

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования, первый  
проректор

подпись

«29» мая 2020 г.



Хагуров Г.А.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.ДВ.05.02 СТРУКТУРНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ГРУПП**

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Алгебра, теория чисел и дискретный анализ

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Рабочая программа дисциплины «СТРУКТУРНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ГРУПП» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по профилю «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Программу составил

Г.Н. Титов, канд. физ.-мат. наук, доцент \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины «СТРУКТУРНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ГРУПП» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры

протокол № 9 «10» апреля 2020 г.

Заведующая кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю. \_\_\_\_\_

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) функционального анализа и алгебры

протокол № 9 «10» апреля 2020 г.

Заведующая кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю. \_\_\_\_\_

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «30» апреля 2020 г, протокол № 2.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. \_\_\_\_\_

Рецензенты:

Терещенко И.В., заведующий кафедрой общей математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Гаркуша О.В., доцент кафедры информационных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физ.-мат. наук, доцент.

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины.

### 1.1 Цель дисциплины

Дальнейшее формирование у студентов приобретенных знаний по фундаментальной и компьютерной алгебре (1-й и 2-й курсы), а также знаний по тематике, связанной с комбинаторными вопросами алгебраических систем (3-й курс).

### 1.2. Задачи дисциплины

Получение основных теоретических и алгоритмических сведений по теории групп, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с алгебраическими понятиями.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина (Б1.В.ДВ.05.02) «Структурные вопросы теории групп» по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ» относится к вариативной части (В) дисциплин по выбору (ДВ) первого блока учебного плана, являющегося структурным элементом ООП ВО. Дисциплина изучается в 7-ом семестре и продолжает начатое на первых трех курсах алгебраическое образование студентов соответствующего направления подготовки. Знания, полученные в этом курсе, могут быть использованы в дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках программы курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра», а также основными понятиями одного из курсов «Элементы комбинаторной теории групп» или «Конечные группоиды и их представления».

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с компьютерными приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, а также для продолжения обучения в магистратуре по соответствующему направлению подготовки.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенции: ПК-1 и ПК-2.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	базовые знания курса «Структурные вопросы теории групп»;	демонстрировать с обоснованиями базовые знания, излагаемые в данной дисциплине;	навыками демонстрации материала данной дисциплины с использованием компьютерных технологий.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
2.	ПК-2	Способен публично представлять собственные и известные научные результаты.	алгебраическую терминологию, некоторые приемы, используемые в научных исследованиях;	использовать ссылки на известные результаты по теории групп и теории решеток в ходе публичных выступлений;	навыками публичного представления научных результатов по теории решеток и по теории групп.

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 часов, из них контактных 54,3 часа: лекционных 26 часов, лабораторных занятий 26 часов, контролируемая самостоятельная работа 2 часа и промежуточная аттестация 0,3 часа; самостоятельная работа 18 часов; подготовка к экзамену 35,7 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		6			
<b>Контактная работа, в том числе:</b>					
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>72</b>	<b>72</b>			
Занятия лекционного типа	26	26	-	-	
Лабораторные занятия	26	26	-	-	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	
	-	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3			
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>					
<i>Курсовая работа</i>	-	-	-	-	
<i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>	4	4	-	-	
<i>Выполнение домашних заданий</i>	6	6	-	-	
<i>Реферативный отчет</i>	4	4	-	-	
Подготовка к текущему контролю	4	4	-	-	
<b>Контроль:</b>					
Подготовка к экзамену	35,7	35,7			
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>54,3</b>	<b>54,3</b>		
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>	<b>3</b>		

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1	Решетки и их виды	28	10	-	10	8
2	Нормальное строение групп	16	6	-	6	4
3	Конечные группы с заданными свойствами решеток подгрупп	26	10	-	10	6
<b>Итого по дисциплине:</b>			<b>26</b>	<b>-</b>	<b>26</b>	<b>18</b>

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Решетки и их виды	Бинарные отношения на множестве, их виды. Отношение эквивалентности, основная теорема. Отношение частичного порядка, грани подмножеств. Диаграмма частично упорядоченного множества. Представление частично упорядоченных множества подмножествами фиксированного множества. Изоморфизм частично упорядоченных множеств. Решетки, их изоморфизм. Дистрибутивные решетки, эквивалентные определения. Модулярные решетки, эквивалентные определения. Решетка подгрупп группы. Решетка подгрупп циклической группы.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада
2	Нормальное строение	Прямое произведение групп (подгрупп). Нормальный и субнормаль-	Устный опрос, контролирование

