

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.05 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) Математическое моделирование в естествознании
и технологиях

Форма обучения _____ очная _____

Квалификация (степень) выпускника _____ магистр _____

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика** (уровень магистратуры)

Программу составил:

Рубцов С.Е., канд. физ.-мат. наук, доцент., доцент кафедры математического моделирования КубГУ



Рабочая программа дисциплины «Численные методы математической физики» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 12 «20» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 2 «22» мая 2020 г.

Председатель УМК факультета
канд. экон. наук, доцент Коваленко А.В.



Рецензенты:

Лозовой В.В., канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник лаборатории математики и механики Южного научного центра РАН

Колотий А.Д., канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели изучения дисциплины определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которого преподается дисциплина.

Данная дисциплина ставит своей **целью** изучение основных подходов к нахождению приближенных решений основных классов задач математической физики, подготовка к работе в области численного моделирования научных и прикладных математических задач естествознания, формирование профессиональных навыков исследователя.

Процесс освоения данной дисциплины направлен на получение необходимого объема знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное проведение магистром профессиональной деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы прикладной математики и информатики. Цели дисциплины соответствуют следующей формируемой компетенции ПК-3 (способностью разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности).

1.2 Задачи дисциплины

- усвоение идей современных численных методов решения задач математической физики, необходимых для решения прикладных задач применения дисциплины;
- формирование навыков осознанного выбора численного алгоритма для решения конкретной математической задачи;
- формирование навыков исследования теоретических характеристик выбранного алгоритма и оценки сложности его реализации.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 академических часа (из них 16 аудиторных). Курс «Численные методы математической физики» состоит из лабораторных занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе самостоятельной работы. В конце семестра проводится зачет. Программой дисциплины предусмотрены 16 часов лабораторных занятий, а также 56 часов самостоятельной работы

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Численные методы математической физики» относится к вариативной части Блока 1, базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является необходимой для подготовки магистров по программе «Математическое моделирование».

Место курса в профессиональной подготовке магистра определяется ролью методов численного моделирования в формировании высококвалифицированного специалиста в любой области знаний, использующей математические модели. Данная дисциплина является важным звеном в обеспечении магистра знаниями, позволяющими прикладнику успешно вести профессиональную деятельность в сфере разработки математических моделей решаемых задач, а также обеспечивать полный цикл процесса моделирования. Имеется логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими частями ООП ВО. Дисциплина «Численные методы математической физики» связана с дисциплинами общенаучного цикла и другими дисциплинами вариативной части. Данный курс наиболее тесно связан с курсами: математические методы представления и анализа моделей, дополнительные главы уравнений математической физики, модели механики деформируемого твердого тела, математические модели механики разрушения,

модели тепломассопереноса, электрохимическая гидродинамика, моделирование экологических процессов и систем, математические модели в сейсмологии.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины, приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин, является уверенное владения материалом следующих курсов: уравнения математической физики, вычислительные методы, математический анализ.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В результате изучения курса «численные методы математической физики» студент должен овладеть:

<i>Профессиональные компетенции</i>	
ПК-3	способностью разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности
Знать	– основные математические модели естественнонаучных процессов и современные тенденции в области численных методов математической физики. – конечноразностные и проективные методы решения задач математической физики; – методы решения сеточных уравнений; - метод конечных элементов.
Уметь	– обоснованно выбрать численный алгоритм для решения конкретной математической задачи. – применять численные методы математической физики к исследованию математической модели; – реализовать численные алгоритмы на компьютере; содержательно интерпретировать результаты.
Владеть	– навыками исследования теоретических характеристик выбранного алгоритма и оценки сложности его реализации. – методами построения и исследования разностных схем для задач математической физики; – конечно-элементным методом; навыками компьютерного анализа математических моделей естественнонаучных процессов.

