Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
____________ Хагуров Т.А.
« » 05 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.28 МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки **09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль) Прикладная информатика в экономике

Программа подготовки академическая

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению **09.03.03 Прикладная информатика**, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 922 от 19 сентября 2017 г.

Программу составил:

Павлова А.В., д-р физ.-мат. наук, доцент, проф. кафедры математического моделирования КубГУ ____________________

Рабочая программа дисциплины «Методы математической физики» утверждена на заседании кафедры математического моделирования
протокол № 12 «20» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А. ____________________

Рабочая программа дисциплины «Методы математической физики» обсуждена на заседании кафедры интеллектуальных информационных систем протокол № 8 «22» мая 2020 г.

И. о. заведующего кафедрой интеллектуальных информационных систем д-р пед. наук, проф. Юнов С.В. ____________________

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики
протокол № 2 « 22» мая 2020 г.

Председатель УМК факультета
канд. экон. наук, доцент Коваленко А.В. ____________________

Рецензенты:

Калайдин Е.Н., д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой «Математика и информатика» Финансового университета при Правительстве РФ (Краснодарский филиал)

Лебедев К.А., д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры вычислительной математики и информатики КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Дисциплина «Методы математической физики» ставит своей целью изучение фундаментальных основ теории уравнений математической физики в объеме, необходимом для общего развития и освоения смежных дисциплин физико-математического цикла, овладение аппаратом математической физики и подготовку к сознательному восприятию процедур прикладного анализа, освоение методов построения математических моделей на основе уравнений математической физики. Цели дисциплины соответствуют следующим формируемым компетенциям: ОПК-1, ОПК-6.

1.2 Задачи дисциплины

Основные **задачи** дисциплины:

– усвоение основных идей, понятий и фактов уравнений математической физики, необходимых для решения теоретических и прикладных задач применения дисциплины;

формирование навыков формулировать и решать задачи математической физики, создавать и использовать математические модели процессов и объектов;

– расширение и углубление теоретических знаний и развитие логического мышления; подъем общего уровня математической культуры; формирование творческого подхода к изучению физических процессов.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методы математической физики» относится к вариативной части части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана подготовки бакалавра. Место курса в подготовке выпускника определяется ролью методов и идей уравнений математической физики в формировании специалиста по любой области знаний, серьезно использующей математику. Уравнения математической физики лежат в основе математических моделей реальных явлений, используются в моделировании как физических, так и экономических, и социальных процессов, а также в инженерно-технических приложениях. Данный курс наиболее тесно связан с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений, поскольку большинство уравнений математической физики сводятся тем или иным способом к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины является освоения курсов математического анализа, алгебры и геометрии и обыкновенных дифференциальных уравнений, в объеме, предусмотренном для соответствующей специальности.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Программа определяет общий объем знаний, позволяющий сформировать у студента представление об основных моделях и методах математической физики, обеспечивающих широкие возможности их применения. В результате изучения дисциплины студент должен

– знать основные понятия математической физики (основные уравнения, классификацию уравнений, постановки задач); специфику задач решаемых с помощью уравнений математической физики;

– уметь находить решения: общие для основных типов дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка, задач Коши для уравнений параболического и гиперболического типов, начально-краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов в ограниченных областях, внешних и внутренних краевых задач для уравнений эллиптического типа, уметь доказывать изучаемые теоремы;

– владеть основными методами решения начальных и краевых задач для уравнений математической физики и быть способным перевести конкретную прикладную задачу на язык дифференциальных уравнений с частными производными или интегральных уравнений и определить пути ее решения.

Требования к уровню освоения содержания курса определяются вышесказанным.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на овладение обучающимися профессиональными компетенциями (ОПК-1, ОПК-6): В результате изучения дисциплины студент должен овладеть:

Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
		знать	**уметь**	**владеть**
ОПК-1	Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	– основные понятия и модели и методы математической физики; – специфику задач решаемых с помощью уравнений математической физики	– перевести задачу на язык дифференциальных уравнений с частными производными. – выбирать методы решения поставленной задачи и средства программного обеспечения (в том числе специализированного) для их реализации; – формулировать и содержательно интерпретировать результаты решения задач; – использовать электронные тематические ресурсы для углубления знаний по изучаемой дисциплине	– навыками построения простейших математических моделей процессов; – методами исследования моделей физических процессов
ОПК-6	Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования;	– возможности применения методов математической физики в решении прикладных задач	– выбрать и проанализировать метод решения задачи	– навыками использования пакетов прикладных программ для решения задач, описываемых уравнениями в частных производных

Процесс освоения дисциплины «Методы математической физики» направлен на получения необходимого объема знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное ведение бакалавром проектной, аналитической и научно-исследовательской деятельности, владение методикой формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы математического обеспечения информационных систем.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов. Курс «Методы математической физики» состоит из лекционных и практических занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе самостоятельной работы. В конце 5 семестра проводится зачет и экзамен. Программой дисциплины предусмотрены 34 часов лекционных, 34 часов практических занятий.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (часы)
		5
Контактная работа (всего)	**74,5**	**74,5**
В том числе:		
Занятия лекционного типа	34	34
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	34	34
Лабораторные занятия	–	–
Иная контактная работа:		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,5
Самостоятельная работа (всего)	**33,8**	**33,8**
В том числе:		
Курсовая работа	–	–
Проработка учебного (теоретического) материала	15	15
Подготовка к текущему контролю	18,8	18,8
Контроль: зачет, экзамен		
Подготовка к экзамену	35,7	35,7

