальной системы при помощи \exp^{At}
11. Матрица и формула Коши для системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
12. Зависимость решения от параметра.
13. Непродолжимые решения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши на отрезке при выполнении условия Липшица.
14. Теорема Пеано.
15. Лемма Гронуолла – Беллмана. Непрерывная зависимость решения от параметров.
16. Понятие устойчивости решения системы дифференциальных уравнений, её физический и геометрический смысл.
17. Устойчивость решения по Ляпунову.
18. Асимптотическая устойчивость решения.
19. Автономные системы дифференциальных уравнений и исследование их на устойчивость.
20. Критерий Гурвица.
21. Устойчивость по первому приближению.

Типовые задачи, выносимые на экзамен

3 семестр

1. Решить задачу Коши: $y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \operatorname{ctg} x$, $y(0)=1$.
2. Решить уравнение: $x'' - 4x' + 3x = e^{2t}$

4 семестр

1. Решить систему:
$$\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8 \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$$
2. Исследовать устойчивость тривиального решения системы

$$\begin{cases} x' = -x - 2y + x^5 \\ y' = -2x + 3y - y^4 + x^3 \end{cases}$$

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебник / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2002. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48171>
2. Петровский, И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Г. Петровский ; под ред. Мышкис А.Д.а, Олейник О.А.. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 208 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59554>
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.К. Романко и др. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70710>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

5.2 Дополнительная литература:

- 1 Демидович, Б.П. Лекции по математической теории устойчивости [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/123>

- 2 Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Бибиков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1542>
- 3 Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
1	Основные понятия	Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	Поиск информации (см. список литературы). Решение задач.
2	Уравнение в дифференциалах. Поле направлений. Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений	Основные интегрируемые уравнения I-го порядка, разделяющимися переменными, линейные уравнения. Однородность n -го порядка, Лемма об эквивалентности решений	Поиск информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
3	Способы нахождения решений обыкновенных дифференциальных уравнений	Особые решения обыкновенного дифференциального уравнения. Изоклины, изогональные ортогональные траектории. Огибающие кривые.	Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе
4	Эквивалентность линейного дифференциального уравнения нормальной системе обыкновенных дифференциальных уравнений	Теорема существования и единственности решения задачи Коши	Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе
5	Линейные уравнения n -го порядка. Применение дифференциальных уравнений высших порядков к решению прикладных задач (физических, геометрических и др.).	Уравнения с постоянными коэффициентами. Решение уравнений специальной правой частью	Изучение лекционного материала и материала учебников.
6	Краевая задача	Функция Грина: существование построение	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе
7	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	Фундаментальная система решений. Фундаментальная матрица. Множество фундаментальных матриц. Коши, её свойства.	Изучение и повторение лекционного материала и материала учебников.
8	Непрерывная зависимость решения задачи Коши	Лемма Гронуолла – Беллмана.	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

	от начальных данных и параметров		
9	Основы теории устойчивости	Устойчивость по первому приближению	Поиск необходимой информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

8.1. Перечень информационных технологий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

Microsoft Windows

Microsoft Office

Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
3.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
5.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
6.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Рецензия

на рабочую программу дисциплины «Дифференциальные уравнения»,
предназначенную для студентов направления подготовки
02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация «бакалавр»)

Дифференциальные уравнения составляют основу подготовки квалифицированного специалиста в области математики. Они используются практически во всех дисциплинах высшей математики и механики. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу является актуальным.

Рабочая программа по курсу «Дифференциальные уравнения» предусматривает формирование у обучающихся математического аппарата, включающего в себя математические знания, умения и навыки необходимые для дальнейшей профессиональной деятельности.

Программа отвечает современным требованиям к обучению и отражает современные тенденции в обучении и воспитании личности. Содержание рабочей программы охватывает весь материал, необходимый для обучения студентов высших учебных заведений по направлению «Математика и компьютерные науки».

Рабочая программа дает целостное представление о дисциплине. Структура и содержание курса взаимно дополняют друг друга. Также в программе приведены примеры заданий для промежуточной аттестации, перечень вопросов выносимых на экзамен, перечень основной и дополнительной литературы, доступной обучающимся.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает требованиям к образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Рецензент

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры математического
моделирования КубГУ



Павлова А.В.

Рецензия

1.

на рабочую программу дисциплины «Дифференциальные уравнения»
для студентов направления подготовки
02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация «бакалавр»)

Дифференциальные уравнения являются одним из мощнейших аппаратов анализа и исследования процессов различной природы. Изучение дифференциальных уравнений необходимо для дальнейшего изучения всех дисциплин высшей математики и механики.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» включает в себя структурные части, необходимые для документации такого рода. Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний, умений и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Содержание разделов, их разделение по видам занятий, и трудоемкость в часах отвечают требовательности и целесообразности. Логика построения программы обеспечивает лаконичность изложения, необходимую при ограниченном времени, отводимом учебным планом. Овладение практическими навыками и умениями обеспечивается лабораторными занятиями. В программе сформулированы темы самостоятельной внеаудиторной работы, примеры заданий для контрольных работ, билеты для экзаменов, перечень основной и дополнительной литературы, доступной для обучающихся.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Рецензент

Кандидат физ.-мат. наук, доцент, доцент
кафедры прикладной математики ФГБОУ
ВО «Кубанский государственный
технологический университет»


Кирий К.А.
Удостоверение
Начальник управления изгроз
Фед. Реутовская
« » 20 г.