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Вид учебной работы	Всего часов (семестр 1)
Контактная работа, в том числе:	16,2
Аудиторные занятия (всего)	16
Занятия лекционного типа	–
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–
Лабораторные занятия	16
Иная контактная работа:	0,2
Контроль самостоятельной работы (КСР)	–
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:	55,8
Выполнение индивидуальных заданий	32

Проработка учебного (теоретического) материала	23,8
Промежуточная аттестация (зачет)	0,2
Общая трудоемкость час.	72
в том числе контактная работа	16,2
зач. ед.	2

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

№	Наименование разделов	Количество часов		
		Всего	Аудиторная работа	Внеаудиторная работа
			ЛР	СРС
1	Основные понятия теории разностных схем. Принцип максимума для разностных схем	8	2	6
2	Инструментарий математических пакетов для реализации методов решения задач матфизики	6	2	4
3	Устойчивость разностных схем	4	—	6
4	Метод разделения переменных	10	2	8
5	Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений.	6	2	6
6	Методы расщепления	10	2	8
7	Разностные схемы для уравнений с переменными коэффициентами и нелинейных уравнений	10	2	8
8	Метод конечных элементов (МКЭ)	10	2	8
9	Обзор изученного материала и проведение зачета	3,8	2	1,8
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	—	—
Итого:		72	16	55,8

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

Учебный план не предусматривает занятий лекционного типа.

2.3.2 Занятия семинарского типа

Учебный план не предусматривает занятий семинарского типа.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ работы	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	1	Основные понятия теории разностных схем	Отчет по ЛР
2	2	Принцип максимума для разностных схем	Отчет по ЛР
3	3	Устойчивость разностных схем	Отчет по СР
4	4	Метод разделения переменных	Отчет по ЛР
5	5	Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений	Отчет по ЛР
6	6	Методы расщепления	Отчет по ЛР
7	7	Метод конечных элементов (МКЭ)	Отчет по ЛР
8	8	Итоговое занятие	Зачет

Примерные задания на лабораторные работы

Раздел 1. Основные понятия теории разностных схем

Примеры заданий:

- 1) Явная двухслойная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задано значение искомой функции. Построить схему, выбрать шаблон, определить порядок аппроксимации.
- 2) Явная двухслойная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задана нормальная производная искомой функции. Построить схему, выбрать шаблон, определить порядок аппроксимации.
- 3) Чисто неявная двухслойная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задано значение искомой функции. Построить схему, выбрать шаблон, определить порядок аппроксимации.

Раздел 2. Принцип максимума для разностных схем

Примеры заданий:

- 1) Для уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x}$ построить явную монотонную схему первого порядка аппроксимации.
- 2) На квадратной сетке с шагом h построить разностную схему, аппроксимирующую задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области $\{0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < x_1 + 1\}$.
- 3) На прямоугольной сетке с шагами h_1, h_2 , используя девятиточечный шаблон, построить разностную схему для уравнения Лапласа четвертого порядка аппроксимации. Найти условия на шаги сетки, при которых справедлив принцип максимума.

Раздел 4. Теория устойчивости разностных схем.

Примеры индивидуальных заданий:

- 1) Исследование устойчивости неявной двухслойной разностной схемы для уравнения теплопроводности с помощью спектрального условия.
- 2) Исследование устойчивости неявной двухслойной разностной схемы для уравнения колебаний с помощью спектрального условия.
- 3) Исследовать чисто неявную разностную схему для двумерного уравнения теплопроводности.

Раздел 5. Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений

Примеры заданий:

- 1) Решение краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей. Схема Кранка-Николсона.
- 2) Решение краевой задачи для двумерного уравнения Лапласа методом матричной прогонки.
- 3) Решение краевой задачи для двумерного уравнения Лапласа попеременно-треугольным методом.

Раздел 6. Методы расщепления

Примеры заданий:

- 1) Построение схемы расщепления для двумерного уравнения теплопроводности
- 2) Построение схемы расщепления по физическим процессам одномерного уравнения переноса и диффузии.
- 3) Построение схемы расщепления по физическим процессам уравнения миграции примеси с учетом адвекции и естественной деградации.

Раздел 7. Разностные схемы для уравнений с переменными коэффициентами и нелинейных уравнений.

Примеры заданий:

1) Построение схемы для двумерного уравнения диффузии с переменными по одной из координат коэффициентами диффузии

3) Построение схемы уравнения миграции примеси с учетом адвекции и естественной деградации с переменными коэффициентами.