Общая трудоемкость	**час.**	**144**	**144**
	в том числе контактная работа	**74,5**	**74,5**
	зач. ед	**5**	**5**

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа	
			Л	ПЗ	СРС	контроль
1	Постановка и классификация задач математической физики	21	6	6	4	5
2	Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения	27	6	6	7	8
3	Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения	27	6	8	7	6
4	Уравнения эллиптического типа. Основные задачи.	29	8	8	7	6
5	Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики	24,8	8	4	6,8	6
6	Обзор пройденного материала и прием зачета	8,7	–	2	2	4,7
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	–	–	–	–
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	–	–	–	–
	Итого	**180**	**34**	**34**	**33,8**	**35,7**

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия, КСР – контролируемая самостоятельная работа, СРС – самостоятельная работа студента.

2.3 Содержание разделов дисциплины:

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1.	Постановка и классификация задач математической физики	Предмет и задачи математической физике, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду	КР, КР
2.	Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения	Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение. Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения. Краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости.	КР, КР

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
		Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны.	
3.	Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения	Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. δ-функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина.	КР
4.	Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала	Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле. Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к Интегральным уравнениям. Существование решения. Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях.	КР
5.	Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики	Преобразование Лапласа. Преобразования Фурье (экспоненциальное, sin-, cos- преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики.	КР

2.3.1 Занятия лекционного типа

Раздел 1. Предмет и задачи математической физике, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия (2 ч.). Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара (2 ч.). Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду (2 ч.).

Раздел 2. Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения (4 ч.). Начально-краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости (2 ч.). Задача Штурма – Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье) (2 ч.).

Раздел 3. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума (2 ч.). Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения (4 ч.). Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости (2 ч.).

Раздел 4. Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций (2 ч.). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности (2 ч.). Функции Грина задачи Дирихле и Неймана, их свойства. Построение функции Грина. (2 ч.). Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях (2 ч.).

Раздел 5. Преобразования Фурье (экспоненциальное, sin-, cos- преобразования, конечные (4 ч.). Преобразование Лапласа. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики (4 ч.).

2.3.2 Занятия семинарского типа

Раздел 1. Уравнения в частных производных, порядок, линейность, однородность, примеры. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны и малых продольных колебаний стержня, интегральный закон сохранения количества движения. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Вывод уравнения теплопроводности, интегральный закон сохранения энергии. Вывод уравнения диффузии, интегральный закон сохранения количества вещества. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Вывод уравнений гидродинамики и акустики. Уравнения установившихся процессов. Граничные условия. Постановка задач. Классификация уравнений 2-го порядка многих переменных. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными, характеристическое уравнение и характеристики. Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с постоянными коэффициентами). Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с переменными коэффициентами). Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к простейшему виду

Задачи для решения по темам раздела.

1) Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике,

2) Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания.

Основные уравнения. Начальные и граничные условия. Постановка задач. 1–4 стр. 8, 6–9 стр. 9. (2)

Классификация уравнений 2-го порядка многих переменных. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с постоянными коэффициентами). 6–11 (1, глава 1), 1–4 стр. 8, 6–9 стр. 9 (2).

Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к каноническому виду (уравнения с переменными коэффициентами). 1,5,7 стр. 13

Приведение уравнений с двумя независимыми переменными к простейшему виду. 12–16 (1, глава 1), 7–9 стр. 14, 1, 13, 18,21, 25 стр. 14–15 (2).

Раздел 2. Метод характеристик решения уравнений гиперболического типа. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Решение задач на полупрямой для одномерного волнового уравнения. Решение задачи Коши для уравнения гиперболического типа в пространстве и на плоскости. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений гиперболического типа.

Задачи для решения по темам раздела.

1) Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике,

2) Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания.

Метод характеристик решения уравнений гиперболического типа. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. 73, 74 (1 глава 2) (1), 1,3–5,8,11,13,14 стр. 18 (2).

Решение задач на полупрямой для одномерного волнового уравнения. Метод продолжений. Метод характеристик. 61,62 (1, глава 2) (1), 1–4,9,10 стр. 22 (2).

Решение задачи Коши для уравнения гиперболического типа в пространстве и на плоскости. Формулы Пуассона и Кирхгофа. 15, 16 стр. 18 (2).

Метод Фурье решения краевых задач для уравнений гиперболического типа. 104, 110 (1, глава 2), 10,12 стр. 33 (2).

Раздел 3. Решение начально-краевых задач для уравнений параболического типа. Метод Фурье. Метод Фурье решения неоднородных задач для уравнений параболического типа. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона.

***Задачи для решения по темам раздела*.**

1) Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике,

2) Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания.

Решение начально-краевых задач для уравнений параболического типа. Метод Фурье. 30, 33, 34 (1, глава 3), 3–8, 11 стр. 33 (2).

Метод Фурье решения неоднородных задач для уравнений параболического типа. 9,17 стр. 33, 20,24,25 стр. 34. (2)

Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. 66,68 (1, глава 3), 1–3 стр. 24 (2).

Метод продолжений решения задач на полупрямой. 79,80,86 (1, глава 3), 4,5 стр. 24 (2).