	групп	ный ряд группы, секции. Коммутант и центр группы. Разрешимая (сверхразрешимая) группа, эквивалентные определения. Нильпотентная группа, нильпотентность конечной $p$ -группы. Теорема Силова для конечных групп. Степень нильпотентности группы, ее определение для примарных групп малых порядков. Критерий нильпотентности конечной группы.	подготовки доклада
3	Конечные группы с заданными свойствами решетки подгрупп	Теорема Оре о строении группы с дистрибутивной решеткой подгрупп. Перестановочность подгрупп, критерий их перестановочности. Группа кватернионов. Гамильтоновы группы, их строение. Квазинормальная подгруппа. Квазигамильтоновы группы, модулярность решетки их подгрупп.	Устный опрос, контролирование подготовки доклада

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Решетки и их виды	Определение вида бинарного отношения. Построение матрицы бинарного отношения, изменение матрицы при переупорядочивании элементов множества. Разбиение множества на попарно непересекающиеся подмножества. Построение диаграммы частично упорядоченного множества. Представление частично упорядоченные множества своими подмножествами. Проверка свойств бинарных отношений в матричной терминологии. Построение диаграмм решеток. Определение типа решетки: дистрибутивная, модуляр-	Проверка домашнего задания, отчет по докладу, контрольная работа

		ная или полумодулярная.	
2	Нормальное строение групп	<p>Построение решеток подгрупп некоторых конечных групп подстановок. Построение решетки нормальных подгрупп данной конечной группы. Построение нормального и субнормального ряда конечной группы подстановок. Разложение конечной абелевой группы в прямое произведение примарных циклических подгрупп. Нахождение коммутанта и центра конечной группы. Иллюстрация на примерах теоремы Силова для конечных групп. Классификация групп: абелевы, нильпотентные, сверхразрешимые и разрешимые. <math>p</math>- группы порядков не более <math>p^3</math>, построение для них центральных рядов, а также нахождение коммутанта, центра и подгруппы Фраттини.</p>	Проверка домашнего задания, отчет по докладу, контрольная работа
3	Конечные группы с заданными свойствами решетки подгрупп	<p>Иллюстрация теоремы Оре для конечных групп с дистрибутивной решеткой подгрупп. Проверка на модулярность решетки подгрупп абелевой группы. Построение примеров неабелевых групп с модулярной решеткой подгрупп. Примеры неабелевых гамильтоновых группы. Проверка на модулярность решетки подгрупп группы кватернионов. Применение критерия перестановочности подгрупп, проверка на квазинормальность. Примеры негамильтоновых квазигамильтоновых групп. Иллюстрация теоремы Ивасава о конечных группах с условием Жордана-Дедекинда для решетки подгрупп. Нахождение ступени полумодулярности конечной группы.</p>	Проверка домашнего задания, отчет по докладу.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Решетки и их виды	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 10.04.2020 г.
2.	Нормальное строение групп	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 10.04.2020 г.
3.	Конечные группы с заданными свойствами решетки подгрупп	Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 10.04.2020 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 3 Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы, лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, реферативно-творческие отчеты (по некоторым темам в виде презентации) и экзамен. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. Проводятся две контрольные работы (каждая продолжительностью 2 акад. часа) по темам разделов 1-2. Каждый студент готовит реферативный отчет по одной из ниже предложенных в пункте 4.1.2 тем. К экзамену студент допускается после выполнения определенного количества (практических и теоретических) заданий контрольных работ и реферативного отчета. В случае невыполнения какого-то из приведенных требований, студенту в ходе сдачи экзамена предлагаются дополнительные вопросы



по теме реферата (при отсутствии отчета по реферату) или практические задания (при невыполнении контрольной работы). К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Структурные вопросы теории групп» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала на занятиях в ходе дискуссий, а также на лабораторных занятиях в ходе студенческих реферативно-творческих отчетов с использованием компьютерных технологий.

### 3.1 Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, реферативно-творческие доклады. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.
5. Самостоятельное составление студентами опорных заданий по теме, характеризующих глубину понимания соответствующего материала.