Раздел 8. Метод конечных элементов (МКЭ)**Примеры заданий:**

1) На неравномерной сетке с шагами $h_i = x_i - x_{i-1}, i = 2, \dots, N$ построить приближенное в смысле МКЭ решение задачи $u''(x) = 2, 0 < x < 1, u(0) = 0, u(1) = 1$.

2) На неравномерной сетке с шагами $h_i = x_i - x_{i-1}, i = 2, \dots, N$ построить приближенное в смысле МКЭ решение задачи $u''(x) - u = x, 0 < x < 1, u(0) = u(1) = 0$.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые проекты или работы: *не предусмотрены*

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Подготовка индивидуальных заданий	1. Алгазин С.Д. Численные алгоритмы классической математической физики. М.: Диалог-МИФИ, 2010. 240 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135962 2. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. М.: Издательство "Лаборатория знаний", 2015. .639 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/70767. 3. Савенкова, Н.П. Численные методы в математическом моделировании. / Н.П. Савенкова, О.Г. Проворова, А.Ю. Мокин. М.: ИНФРА-М, 2014. 176 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=455188 3. Методические указания по организации и выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры математического моделирования факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол № 10 от 30.03.2018
2	Подготовка к текущему и промежуточному контролю	2. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. М.: Издательство "Лаборатория знаний", 2015. .639 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/70767. 3. Савенкова, Н.П. Численные методы в математическом моделировании. / Н.П. Савенкова, О.Г. Проворова, А.Ю. Мокин. М.: ИНФРА-М, 2014. 176 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=455188 4. Методические указания по организации и выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры математического моделирования факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол № 10 от 30.03.2018

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии		Общее количество часов
1	ЛР	Интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Обсуждение сложных и дискуссионных вопросов.		4
		№	Тема	количество часов
		1	Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений	2
		2	Метод конечных элементов (МКЭ)	2
Итого:				4

Цель *лабораторного занятия* – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и лабораторных занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что каждая конкретная задача при своем исследовании имеет несколько подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Групповые индивидуальные задания формируют навыки исследовательской работы в коллективе.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ, задач и вопросов) и итоговой аттестации (зачета).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения лабораторных работ, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, индивидуальных лабораторных заданий, Проверка индивидуальных заданий и устный опрос по их результатам позволяет проверить компетенции ПК-3.

Примерный перечень зачетных вопросов

1. Разностные схемы для уравнения теплопроводности.
2. Чисто неявная двухслойная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задана нормальная производная искомой функции, Построить схему, шаблон, порядок аппроксимации.
3. Явная двухслойная разностная схема для уравнения колебаний для случая, когда на границе задано значение искомой функции, Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации.
4. Разностные схемы для волнового уравнения.
5. Консервативные и неконсервативные разностные схемы.
6. Задачи на собственные значения.
7. Погрешность аппроксимации и погрешность схемы.
8. Сформулировать определение неустойчивости разностной схемы.
9. Принцип максимума и его следствия.
10. Теорема сравнения. Устойчивость по граничным условиям.
11. Сходимость разностной задачи Дирихле.
12. Схема с весами для двумерного уравнения теплопроводности.
13. Оценка скорости сходимости итерационных методов.
14. Схема метода Зейделя.
15. Схема метода Якоби.
16. Попеременно-треугольный итерационный метод.
17. Итерационный метод переменных направлений.
18. Метод матричной прогонки. Устойчивость.
19. Метод конечных элементов.
20. Глобальная матрица жесткости

Задачи для самостоятельного решения

1. Решение краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности методом сеток.
2. Решение краевых задач для одномерного уравнения гиперболического типа методом сеток.
3. Устойчивость разностных схем для уравнений в частных производных.
4. Решение краевых задач для двумерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей.