Раздел 4. Гармонические функции. Основные свойства. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в простейших областях. Метод Фурье. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Пуассона в круге и кольце.

***Задачи для решения по темам раздела*.**

1) Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике.

2) Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания.

Решение краевых задач для уравнения Лапласа в простейших областях. Метод Фурье. 14 (а,в,д), 70 (1 глава 4), 28–30 стр. 34 (2).

Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Пуассона в круге и кольце. 30, 31, 34 (1 глава 4), 31 стр. 34 (2).

Раздел 5 Преобразование Лапласа, Преобразование Фурье (экспоненциальное). sin-, cos-преобразования Фурье на полупрямой, конечные преобразования Фурье.

Задачи для решения по темам раздела.

Павлова А.В., Рубцов С.Е., Смирнова А.В. Применение интегральных преобразований к решению задач для уравнений в частных производных. Методические указания.

Преобразование Лапласа, Преобразование Фурье (экспоненциальное). 1,2 стр. 9; 1,5 стр. 19, 2,6 стр. 19.

sin-, *cos*-преобразования Фурье на полупрямой, конечные преобразования Фурье. 7 стр. 20, 1,2 стр. 25, 3,4,9,10 стр. 26.

2.3.3 Лабораторные занятия

Учебный план не предусматривает лабораторных занятий по дисциплине «Методы математической физики».

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебный план не предусматривает курсовых работ по дисциплине «Методы математической физики».

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Подготовка к текущему контролю	Уравнения математической физики (электронный ресурс, среда модульного обучения http://moodle.kubsu.ru)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

2.5 Самостоятельное изучение разделов дисциплины

Целью самостоятельной работы является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий, выработка навыков индивидуальной работы, закрепление навыков, сформированных во время практических занятий.

Содержание приведенной основной и дополнительной литературы позволяет охватить широкий круг задач и методов математической физики.

Раздел 1. Постановка задач математической физики. Некорректные задачи; Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонические формы. Сопряженные операторы. [1–3, 10, 14–16]

Раздел 2. Задача с данными на характеристиках (задача Гурса). Существование и единственность решения задачи с данными на характеристиках; Метод Римана; Специальные функции математической физики. [1–3, 14–16]

Раздел 3. Задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Дополнительные условия и постановка краевых задач для уравнений параболического типа. Предельные случаи; Функция источника для уравнения параболического типа. [1–3, 14–16]

Раздел 4. Основные понятия теории потенциала. Основные понятия теории интегральных уравнений. []

Раздел 5. Классические интегральные преобразования (Фурье, Ханкеля, Меллина, Лапласа, Контаровича – Лебедева, Меллера – Фока). Интегральные преобразования обобщенных функций. [9,11, 17, 18]

3. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров программа по дисциплине «Методы математической физики» предусматривает использование в учебном процессе следующих образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; работа над индивидуальными заданиями с использованием пакетов прикладных программ, разбор конкретных ситуаций на практических занятиях.

Компьютерные технологии предоставляют средства разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и бакалаврами во время лекций и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе моделирования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. При исследовании и решении каждой конкретной задачи имеется, как правило, несколько методов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

<table>
<tr><th>Семестр</th><th>Вид занятия</th><th colspan="2">Используемые интерактивные образовательные технологии</th><th>Общее количество часов</th></tr>
<tr><td rowspan="4">5</td><td rowspan="4">Л</td><td colspan="2">Слайд-лекции. Обсуждение сложных вопросов.</td><td>16</td></tr>
<tr><td>№</td><td>Тема</td><td>количество часов</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Предмет и задачи математической физике, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара</td><td>2</td></tr>
</table>

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии		Общее количество часов
		3	Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Ф	2
		4	Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения	2
		5	Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума	2
		6	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости	2
		7	Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций	2
		7	Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности	2
Итого:				16

Цель ***лекции*** – обзор методов построения математических моделей на основе уравнений математической физики, знакомство с проблемами и аппаратом математической физики. На лекциях студенты получают общее представление о подходах и методах исследования и решения задач математической физики.

Цель ***практического занятия*** – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и лабораторных занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, решения задач и подготовки индивидуального задания.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. примерные варианты индивидуальных заданий, задач и вопросов, теста) и промежуточной аттестации (зачета и экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов по разделам, которые прорабатываются в процессе освоения курса, а также варианты контрольных работ. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: контрольных работ, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий и/или теста.

Аттестация по учебной дисциплине проводится в виде экзамена. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу. Студент готовит ответы на билет в письменной форме в течение установленного времени. Далее экзамен протекает в форме собеседования.

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий				Формы контроля
	Л.	Пр.	КСР	СРС	
ОПК-1, ОПК-6	+	+	+	+	– Опрос по результатам самостоятельной работы – Защита индивидуального задания; – Контрольная работа; – Тест; – Зачет; – Экзамен

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примеры вариантов проверяемых самостоятельных заданий

Задание 1

Вариант 1

1. Поставить краевую задачу:

Упругий стержень переменного сечения $S(x)$, концы которого упруго закреплены (коэффициент упругого закрепления k), совершает свободные малые продольные колебания, вызванные некоторым начальным возмущением. Плотность массы равна $\rho(x)$, модуль упругости – $E(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $x<0$;

б) $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 4u''_{yy} + 3u'_x + 6u'_y = 0$.