### 3.2 Использование компьютерных технологий

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса комбинаторной теории групп более глубоко освоить некоторые понятия и наглядно на блок-схемах или в ходе описания компьютерных программ изучить указанные в содержании дисциплины алгоритмы. В этой связи определенные лекционные и лабораторные занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентации. Также в виде презентации в соответствии с темой лабораторного занятия студенты могут представлять некоторые свои реферативные отчеты.

<b>Вид занятия (Л, ЛЗ)</b>	<b>Используемые интерактивные образовательные технологии</b>	<b>Количество часов</b>
<i>Л</i>	«Разрешимая (сверхразрешимая) группа, эквивалентные определения» (раздел 2) – лекция в виде презентации.	2
<i>ЛЗ</i>	«Алгоритм представления частично упорядоченного множества подмножествами фиксированного множества» (раздел 1) - лабораторное занятие в виде презента-	2

	<i>ции.</i>	
<i>Л</i>	«Группы с дистрибутивной решеткой подгрупп» (раздел 3) – лекция в виде презентации.	2
<i>ЛЗ</i>	«Примеры конечных групп с заданными свойствами решетки подгрупп» (раздел 3) – лабораторное занятие в виде презентации.	2

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации**

Контрольные работы и реферативные отчеты оцениваются по пятибалльной системе. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

##### **4.1.1 Примерные контрольные работы**

###### **Контрольная работа № 1**

Дано множество  $N_5 = \{1;2;3;4;5\}$  и дано бинарное отношение на этом множестве вида  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (5;5), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (2;5), (3;5), (4;5)\}$ .

1. Докажите, что  $\rho$  является отношением частичного порядка.
2. Докажите, что  $\langle N_5; \rho \rangle$  – модулярная, но не дистрибутивная решетка.
3. Постройте диаграмму решетки подгрупп циклической группы  $Z_{36}$ .

4. Разрешимая группа, эквивалентные определения (теория).

### Контрольная работа №2

1. Постройте центральный ряд группы  $G = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$ .
2. Постройте диаграмму решетки подгрупп группы кватернионов  $H_0 = \langle a, b \mid a^4 = 1, a^2 = b^2, b^{-1}ab = a^{-1} \rangle$  и укажите какие-нибудь три подгруппы, нарушающие дистрибутивное свойство ее решетки подгрупп.
3. Докажите, что подгруппы  $A$  и  $B$  конечной группы перестановочны тогда и только тогда, когда  $| \langle A, B \rangle | = \frac{|A| |B|}{|A \cap B|}$ .
4. Формулировка теоремы о строении конечной квазигамильтоновой группы с иллюстрацией на примере (теория).

#### 4.1.2 Примерные темы реферативных отчетов

1. Булева алгебра, как дистрибутивная решетка с дополнениями.
2. Полумодулярные решетки.
3. Решетки подгрупп групп малых порядков.
4. Теорема Шрайера об уплотняемости субнормальных рядов групп.
5. Теорема о строении секций (суб)нормального ряда подгруппы группы с известным (суб)нормальным рядом.
6. Теорема о строении секций (суб)нормального ряда факторгруппы группы с известным (суб)нормальным рядом.
7. (Сверх)разрешимость подгрупп и факторгрупп (сверх)разрешимых групп.
8. Порождающие и непорождающие элементы группы, подгруппа Фраттини.
9. Формулировка теоремы Бернсайда-Виландта о конечных нильпотентных группах с иллюстрацией на примерах.
10. Доказательство теоремы Силова (существование и вложение).
11. Доказательство теоремы Силова (сопряженность и количество).
12. Формулировка теоремы Ф. Холла о конечных разрешимых группах с иллюстрацией на примерах.
13. Теорема Хупперта о сверхразрешимых группах.
14. Теорема Ивасава о решетке подгрупп сверхразрешимой конечной группы.
15. Некоторые результаты о строении групп с модулярной решеткой подгрупп

#### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

##### 4.2.1 Примерный список теоретических вопросов к экзамену

1. Бинарное отношение на множестве. Возможные свойства бинарных отношений с иллюстрацией на примерах.
2. Виды бинарных отношений, примеры.

