

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ:

Директор по учебной работе,  
кафедре – первый  
директор

Хагуров Т.А.

05

2020 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

---

### **Б1.В.ДВ.02.01 ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ**

---

Направление подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) Математическое моделирование в естествознании  
и технологиях

---

Форма обучения \_\_\_\_\_ очная

---

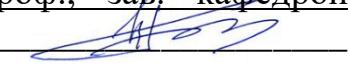
Квалификация (степень) выпускника \_\_\_\_\_ магистр

---

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика** (уровень магистратуры).

Программу составил:

Бабешко В.А., акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. кафедрой математического моделирования КубГУ 

Рабочая программа дисциплины «Основы топологии» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 12 «20» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А. 

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 2 «22» мая 2020 г.

Председатель УМК факультета  
канд. экон. наук, доцент Коваленко А.В. 

Рецензенты:

Уртенов М.Х., д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой прикладной математики КубГУ

Калайдин Е.Н., д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой «Математика и информатика» Финансового университета при Правительстве РФ (Краснодарский филиал)

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Цели изучения дисциплины определены государственным образовательным стандартом высшего образования и соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которого преподается дисциплина.

Данная дисциплина ставит своей целью изучение методов исследования математических моделей с использованием топологических методов, овладение аппаратом топологии и выработку у будущих специалистов теоретических знаний и умений, необходимых для научных исследований, получение опыта эффективного применения математических методов в научной деятельности, формирование профессиональных навыков исследователя.

Процесс освоения данной дисциплины направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное проведение магистром профессиональной деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы прикладной математики и информатики. Цели дисциплины соответствуют следующим формируемым компетенциям: ОПК-4., ПК-1

### **1.2 Задачи дисциплины**

**Основные задачи дисциплины:**

- усвоение идей и методов топологии, необходимых для решения прикладных задач применения дисциплины;
- формирование навыков построения и исследования математических моделей, выбора адекватного математического аппарата их исследования, анализа и интерпретации полученных математических результатов исследования реальной задачи;
- формирование творческого подхода к моделированию различных процессов; привитие практических навыков использования топологических методов при решении прикладных задач, анализе и моделировании реальных процессов физики, техники, экологии и др.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Основы топологии» относится к дисциплинам по выбору вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана подготовки магистра, базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является важной составляющей теоретической подготовки квалифицированного специалиста по программе «Математическое моделирование».

Место курса в профессиональной подготовке магистра определяется ролью математических методов исследования в формировании высококвалифицированного специалиста в любой области знаний, использующей математические модели. Данная дисциплина является важным звеном в обеспечении магистра знаниями, позволяющими прикладнику успешно вести профессиональную деятельность в сфере разработки математических моделей решаемых задач, а также обеспечивать полный цикл процесса моделирования. Имеется логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с

другими частями ООП ВО. Дисциплина «Основы топологии» связана с дисциплинами базового цикла и другими дисциплинами вариативной части. Данный курс наиболее тесно связан с курсами: непрерывные математические модели, математические методы представления и анализа моделей, модели механики деформируемого твердого тела, интегральные уравнения.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины, приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин является уверенное владения материалом следующих курсов: высшая алгебра, дифференциальные уравнения, математический анализ, теория функций комплексного переменного.

#### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате изучения курса «основы топологии» студент должен овладеть:

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знатъ	уметь	владеТЬ
1.	<b>ОПК-4</b>	способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики	– основные понятия топологии; – значение топологических методов в прикладной математике	– применять методы топологии к исследованию математической модели; – обоснованно выбрать метод для решения конкретной математической задачи	– навыками оценки области применимости выбранного метода; – языком предметной области.
	<b>ПК-1</b>	способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	– принципы выбора методов и средств построения математической модели; – способы использования методов топологии для решения научных задач; – основные информационные ресурсы для получения новых знаний; – способы и средства получения, переработки и представления информации с помощью информационно-ком-	– оценить адекватность построенной модели; – применять топологические методы к решению задач – организовывать процессы поиска информации на основе ИТ-технологий.	– навыками анализа, сопоставления и обобщения результатов исследований в предметной области; – навыками использования современных программных средств и пакетов прикладных программ; – навыками работы с различными электронными источниками информации3