Вариант 2

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня $0 \le x \le l$ теплоизолирована. Начальная температура стержня нулевая, один конец поддерживается при нулевой температуре, а другой теплоизолирован и с момента $t = 0$ действует распределенный внутренний источник тепла мощности $q(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $x>0$;

б) $u''_{xx} + 2u''_{xy} + 5u''_{yy} + \dfrac{1}{2}u'_x + 2u'_y = 0$.

Вариант 3

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня теплоизолирована, а на концах происходит конвективный теплообмен со средами, температура которых u_1 и u_2. Начальная температура стержня нулевая

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $3u''_{xx} - 5u''_{xy} - 2u''_{yy} + 3u'_x + u'_y = 0.$

Задание 2

Вариант 1

Найти решение задачи Коши:

а) $u''_{xx} - u''_{xy} - 12u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \ y > 0; \ u|_{y=0} = e^x, \ u'_y|_{y=0} = 0.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + x\sin t, \ t > 0, \ |x| < \infty; \ u|_{t=0} = 3e^{-x}, \ u'_t|_{t=0} = \dfrac{1}{x+1}$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 9u''_{xx}, \ x > 0, \ t > 0, \ u(x,0) = x^2, \ u'_t(x,0) = x, \ u(0,t) = t^2$.

б) $4u''_{tt} = u''_{xx} + 6xt, \ x > 0, \ t > 0, \ u(x,0) = \cos x, u'_t(x,0) = 0, u'_x(0,t) = \sin t$

Вариант 2

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} - 4u''_{xy} + 3u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \ y > 0; \ u|_{y=0} = 0, \ u'_y|_{y=0} = \sin x.$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} + x^2 + t^2, \ t > 0, \ |x| < \infty; \ u|_{t=0} = x^2 \sin x, \ u'_t|_{t=0} = \cos 2\mathrm{x}.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = u''_{xx}, \ x > 0, \ t > 0, \ u(x,0) = \sin x, \ u'_t(x,0) = 1, \ u'_x(0,t) = \cos t$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} + e^{-(x+t)}, \ x > 0, \ t > 0, \ u(x,0) = 1 + x, \ u'_t(x,0) = 1 - \cos x, \ u(0,t) = \cos t$

Вариант 3

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + u''_{xy} - 2u''_{yy} = 0, \quad |x| < \infty, \ y > 0; \ u|_{y=0} = \cos x, \ u'_y|_{y=0} = 1 - \sin x.$

б) $u''_{tt} = 4u''_{xx} + (x+t)^2, \ t > 0, \ |x| < \infty; \ u|_{t=0} = \ln(x^2+1), \ u'_t|_{t=0} = \cos 2x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 9u''_{xx}, \ x > 0, \ t > 0, \ u(x,0) = x^3, \ u'_t(x,0) = 3x^2, u'_x(0,t) = 9t$

б) $25u''_{tt} = u''_{xx} + e^{-x}, \ x > 0, \ t > 0, \ u(x,0) = x, \ u'_t(x,0) = \sin x, \ u(0,t) = \sin t$

Задание 3

Вариант 1
Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1$, $u(0,t) = 0$, $u(1,t) = 0$, $u(x,0) = 5\sin \pi x 0$, $u_t(x,0) = 0$.

б) $u_t = u_{xx} + u + xt(2-t), t > 0, 0 < x < \pi$, $u_x(0,t) = t^2$, $u_x(\pi,t) = t^2, u(x,0) = \cos 2x$.

Вариант 2
Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 16u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1$, $u_x(0,t) = 0$, $u(1,t) = 0$,

$u(x,0) = \cos\dfrac{3\pi}{2}x$, $u_t(x,o) = \cos\dfrac{\pi}{2}x$.

б) $u_t = u_{xx} + u, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0, u(x,0) = 1$.

Вариант 3
Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 4u_{xx} + t, t > 0, 0 < x < l$, $u_x(0,t) = 0$, $u_x(l,t) = t, u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = 0$.

б) $u_t = 9u_{xx} + 2u, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0, u(x,0) = 1$.

Примерные формулировки индивидуальных заданий

1. Воспользоваться средствами математических пакетов для решения задачи и визуализации результатов

Цилиндр радиуса *R* нагрет до температуры T_0 и охлаждается с поверхности таким образом, что ее температура, начиная с момента $t = 0$, поддерживается постоянной и равной нулю. Найти закон распределения температуры, считая, что распределение температуры во всех поперечных сечениях одинаково.

2. Воспользоваться средствами математических пакетов для решения задачи и визуализации результатов

Найти температуру круглого бесконечного цилиндра радиуса *a* при условии, что на его поверхности поддерживается температуру, равная нулю, а начальная температура равна $u|_{t=0} = U_0\left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)$.