3. Основная теорема об отношении эквивалентности.
4. Понятие о гранях подмножеств частично упорядоченного множества.
5. Алгоритм построения диаграммы частично упорядоченного множества с иллюстрацией на примерах.
6. Изоморфизм частично упорядоченных множеств.
7. Теорема о представлении частично упорядоченного множества подмножествами некоторого множества.
8. Определение решетки. Решетка подгрупп группы.
9. Изоморфизм решеток.
10. Описание решетки подгрупп циклической группы.
11. Прямое произведение групп (подгрупп).
12. Нормальный и субнормальный ряды группы, связанные с ними понятия.
13. Изоморфизм (суб)нормальных рядов. Формулировка теоремы Жордана-Гельдера.
14. Коммутант и центр группы. Критерий абелевости факторгруппы.
15. Разрешимая группа, эквивалентные определения и примеры.
16. Сверхразрешимая группа, определение и примеры.
17. Нильпотентная группа, эквивалентные определения и примеры.
18. Понятие о ступени нильпотентности с иллюстрацией на примерах примарных групп.
19. Нильпотентность конечной  $p$ -группы.
20. Формулировка теоремы Силова (существование, вложение, сопряженность, количество) для конечных групп с иллюстрацией на примерах групп  $S_3$  и  $Z_{12}$ .
21. Критерий нильпотентности конечной группы.
22. Дистрибутивность решетки делителей натурального числа.
23. Дистрибутивность решетки подгрупп конечной циклической группы.
24. Формулировка теоремы Оре о строении групп с дистрибутивной решеткой подгрупп с иллюстрацией на примере нециклической бесконечной группы.
25. Перестановочные подгруппы группы, критерий перестановочности подгрупп.
26. Понятие о квазинормальных подгруппах группы, квазинормальность нормальной подгруппы.
27. Построение примера, иллюстрирующего существование квазинормальных не являющихся нормальными подгрупп.
28. Гамильтоновы и квазигамильтоновы группы, примеры.
29. Строение конечных гамильтоновых групп.
30. Строение конечных квазигамильтоновых групп.

#### 4.2.2 Список типовых практических заданий (для лабораторных занятий, контрольных работ и экзамена)

1. Определите вид бинарного отношения  $\rho$  на множестве  $N_3 = \{1;2;3\}$ , если: а)  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (1;2), (2;1)\}$ ; б)  $\rho = \{(1;1), (2;2), (3;3), (1;2)\}$ .
2. Постройте диаграмму подмножеств множества  $N_3 = \{1; 2, 3\}$ .
3. Дано частично упорядоченное множество  $P = \{a; b; c, d\}$  с отношением частичного порядка " $\leq$ " такое, что  $a \leq b, c \leq b, c \leq d$ . Постройте диаграмму множества  $P$  и представьте  $P$  подмножествами множества  $N_4 = \{1;2;3;4\}$ .

4. На множестве  $N_4 = \{1;2;3;4\}$  определены два бинарных отношения:

$$\alpha = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (1;2), (3;4), (3;2), (4;2)\} \text{ и}$$

$$\beta = \{(1;1), (2;2), (3;3), (4;4), (1;2), (3;4), (3;2), (4;2), (3;1)\}.$$

А) Докажите, что  $\alpha$  – отношение частичного порядка и  $\langle N_4; \alpha \rangle$  не является решеткой. Б) Докажите, что  $\langle N_4; \alpha \rangle$  – решетка.

5. Опишите все подгруппы циклической группы  $Z_{18}$ .
6. Сколько подгрупп имеет циклическая группа  $Z_{288}$ ?
7. Изобразите диаграмму решетки подгрупп группы  $Z_4 \times Z_6$ .
8. В группе  $S_3$  указать все подгруппы, которые не являются нормальными.
9. В группе  $A_4$  указать все подгруппы, которые являются нормальными.
10. В группе  $S_3$  постройте все возможные субнормальные ряды без повторяющихся членов.
11. В группе  $A_4$  постройте все неуплотняемые субнормальные и нормальные ряды.
12. Докажите, что группа  $S_3$  сверхразрешима, группа  $A_4$  нет.
13. Докажите, что группа  $S_4$  разрешима.
14. Покажите, что степень нильпотентности группы диэдра  $D_4$  равна двум.
15. Постройте диаграмму решетки подгрупп группы  $G = \{e, a, b, c\}$ , заданной таблицей

	$e$	$a$	$b$	$c$	
Кэли вида:	$a$	$e$	$c$	$b$	. Является ли решетка дистрибутивной?
	$b$	$c$	$e$	$a$	
	$c$	$b$	$a$	$e$	

16. Построить решетку нормальных подгрупп группы  $G$ , если а)  $G=S_4$ ; б)  $G=A_4$ .
17. Построить таблицу Кэли прямого произведения групп  $G_1 = \{a_1, b\}$  и  $G_2 = \{a_2, b_2\}$ , зная

их таблицы Кэли	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	и
	$b_1$	$a_1$	$b_2$	$a_2$	.