№ п.п.	Индекс компетен- ции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знатъ	уметь	владеть
		муникационных технологий			

Процесс освоения дисциплины «Основы топологии» направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное ведение магистром научно-исследовательской деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы прикладной математики и информатики.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 академических часа (из них 28 аудиторных). Курс «Основы топологии» состоит из лекционных и лабораторных занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе самостоятельной работы. В конце семестра проводится зачет. Программой дисциплины предусмотрены 14 часов лекционных и 14 часов лабораторных занятий.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (часы)
<b>Контактная работа (всего)</b>	<b>28,2</b>	<b>28,2</b>
В том числе:		
Занятия лекционного типа	14	14
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	—	—
Лабораторные занятия	14	14
<b>Иная контактная работа:</b>		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	—	—
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>43,8</b>	<b>43,8</b>
В том числе:		
Курсовая работа	—	—
Проработка учебного (теоретического) материала	23	23
Подготовка к текущему контролю	20,8	20,8
<b>Контроль: зачет</b>		
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>72</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>28,2</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>2</b>

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в семестре 3:

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа СРС
			Л	ЛР	
1	2	3	4	5	7
1	Обобщение понятия пространства	6	2	—	4
2	Топологические пространства	8	2	2	4
3	Операции над множествами в топологических пространствах	10	2	2	6
4	Многообразия	12	2	2	8
5	Дифференцируемые формы на многообразиях.	24	4	4	16
6	Внешние формы	7,8	2	2	3,8
7	Обзор изученного материала и проведение зачета	4	—	2	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	—	—	—
<b>Итого:</b>		<b>72</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>43,8</b>

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента.

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Обобщение понятия пространства	Понятие произведения множеств. Отображение множеств. Метризация множеств. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм пространств. Отображения непрерывные, равномерно непрерывные, сюръективные, инъективные, биективные. Топологическая эквивалентность пространств.	Подготовка реферата и защита реферата, выступления на конференции
2.	Топологические пространства.	Метод «склейки». Понятие окрестностей. Фактор-множества. Топологическая структура. Топологические пространства. Широкое понятие Римановой поверхности. База топологии. Подбазы топологий. Эквивалентность баз. Подпространство топологического пространства. Фактор-пространство и фактор-топология. Эквивалентности поверхностей. Классификация поверхностей. Классификация разверток.	Опрос по результатам лабораторной и самостоятельной работы
3.	Операции над множествами в топологических	Замыкания. Понятия предельной точки. Производные множества. Внутренние множества. Граница множества. Операции над	Опрос по результатам лабораторной и самостоятельной

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
	пространствах.	множествами. Индуцированные топологии. Произведение топологических пространств. Топология в прямом произведении пространств. Связность топологических пространств. Аксиомы счетности и отделимости. Нормальные пространства и функциональная отделимость. Теоремы Урысона. Компактные топологические пространства. Понятия гомотопии, ретракции, деформации. Функторы и алгебраизация топологических задач.	работы
4.	Многообразия.	Карты, Атласы. Многообразия. Многообразия с краем. Район область действия карты на многообразии. Размерность многообразия. Гладкие отображения и гладкие многообразия. Ориентация многообразия. Условие ориентируемости многообразий. Разбиение единиц. Условие реализации многообразий в виде поверхностей.	Опрос по результатам индивидуального задания
5.	Дифференцируемые формы на многообразиях.	Интегрирование на многообразиях Тензоры как объекты на многообразиях. Тензоры как средство описания сплошной среды и физических полей в криволинейных координатах. Диадное представление тензоров. Ковариантные и контравариантные тензоры. Жонглирование индексами. Главные оси и главные компоненты тензора. Способы определения главных компонент тензора.	Опрос по результатам лабораторной и самостоятельной работы; подготовка презентации (защита реферата)
6.	Внешние формы.	Альтернирование тензоров. Контравариантные альтернированные тензоры. Тензорное произведение. Полилинейные формы. Разложения полилинейных форм. Внешние формы. Пространства полилинейных форм. Внешние произведения внешних форм. Базис внешних форм. Внешние дифференциальные формы. Применение внешних форм.	Опрос по результатам лабораторной и самостоятельной работы