Примеры тестовых заданий для контроля знаний

1. Указать характеристики уравнения $x^2u_x + yu_y = u^3$.	1) $\dfrac{dx}{x^2} = \dfrac{dy}{y} = \dfrac{du}{u^3}$ 3) $\dfrac{dx}{u^3} = \dfrac{dy}{y} = \dfrac{du}{x^2}$ 2) $\dfrac{dx}{x^2} = -\dfrac{dy}{y} = \dfrac{du}{u^3}$ 4) $\dfrac{dx}{x} = \dfrac{dy}{y} = du$

2. Указать замену переменных, приводящую уравнение к каноническому виду $u_{xx}+4u_{xy}+3u_{yy}=0$.	1) $\xi=y-x,\quad \eta=y-3x$ 2) $\xi=y+x,\quad \eta=y-3x$ 3) $\xi=y+x,\quad \eta=y+3x$ 4) $\xi=y-x,\quad \eta=y+3x$
3. Указать каноническую форму уравнения $u_{xx}+2u_{xy}+u_{yy}=0$.	1) $u_{\eta\eta}=0$ 3) $u_{\xi\xi}=0$ 2) $u_{\eta\xi}=0$ 4) $u_{\eta\xi}+u_{\xi\xi}=0$
4. Указать тип у уравнения $u_{xx}+4u_{xy}+5u_{yy}=0$.	1) Гиперболический 2) Эллиптический 3) Смешанный 4) Параболический
5. Волновое уравнение относится	1) к эллиптическому типу 2) к параболическому типу 3) к гиперболическому типу 4) к смешанному типу
6. Какой пункт определяет первую краевую задачу для одномерного волнового уравнения?	1) $u_{xx}=a^2u_{tt},\quad u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x),$ $u(0,t)=\mu_1(t),\quad u(l,t)=\mu_2(t)$ 2) $u_{tt}=a^2u,\quad u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x),$ $u(0,t)=\mu_1(t),\quad u(l,t)=\mu_2(t)$ 3) $u_t=a^2u_{xx},\quad u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x),$ $u(0,t)=\mu_1(t),\quad u(l,t)=\mu_2(t)$ 4) $u_{tt}=a^2u_{xx},\quad u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,t)=\psi(x,t),$ $u(0,t)=\mu_1(t),\quad u(l,t)=\mu_2(t)$
7. Какой пункт определяет классическую задачу Коши для гиперболического уравнения?	1) $u_{xx}=a^2u_{tt},\quad u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x)$ 2) $u_{tt}=a^2u_{x},\quad u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x)$ 3) $u_{tt}=a^2u_{xx},u(0,t)=\mu_1(t),\quad u(l,t)=\mu_2(t)$ 4) $u_{tt}=a^2u_{xx},u(x,0)=\mu_1(t),\quad u(l,t)=\mu_2(t)$

8. Метод Фурье представляет собой	1) метод характеристик 2) метод потенциалов 3) метод разделения переменных 4) метод формул Грина
9. Определение свертки двух функций *f* и *g*, при *f* (*t*)=0, $t < 0$, *g*(*t*) =0, $t < 0$.	1) $f * g = \int_0^1 f(\tau)\cdot g(t-\tau)d\tau$ 2) $f * g = \int_0^t f(t)\cdot g(t-\tau)d\tau$ 3) $f * g = \int_0^t f(\tau)\cdot g(t-\tau)d\tau$ 4) $f * g = \int_0^t f(\tau)\cdot g(\tau)d\tau$
10. Решение классической задачи Коши для неоднородного волнового уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x,t), \quad u(x,0) = 0,$ $u_t(x,0) = 0$ устойчиво.	1) всегда 2) при определённых свойствах параметра *a* 3) при определённых свойствах правой части *f(x,t)* 4) никогда не устойчиво

Ответы

1.)
2. 1)
3. 1) или 3)
4. 2)
5. 1)
6. 1)
7. 1)
8. 3)
9. 4)
10. 3)

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Основные требования к результатам освоения дисциплины представлены в таблице в виде признаков сформированности компетенций. Требования формулируются в соответствии со структурой, принятой в ФГОС ВО: знать, уметь, владеть.

Название компетенции (или ее части)	**Структура компетенции**	**Основные признаки сформированности компетенции**

<table>
<tr><th>Название компетенции (или ее части)</th><th>Структура компетенции</th><th>Основные признаки сформированности компетенции</th></tr>
<tr><td rowspan="10">ОПК-1
Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

ОПК-6
Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования</td><td rowspan="3">Знать:
основные понятия математической физики (основные уравнения, классификацию уравнений, постановки задач);
специфику задач решаемых с помощью методов математической физики</td><td>Знает основные уравнения и их классификацию, постановки задач</td></tr>
<tr><td>Знает постановки задач</td></tr>
<tr><td>Имеет представление о специфике задач решаемых с помощью методов математической физики</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Уметь:
перевести задачу на язык дифференциальных уравнений с частными производными.
выбирать методы решения поставленной задачи и средства программного обеспечения (в том числе специализированного) для их реализации;
формулировать и содержательно интерпретировать результаты решения задач;
использовать электронные тематические ресурсы для углубления знаний по изучаемой дисциплине</td><td>Умеет записать задачу в математической формулировке</td></tr>
<tr><td>Может выбрать метод решения задачи и математический пакет</td></tr>
<tr><td>Умеет формулировать и интерпретировать результаты решения задач</td></tr>
<tr><td>Умеет использовать электронные тематические ресурсы для углубления знаний</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Владеть:
навыками построения простейших математических моделей физических процессов;
методами исследования моделей физических процессов;
навыками использования пакетов прикладных программ для решения задач математической физики</td><td>Владеет навыками построения простейших математических моделей различных процессов</td></tr>
<tr><td>Владеет методами исследования моделей физических процессов</td></tr>
<tr><td>Владеет навыками использования пакетов прикладных программ</td></tr>
</table>

Примерный перечень вопросов, выносимых на экзамен

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными. Постановка задач математической физики. Типы краевых условий.
2. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
3. Вывод уравнения колебания струны. Примеры других уравнений математической физики.
4. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (общий случай).
5. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическая поверхность. Примеры характеристик.

6. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными (гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа). Лемма о характеристиках

7. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Д'Аламбера

8. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Обобщенное решение.

9. Решение краевых задач для одномерного волнового уравнения на полупрямой.

10. Решение задачи Коши для двухмерного и трехмерного волновых уравнений. Формула Пуассона. Физический смысл решения.

11. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.

12. Единственность и устойчивость решения задачи Коши для волнового уравнения (трехмерный случай).

13. Метод Фурье решения смешанных задач для волнового уравнения (для однородных и неоднородных уравнений и граничных условий). Единственность решения.

14. Смешанные задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Корректность постановки смешанных задач для уравнения теплопроводности.

15. Применение метода Фурье к решению смешанных задач для уравнения теплопроводности (однородного и неоднородного).

16. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод функций Грина.

17. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном пространстве.

18. Основные типы краевых задач для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума для гармонических функций. Формулы Грина.

19. Единственность решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.

20. Функции Грина внутренних задач Дирихле и Неймана.

21. Применение метода функций Грина к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для шара)

22. Неравенство Гарнака. Свойства гармонических функций (функции, гармонические во всем пространстве, теоремы о последовательностях гармонических функций).

23. Применение метода Фурье к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге)

24. Интегральное преобразование Фурье (определение, свойства, пример применения преобразования Фурье к решению задач математической физики).

25. Интегральные преобразования на полупрямой (преобразование Лапласа, sin, cos- преобразования Фурье, преобразование Ханкеля).

Примеры экзаменационных задач

1. Найти функцию $u(x,t)$, описывающую процесс малых поперечных колебаний однородной струны $(0,l)$, закрепленной на концах. Начальные смещения описываются функцией $3\sin\frac{2\pi x}{l}+5\sin\frac{7\pi x}{l}$. Начальная скорость равна нулю. (Силу натяжения и плотность струны считать равными единице)

2. Струна с закрепленными концами $(0,\pi)$ колеблется под действием силы, распределенной с плотностью $f(x,t)=\sin t$. Найти отклонения $u(x,t)$ струны, если в начальный момент отклонения точек струны равны нулю, а начальные скорости описываются функцией $\psi(x)=x$. (Силу натяжения и плотность струны считать равными единице).

3. К однородному стержню (k=9, ρ=1) единичной длины приложена сила, распределенная с плотностью $f(x,t)=xe^{-t}$, действующая с момента t=0. Найти отклонения стержня $u(x,t)$, предполагая, что начальные скорости точек стержня равны нулю, а начальные отклонения описываются функцией $\psi(x)=x$. Левый конец стержня жестко закреплен, правый – свободен. Площадь поперечного сечения считать равной 1.

4. Стержень $(0,l)$ совершает малые продольные колебания под действием гармонической силы, распределенной с плотностью $f(x,t)=\sin t$. Найти отклонения стержня (k=4, ρ=1) $u(x,t)$, предполагая начальные условия нулевыми. Отклонения левого конца стержня описываются функцией $f(x,t)=t$, правый конец стержня свободен. Площадь поперечного сечения считать равной 1.

5. Найти функцию, гармоническую в круге, радиуса 4, принимающую на его границе значения $u(x,y)=x^2$.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Методические рекомендации к сдаче экзамена

Экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенции студента при изучении дисциплины или ее части и имеет целью проверку и оценку знаний студентов по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач. Экзамены проводятся по расписанию, в сроки, предусмотренные календарным графиком учебного процесса. Расписание экзаменов доводится до сведения студентов не менее чем за две недели до начала экзаменационной сессии. Экзамены принимаются преподавателями, ведущими лекционные занятия. В отдельных случаях при большом количестве групп у одного лектора или при большой численности группы с разрешения заведующего кафедрой допускается привлечение в помощь основному лектору преподавателя, проводившего практические занятия в группах.

Экзамены проводятся в устной форме. Экзамен проводится только при предъявлении студентом зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой по изучаемой дисциплине. Студентам на экзамене предоставляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 60 минут. По истечении установленного времени студент должен ответить на вопросы экзаменационного билета и предоставить решение задач. Результаты экзамена оцениваются по четырехбалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно») и заносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки.

Критерии выставления оценок

Оценка «*отлично*»:

– систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;

– точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;

– безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении задач;

– умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины;

– самостоятельная работа на практических занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;

– высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «*хорошо*»:

– достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;

– умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им оценку;

– использование научной терминологии, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

– владение инструментарием по дисциплине;

– самостоятельная работа на практических занятиях, средний уровень культуры исполнения заданий;

– средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «*удовлетворительно*»:

– достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;

– усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;

– умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;

– использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;

– владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;

– умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;

– работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;

– достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «*неудовлетворительно*»:

– фрагментарные знания по дисциплине;

– отказ от ответа;

– знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;

– неумение использовать научную терминологию;

– наличие грубых ошибок;

– низкий уровень культуры исполнения заданий;

–низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Алтунин К.К. Методы математической физики. М.: Директ-Медиа, 2014. 123 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240552.
2. Олейник, О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Изд-во "Лаборатория знаний", 2015. -263 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/70703.
3. Кудряшов, С.Н. Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики» / С.Н. Кудряшов, Т.Н. Радченко. Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2011. 308 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=241103.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах.