18. Укажите все возможные способы разложения группы подстановок  $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$  в прямое произведение двух неединичных подгрупп.
19. Найдите инварианты абелевой группы, которая изоморфна группе вида  $Z_{12} \times Z_{18} \times Z_{10}$ .
20. Найдите центр группы  $D$  подстановок четвертой степени, где  $D = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$ .
21. Укажите все элементы группы подстановок четвертой степени  $D = \{e, (1234), (1432), (13)(24), (14)(23), (12)(34), (13), (24)\}$ , которые являются коммутаторами.
22. Найти центр и коммутант группы  $A_5$ .
23. В группе диэдра  $D_5 = \langle a, b | a^5 = b^2 = 1, bab = a^{-1} \rangle$  постройте производный ряд.
24. В группе кватернионов  $H_0 = \langle a, b | a^4 = 1, a^2 = b^2, b^{-1}ab = a^{-1} \rangle$  постройте центральный ряд.
25. Найдите центр группы  $G = \langle a, b | a^{25} = b^5 = 1, b^{-1}ab = a^6 \rangle$ .
26. Найдите коммутант группы  $G = \langle a, b | a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$ .
27. Постройте диаграмму решетки подгрупп группы  $G$ , если:
  - а)  $G = \langle a, b | a^5 = b^2 = 1, bab = a^{-1} \rangle$ ; б)  $G = \langle a, b | a^4 = 1, a^2 = b^2, b^{-1}ab = a^{-1} \rangle$ ;

в)  $G = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$ .

28. Докажите, что подгруппы  $A$  и  $B$  конечной группы перестановочны тогда и только тогда, когда  $|\langle A, B \rangle| = \frac{|A| |B|}{|A \cap B|}$ .
29. Докажите, что подгруппа  $\langle a^3b \rangle$  не является нормальной, но является квазинормальной подгруппой группы  $G = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$ .
30. Докажите, что группа  $G = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$  является квазигамильтоновой.
31. Покажите, что решетка подгрупп группы  $G_1 = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$  изоморфна решетке подгрупп группы  $G_2 = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a \rangle$ .
32. Сколько подгрупп второго порядка содержит группа диэдра восьмого порядка  $D_4$ ? А сколько группа кватернионов  $Q_8$ ? Какая из этих групп имеет модулярную решетку подгрупп?

#### 4.2.3 Примерный билет и задача к нему на экзамен по дисциплине профиля «Структурные вопросы теории групп»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный университет»



1920

Кафедра функционального анализа и алгебры

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

**Билет № \***

по дисциплине профиля «Структурные вопросы теории групп»

1. Определение решетки. Решетка подгрупп группы.
2. Разрешимая группа, эквивалентные определения и примеры.
3. Задача.

Заведующий кафедрой

**ЗАДАЧА № \***

(дисциплина профиля «Структурные вопросы теории групп», 43-2 гр., январь-2...)

Найдите коммутант группы  $G = \langle a, b \mid a^9 = b^3 = 1, b^{-1}ab = a^4 \rangle$ .

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## 5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### 5.1 Основная литература:

1. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/177>.
2. Курош, А.Г. Теория групп [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2011. — 808 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59755>.

### 5.2 Дополнительная литература:

1. Биркгоф, Г. Современная прикладная алгебра / Г. Биркгоф, Т. Барти ; пер. с англ. Ю.И. Манина. - Москва : Мир, 1976. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464046>.
2. Ермолаева, Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.Н. Ермолаева, В.А. Козынченко, Г.И. Курбатова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 112 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/49469>.