5. Решение краевых задач для уравнений эллиптического типа методом конечных разностей.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Алгазин С.Д. Численные алгоритмы классической математической физики. М.: Диалог-МИФИ, 2010. 240 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135962>
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. М.: Издательство "Лаборатория знаний", 2015. 639 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>.
3. Савенкова, Н.П. Численные методы в математическом моделировании. / Н.П. Савенкова, О.Г. Проворова, А.Ю. Мокин. М.: ИНФРА-М, 2014. 176 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=455188>

5.2 Дополнительная литература:

1. Агошков, В.И. Методы решения задач математической физики: [учебное пособие] / В.И. Агошков, П.Б. Дубовский, В.П. Шутяев; под ред. Г.И. Марчука. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 320 с.
2. Гулин, А.В. Устойчивость нелокальных разностных систем / А.В. Гулин, Н.И. Ионкин, В.А. Морозова. М.: URSS : [Изд-во ЛКИ], 2008. – 316 с.
3. Демидович, Б.П. Численные методы анализа: приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова; под ред. Б. П. Демидовича. М.: Наука, 1967. 368 с.
4. Ильин А.М. Уравнения математической физики М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 192 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2181>.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронный справочник «Информую» для высших учебных заведений (www.informuo.ru);
2. Университетская библиотека on-line (www.biblioclub.ru);
3. Бесплатная электронная библиотека онлайн «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» // <http://window.edu.ru/>;
4. Российское образование. Федеральный образовательный портал. <http://www.edu.ru/>.

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, решение задач и подготовка расчетного задания.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ, задачи и вопросы, примерные варианты контрольной работы и расчетных заданий) и итоговой аттестации (зачета).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью

индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы. Кроме того, студентом выполняется и представляется индивидуальное расчетное задание.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения лабораторных работ, проверки контрольной работы, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, расчетного задания, ответа на зачете (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины). Проверка индивидуальных заданий и устный опрос по их результатам позволяет проверить компетенцию ПК-3. Существенным элементом образовательных технологий является не только умение студента найти решение поставленной задачи, но и донести его до всей аудитории. Защита расчетно-графического задания проводится в виде представления результатов (средствами MS Office) и их обсуждения и служит контролем для проверки ПК-3.

В рамках самостоятельной работы студент готовит расчетную работу. Каждый студент выполняет работу по одной теме (см. примерные расчетные задания). Отчет по работе выполняют на листах формата А4. Страницы текста, рисунки, формулы нумеруют, рисунки снабжают подрисовочными надписями. Текст следует печатать шрифтом №14 с интервалом между строками в 1,5 интервала, без недопустимых сокращений. В конце отчета должны быть сделаны выводы. Отчет должен быть подписан магистрантом с указанием даты его оформления. Отчеты, выполненные без соблюдения перечисленных требований, возвращаются на доработку.

Выполненная магистрантом работа предъявляется на зачете, где происходит ее защита.

Перечень вопросов, выносимых на зачет

1. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
2. Принцип максимума. Существование и единственность разностной задачи.
3. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
4. Применение принципа максимума к нестационарным разностным задачам.
5. Монотонные разностные схемы.
6. Оценка скорости сходимости стационарных итерационных методов.
7. Применение методов Якоби и Зейделя к решению сеточных уравнений.
8. Алгебраическая теория попеременно-треугольного итерационного метода.
9. Метод матричной прогонки.
10. Метод редукции.
11. Решение разностного уравнения Пуассона методом быстрого преобразования Фурье.
12. Итерационный метод переменных направлений.
13. Канонический вид и определение устойчивости двухслойных разностных схем.
14. Теорема об устойчивости по начальным данным двухслойных разностных схем.
15. Устойчивость несамосопряженных двухслойных разностных схем.
16. Канонический вид и определение устойчивости трехслойных разностных схем.
17. Кусочно-линейное восполнение сеточных функций.
18. Существование и единственность приближенного решения МКЭ.
19. Свойства приближенного решения, исследования сходимости МКЭ.
20. МКЭ для уравнения Пуассона.

Примерный вариант контрольной работы

1. Решить краевую задачу для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 0.9,$$

$$u(x, 0) = 1 - x^2, \quad \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = \frac{t}{1+t}, \quad u(0.9, t) = 0.271,$$

используя чисто неявную схему с шагом $h = 0.3$ по x и шагом $\tau = 0.1$ по t при $0 \leq t \leq 0.3$.