5.2 Дополнительная литература:

1. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 688 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/63669.
2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 399 с.
3. Голоскоков, Д.П. Курс математической физики с использование пакета MAPLE. СПб.: Лань, 2015. 575 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/67461.
4. Деревич И.В. Практикум по уравнениям математической физики. СПб.: Лань, 2017. 428 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/95131
5. Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания. Краснодар: Изд-во Кубанского госуниверситета, 2002.
6. Ильин А.М. Уравнения математической физики М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 192 с. + [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/2181.

7. Павлова А.В., Рубцов С.Е., Смирнова А.В. Применение интегральных преобразований к решению задач для уравнений в частных производных. Методические указания. Краснодар: Изд-во Кубанского госуниверситета, 2003.

8. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматлит, 2009. 404 с. [Электронный ресурс].- Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59551.

9. Сборник задач по уравнениям математической физики / А.А. Вашарин [и др.]. М.: Физматлит, 2003. 288 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59314.

10. Тихонов А.Н., А.А. Самарский. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 2004. 798 с.

5.3. Периодические издания:

Не используются

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Мир математических уравнений EqWorld. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Физика, химия, математика. http://www.ph4s.ru/index.html..

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении курса «Методы математической физики» необходимо активизировать остаточные знания студентов по таким математическим дисциплинам, как математический анализ и дифференциальные уравнения.

Чтобы изложение было понятным, следует акцентировать внимание не столько на формальных моментах доказательств, сколько на движущих ими идеях.

Необходимо отметить практическую значимость соответствующих проблем, обратить внимание на требования, предъявляемые к современному специалисту – прикладному информатику. В изучении курса следует акцентировать внимание на двух моментах: на изучении постановки граничных задач и на изучении основных аналитических методов их решения.

В связи с тем, что программа курса предусматривает большое количество часов, выделенных на самостоятельную работу, целесообразно ознакомить студентов с литературными и электронными источниками по разбираемым темам, а также материалами, в которых разобрано решение большого количества конкретных задач или приведена методика их решения, а также описаны возможности применения инструментария среды

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Перечень разделов для самостоятельного изучения приведен в разделе 2.5.

Вопросы для самоконтроля по разделам

Раздел 1.

1. Напишите общий вид линейного дифференциального уравнения второго порядка.
2. Выведите уравнение поперечных колебаний струны (продольных колебаний стержня).
3. Какое уравнение называется квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка?
4. Приведите примеры основных уравнений математической физики.
5. Какие граничные условия называют граничными условиями I (II, III) рода?

6. Приведите примеры граничных условий для уравнения продольных колебаний стержня.
7. Выведите уравнение теплопроводности.
8. Напишите общий вид стационарного уравнения.
9. Какое уравнение называется уравнением гиперболического (параболического, эллиптического) типа?
10. Что называется задачей Коши? Для каких типов уравнений ставится задача Коши? Приведите примеры.
11. Что понимается под корректностью постановки задачи математической физики?
12. Какие физические процессы описывают уравнения гиперболического (параболического, эллиптического) типа?
13. Запишите общий вид характеристического уравнения для линейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными.
14. Какие характеристики имеет одномерное волновое уравнение?
15. Какие характеристики имеет одномерное уравнение теплопроводности?

Раздел 2.

1. Дайте физическое истолкование общего решения уравнения колебаний струны?
2. Выведите формулу Д'Аламбера решения задачи Коши для волнового уравнения.
3. Что называется смешанной задачей? Приведите примеры.
4. Сформулируйте смешанные задачи для одномерного волнового уравнения на примерах поперечных колебаний струны и продольных колебаний стержня.
5. В чем состоит идея метода продолжения решения задач для волнового уравнения на полупрямой?
6. Сформулируйте задачу о распространении краевого режима, для случая, когда задан режим колебаний конца полуограниченного стержня.
7. Выведите I и II формулы Грина.
8. Используя формулу Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в пространстве, получите решение соответствующей задачи на плоскости методом покоординатного спуска.
9. Сформулируйте задачу Штурма–Лиувилля. Что называется собственной функцией задачи Штурма–Лиувилля? Что такое собственное значение задачи?
10. Приведите схему применения метода Фурье для неоднородных граничных условий.
11. В чем заключается принцип суперпозиции для линейных задач математической физики.
12. Дайте физическую интерпретацию решения задачи о малых поперечных колебаниях струны с закрепленными концами.
13. Приведите вид волнового уравнения в сферических координатах.
14. Каков вид общего решения уравнения Бесселя?
15. Установите зависимость, существующую между функциями Бесселя порядков n и $-n$.

Раздел 3.