3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59284>.
4. Холл, М. Теория групп / М. Холл ; пер. с англ. Н.В. Дюмина, З.П. Жилинского ; под ред. Л.А. Калужнина. - Москва : Издательство иностранной литературы, 1962. - 467 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464057>.
5. Судзуки, М. Строение группы и строение структуры ее подгрупп / М. Судзуки ; под ред. Б.И. Плоткина ; пер. с англ. Л.Е. Садовского. - Москва : Гос. изд-во иностр. лит., 1960. - 155 с. - (Библиотека сборника "Математика"). - ISBN 978-5-4475-1969-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=257389>.

## **6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Ляпин, Е.С. Упражнения по теории групп [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.С. Ляпин, А.Я. Айзенштат, М.М. Лесохин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/528>
2. Шилин И.А. Введение в алгебру. Группы [Электронный ресурс]. - СПб.: Лань, 2012. - URL: <http://e.lanbook.com/view/book/4120/>

## **7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Самостоятельная работа студента включает в себя повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным занятиям, к контрольным работам и к экзамену. Такой вид СРС контролируется в ходе проверки домашних заданий, заданий контрольных работ и в ходе экзамена. Предполагается самостоятельное изучение студентами теоретического материала по темам реферативных отчетов, указанных ниже в пункте 6.4. Контроль осуществляется во время консультаций (вызванных или по желанию студента), а также на лабораторных занятиях.

### **Виды самостоятельной работы**

Обязательными при изучении дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» являются следующие виды самостоятельной работы:

- разбор и самостоятельное изучение теоретического материала по конспектам лекций и по учебным пособиям из списка источников литературы;
- самостоятельное решение задач по темам лабораторных занятий ;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка к реферативному отчету;
- подготовка к экзамену.

### **7.1 Методические указания к самостоятельному изучению студентами теоретического материала**

Для подготовки к ответам на теоретические вопросы в ходе контрольных работ и на экзамене студентам достаточно использовать материал лекций и учебных пособий из списка основной литературы. Для изучения теоретического материала, необходимого для подготовки к реферативному отчету, кроме основных источников литературы возможно



использование дополнительных источников и Интернет-ресурса. В случае затруднений, возникающих у студентов в процессе самостоятельного изучения теории, преподаватель разъясняет сложные моменты на консультациях.

### **7.2 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов для выполнения практических заданий лабораторных занятий**

Для выполнения домашнего практического задания необходимо разобрать материал по соответствующей теме лабораторного занятия. При этом используются указания, данные преподавателем в ходе занятия, а также теоретико-практический материал, имеющийся в источниках из списка литературы. Если студент не смог понять приведенный в указанных источниках разбор типовых примеров в той степени, чтобы самостоятельно использовать предложенный алгоритм для решения задания, то он может получить консультацию преподавателя.

### **7.3 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов к выполнению контрольных работ**

В течение семестра проводятся две контрольные работы, каждая из которых длится 45 минут и состоит из трех практических и одного теоретического задания. Тематика контрольных работ соответствует тематике трех содержательных разделов дисциплины (пункте 4.1.1). Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, высокая оценка ставится при получении не менее 16 баллов, нижний порог успешности составляет 7 баллов. Для подготовки к контрольной работе необходимо выполнять задания в ходе лабораторных занятий, а также домашние задания. В процессе самоподготовки студенту желательно ознакомиться с разбором опорных по рассматриваемым темам задач, имеющихся в пособиях из списка литературы. Выше в пункте 4.2.2 приведен список заданий, который включает в себя все типы практических заданий контрольных работ, а ниже в пункте 4.2.1 приведен список теоретических вопросов

### **7.4 Методические рекомендации к самостоятельной подготовке студентов к реферативному отчету**

Каждый студент должен подготовить в течение семестра реферативный отчет, возможно, по одной из указанных в пункте 4.1.2 тем, ранее предназначенной для самостоятельного изучения. Для подготовки отчета желательно кроме основных источников литературы использовать дополнительные источники, а также Интернет-ресурс. Отчет готовится в письменной форме и может быть представлен студентом на лабораторном занятии в виде доклада у доски или в виде презентации. Оформление письменного отчета должно удовлетворять требованиям: а) текст набирается 14 шрифтом на бумаге формата А 4; б) на титульном листе кроме темы также указывается факультет, направление (бакалавриат), курс, группа, ФИО студента; в) содержание материала по объему составляет 4-5 страниц; г) список литературы содержит не менее двух источников (возможно из списка литературы в пунктах 5-6).