2. Решить краевую задачу для уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{t+2}, \quad 0 < x < 2,$$

$$u(x, 0) = x^2(2-x), \quad \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = x, \quad u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u(2, t)}{\partial x} = -\frac{1}{1+t},$$

используя явную схему с шагом $h = 0.5$ по x и шагом $\tau = 0.2$ по t при $0 \leq t \leq 0.4$.

Примерные варианты расчетных заданий

1. Решение краевой задачи для двумерного уравнения диффузии с учетом естественной деградации и осаждения примеси методом конечных разностей. Метод расщепления по пространственным переменным.
2. Решение краевой задачи для двумерного уравнения диффузии с учетом переноса и осаждения примеси методом конечных разностей. Метод расщепления по физическим процессам.
3. Решение краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей. Схема Кранка-Николсона.

Самостоятельное изучение разделов дисциплины

1. Интерполяция функций двух и многих переменных. Метод построения разностных уравнений для задач с разрывными коэффициентами на основе интегрального тождества. Разностные схемы для уравнений с разрывными коэффициентами, основанные на вариационных принципах.
2. Инструментарий математических пакетов Matlab, Maple для реализации методов решения задач математической физики.
3. Непрямоугольная область. Принцип максимума. Уточненные оценки по правой части. Уравнение адвекции, монотонные схемы и методы решения.
4. Разностная схема задачи Дирихле в прямоугонльной области. Оценка погрешности. Монотонные разностные схемы. Консервативные схемы. Сходимость и точность однородных консервативных схем. Однородные разностные схемы на неравномерных сетках. Другие задачи. Коэффициентная устойчивость.
5. Схема с весами для двумерного уравнения теплопроводности. Асимптотическая устойчивость. Решение разностного уравнения второго порядка методом Фурье. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Решение разностного уравнения Пуассона с использованием быстрого преобразования Фурье.
6. Метод конечных разностей при аппроксимациях специального вида. Экономичные разностные схемы для многомерных задач математической физики. Экономичные факторизованные схемы. Метод суммарной аппроксимации.
7. Схемы расщепления по пространственным переменным. Расщепление по физическим процессам. Метод стабилизации. Повышение точности приближенных решений.
8. Нелинейная стационарная задача. Разностные схемы для слабо нелинейного эллиптического уравнения. Итерационный метод для решения нелинейной разностной схемы. Консервативные разностные схемы нестационарной газовой динамики.
9. Вариационная формулировка краевых задач для линейных дифференциальных уравнений. Дискретизация. Построение пространства типа конечных элементов. Свойства сходимости.

Примерные задачи для самостоятельной работы

1) Построить автомодельное решение нелинейного уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ с начальным условием $u(x, 0) = x$;

2) Для задачи $((2x+1)u'(x))' = -2u$, $0 < x < 1$, $u(0) = 0$, $u(1) = 1$ построить схему второго порядка аппроксимации и продемонстрировать метод решения;

3) Для задачи $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(u^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right)$, $0 < x < 1$, $t > 0$, $u(0, x) = 1$, $u(0, t) = u(1, t) = 0$

построить неявную разностную схему второго порядка аппроксимации и продемонстрировать метод решения.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

- Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при защите индивидуальных заданий.
- Использование математических пакетов при проведении самостоятельной работы и лабораторных занятий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Maple и Matlab (FemLab)

8.3 Перечень информационных справочных систем:

- Портал Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии <http://www.gost.ru>;
- Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).
- Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (<http://www.biblioclub.ru>).
- Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<http://e.lanbook.com>).
- База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
- База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
- Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), соответствующим программным обеспечением, а также необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307).
2.	Групповые	Аудитория для семинарских занятий, групповых и

	(индивидуальные) консультации	индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131).
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А3016, А512), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
4.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Осуществление учебного процесса предполагает наличие необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения: аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций (цифровой проектор, экран, ноутбук) и необходимой мебелью (доска, столы, стулья); компьютерные классы с компьютерной техникой с лицензионным программным обеспечением и необходимой мебелью (доска, столы, стулья) для проведения занятий.

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет. Студентам доступны современные ПЭВМ, современное лицензионное программное обеспечение.