1. Приведите примеры условий на бесконечности для задач в неограниченных и полуограниченных областях для уравнения теплопроводности.
2. Сформулируйте смешанные задачи для уравнения теплопроводности на примере однородного изотропного стержня постоянного сечения с теплоизолированной поверхностью для случаев: заданного температурного режима на концах,

теплоизолированных концов, конвективного теплообмена с окружающей средой на концах стержня.
3. Сформулируйте принцип максимума для уравнения теплопроводности.
4. Докажите единственность первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
5. Докажите единственность решения начально-краевых задач для трехмерного уравнения теплопроводности с помощью формулы Грина.
6. Сформулируйте задачу Коши для одномерного уравнения теплопроводности.
7. Дайте определение функции Грина задачи Коши для уравнения теплопроводности.
8. Приведите формулу Пуассона решения задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности.
9. Дайте физическую интерпретацию функции Грина задачи Коши для уравнения теплопроводности.
10. Пользуясь методом отражения, постройте функцию влияния мгновенного точечного источника для полуограниченного стержня с теплоизолированной боковой поверхностью при граничных условиях I и II рода.
11. Приведите основные свойства δ-функции Дирака.
12. Запишите фундаментальное решение одномерного уравнения теплопроводности.
13. Постройте функцию Грина уравнения теплопроводности в пространстве.
14. Приведите общую схему метода Фурье решения смешанных задач для уравнения теплопроводности.
15. Сформулируйте задачу об остывании тонкой однородной прямоугольной пластины в случае, когда все ее стороны теплоизолированы. Приведите решение методом разделения переменных.

Раздел 4.

1. Дайте определение гармонической функции в конечной и бесконечной областях.
2. Приведите примеры функций, гармонических в конечной и бесконечной областях.
3. Сформулируйте принцип максимума для гармонических функций.
4. Сформулируйте внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Пуассона в произвольной трехмерной области.
5. Приведите вид уравнения Лапласа в сферических и цилиндрических координатах.
6. Запишите фундаментальное решение уравнения Лапласа на плоскости и в пространстве.
7. Сформулируйте условие разрешимости внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа.
8. Дайте определение объемного потенциала. Перечислите свойства объемного потенциала.
9. Дайте определение потенциалов простого и двойного слоя.
10. Какими свойствами обладает потенциал простого (двойного) слоя?
11. Сформулируйте теорему о разрывности потенциала двойного слоя.
12. Запишите общий вид интегрального уравнения второго рода.
13. Какова связь между разрешимостью однородного и неоднородного интегральных уравнений Фредгольма?
14. Сформулируйте теоремы Фредгольма.
15. Приведите схему сведения внутренних (внешних) задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям.

Раздел 5.

1. Запишите формулы прямого и обратного преобразования Лапласа.
2. Приведите формулы прямого и обратного преобразования Фурье.
3. Каким свойствам должна удовлетворять функция, чтобы существовало ее преобразование Фурье (Лапласа)?
4. Перечислите основные свойства преобразования Фурье.
5. Приведите формулу преобразования Фурье от производной данной функции.
6. Что называется сверткой двух функций?
7. Каким образом свертка двух функций может быть представлена через их Фурье-образы?
8. Перечислите известные интегральные преобразования на полупрямой.
9. Какова связь между преобразованием Фурье и преобразованием Лапласа?
10. Приведите формулу преобразования Лапласа от производной данной функции.
11. В каких областях применяется интегральное преобразование Меллина?
12. Какова связь между двумерным преобразованием Фурье и преобразованием Бесселя?
13. В чем состоит преимущество решения дифференциального уравнения операционным методом перед классическим методом?
14. Приведите пример применения интегрального преобразования к решению задачи Коши для волнового уравнения.
15. Приведите формулы прямого и обратного sin-(cos-)преобразования Фурье в конечной области.

Примеры задач для самостоятельного решения

1. Решить задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 16t^2, t > 0, x > 0,$$

$$u\big|_{t=0} = \frac{1}{6}x^4, \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 2\sin x, u\big|_{x=0} = 4t^2.$$

2. Решить задачу:

$$y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{2}{y}\frac{\partial u}{\partial y} = 0, y > 0,$$

$$u\big|_{y=1} = 1 - x, \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=1} = 3.$$

3. Решить задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial u}{\partial x} + x + 2t, 0 < x < 1, t > 0,$$

$$u\big|_{t=0} = e^x \sin \pi x, u\big|_{x=1} = u\big|_{x=0} = t.$$

4. Пользуясь интегральным преобразованием Лапласа решить задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u + B\cos x, 0 < x, y < \infty,$$

$$u(0, y) = Ae^{-3y}, \ \frac{\partial u(0, y)}{\partial x} = 0.$$

5. Найти функцию гармоническую внутри круга с центром в начале координат радиуса r=2 такую, что $u\big|_{r=2} = \sin 3\varphi \cos^2 \varphi$.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

– Проверка заданий и консультирование посредством электронной почты.

– Использование электронных презентаций при проведении лекционных занятий.

– Использование математических пакетов при подготовки самостоятельных заданий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математический пакет Matlab

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система "Юрайт" (http://www.biblio-online.ru).
2. Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (http://www.biblioclub.ru).
3. Электронная библиотечная система издательства "Лань" (http://e.lanbook.com).

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), соответствующим программным обеспечением, а также необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307).
2.	Практические занятия	Аудитория для семинарских занятий, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья), презентационной техникой (аудитории: 129, 131, А305, А307) или переносным демонстрационным оборудованием (аудитории: 133,147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512)
3.	Групповые	Аудитория для семинарских занятий, групповых и

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
	(индивидуальные) консультации	индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131).
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 09.03.03 Прикладная информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет. Студентам доступны современные ПЭВМ, современное лицензионное программное обеспечение.

Студенты и преподаватели вуза имеют постоянный доступ к электронному каталогу учебной, методической, научной литературе, периодическим изданиям и архиву статей.