### **7.5 Методические указания к самостоятельной подготовке студентов**

## к экзамену

Согласно учебному плану дисциплины «Решетки и их применения в алгебре» итоговой формой контроля является экзамен, который оценивается по шкале: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов: двух теоретических и одного практического. Для сдачи экзамена студент должен научиться на лабораторных занятиях решать практические задания по темам разделов 1-3 (п. 2), выполнять домашние задания, а также успешно выполнить две контрольные работы. Типы практических заданий на экзамене соответствуют заданиям из пункта 4.2.2. Также на экзамене студентам предлагаются два теоретических вопроса из списка, приведенного в пункте 4.2.1. Кроме того, количество дополнительных практических и теоретических заданий на экзамене зависит от активности и результативности работы студента в течение семестра.

### *Критерии оценивания ответа на экзамене*

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Итоговая оценка выставляется с учетом работы студента в семестре: учитываются результаты двух контрольных работ, а также результат отчета по реферативному докладу.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1. Перечень информационных технологий.**

Не прилагается.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

- Microsoft Windows
- Microsoft Office
- MATLAB

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

**9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
3	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской, маркером или мелом
4	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской, маркером или мелом
5	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
6	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Структурные вопросы теории групп» по направлению 02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ по профилю подготовки АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ И ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ, подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физико-математических наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа дисциплины «Структурные вопросы теории групп» содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины; материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы дисциплины «Структурные вопросы теории групп» соответствует учебному плану по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», а также соответствует ФГОС ВО по указанному направлению подготовки.

Курс «Структурные вопросы теории групп» базируется на знаниях, приобретенных студентами в течение шести семестров при изучении курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра», а также одного из курсов по выбору студентов «Элементы комбинаторной теории групп» или «Конечные группоиды и их представления». Распределение видов учебной работы по содержательным разделам дисциплины позволяет оптимально сочетать лекционные и лабораторные занятия, проводимые для усвоения студентами основных понятий структурной теории групп: виды структур (решеток), нормальное строение групп и изучение свойств групп с заданными свойствами структуры подгрупп. При освоении дисциплины «Структурные вопросы теории групп» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства утверждений, устанавливать логические связи между понятиями и между утверждениями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания по дисциплине «Структурные вопросы теории групп» лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения других курсов математики, компьютерных наук и их приложений, а также необходимы для обучения по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рабочая программа дисциплины «Структурные вопросы теории групп» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ по профилю подготовки АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ И ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ.

Заведующий кафедрой общей математики Куб ГТУ,  
кандидат физ.-мат. наук, доцент Терещенко И.В.

И.В. Терещенко  
Начальник управления контроля  
И.В. Терещенко  
«    »    20    г.





## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины «Структурные вопросы теории групп» по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ», подготовленную доцентом кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ кандидатом физ.-мат. наук Титовым Г.Н.

Рабочая программа содержит: цели и задачи освоения дисциплины; место дисциплины в структуре ООП ВО; требования к результатам освоения содержания дисциплины; структуру и содержание дисциплины; образовательные технологии; оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учебно-методическое, информационное и материально-техническое обеспечение дисциплины.

Название и содержание рабочей программы дисциплины соответствует ФГОС ВО по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация (уровень бакалавриата)) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

В процессе изучения дисциплины вырабатываются обще профессиональные компетенции: готовность использовать полученные фундаментальные знания по структурной теории групп в области алгебры в будущей профессиональной деятельности (ОПК 1). Также вырабатываются профессиональные компетенции: способность самостоятельно обобщать полученные знания и определять закономерности, связывающие отдельные понятия и утверждения в теории групп (ПК 1). Дисциплина базируется на знаниях, приобретенных студентами в течение шести семестров при изучении курса «Фундаментальная и компьютерная алгебра», а также профильного курса «Элементы комбинаторной теории групп». При освоении дисциплины кроме указанных компетенций также вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства, устанавливать связи между понятиями и между утверждениями, применять полученные знания для решения задач, связанных с приложениями алгебраических методов, приобретение навыков алгоритмического мышления. Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы для подготовки по указанному выше профилю.

Считаю, что рабочая программа дисциплины «Структурные вопросы теории групп» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата) по профилю подготовки «Алгебра, теория чисел и дискретный анализ».

Доцент кафедры информационных технологий Куб ГУ,  
кандидат физ.-мат. наук Гаркуша О.В.