**Раздел 1.** Метрические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. Непрерывные отображения. Понятие произведения множеств. Отображение множеств. Метризация множеств. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм пространств. Отображения непрерывные, равномерно непрерывные, сюръективные, инъективные, биективные. Топологическая эквивалентность пространств. (2 ч.)

**Раздел 2.** Метод «склейки». Понятие окрестностей. Фактор-множества. Топологическая структура. Топологические пространства. База топологии. Подпространство топологического пространства. Фактор-пространство и фактор-топология. Эквивалентности поверхностей. Классификация поверхностей. Развёртки. (2 ч.)

**Раздел 3.** Замыкания. Понятия предельной точки. Производные множества. Внутренние множества. Граница множества. Операции над множествами. Топология в

прямом произведении пространств. Связность топологических пространств. Аксиомы счетности и отделимости. Нормальные пространства и функциональная отделимость. Теоремы Урысона. Компактные топологические пространства. (2 ч.)

**Раздел 4.** Карты, Атласы. Многообразия. Многообразия с краем. Район область действия карты на многообразии. Размерность многообразия. Гладкие отображения и гладкие многообразия. Ориентация многообразия. Условие ориентируемости многообразий. Разбиение единиц. Условие реализации многообразий в виде поверхностей. (2 ч.)

**Раздел 5.** Интегрирование на многообразиях Тензоры как объекты на многообразиях. Тензоры как средство описания сплошной среды и физических полей в криволинейных координатах. (2 ч.) Диадное представление тензоров. Ковариантные и контравариантные тензоры. Жонглирование индексами. Главные оси и главные компоненты тензора. Способы определения главных компонент тензора. (2 ч.)

**Раздел 6.** Альтернирование тензоров. Контравариантные альтернированные тензоры. Тензорное произведение. Полилинейные формы. Разложения полилинейных форм. Внешние формы как альтернированные контравариантные тензоры. Пространства полилинейных форм. Внешние произведения внешних форм. Базис внешних форм. Дифференцирование внешних форм. Внешние дифференциальные формы. Теорема Стокса. (2 ч.)

### **2.3.2 Занятия семинарского типа**

Учебный план не предусматривает занятий семинарского типа по дисциплине «Основы топологии».

### **2.3.3 Лабораторные занятия**

№ работы	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1–4	2	Метод склеек. Склейка двумерных поверхностей	Отчет по ЛР
5,6	3	Римановы поверхности и алгебраические функции.	Отчет по ЛР
7	6	Построение внешних форм	Отчет по ЛР

### **2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Учебный план не предусматривает курсовых работ по дисциплине «Основы топологии».

## **2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплин**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
		3
1	Подготовка индивидуальных заданий	1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Блочные элементы для тел различной формы. Краснодар: Кубанский государственный университет, 2013. 63 с.
2	Подготовка к текущему и промежуточному контролю	2. Методические указания по организации и выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры математического моделирования факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол № 10 от 30.03.2018

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **2.5 Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

Целью самостоятельной работы является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий, выработка навыков индивидуальной работы, закрепление навыков, сформированных во время лабораторных занятий.

Содержание приведенной основной (о) и дополнительной (д) литературы позволяет охватить широкий круг топологических методов.

**Раздел 1.** Метрическое Евклидово пространство. Банаховы пространства. Факторпространства в банаховых пространствах. Окрестности в метрических пространствах. Открытые и замкнутые множества в банаховых пространствах. Замыкание множеств. Сходимость в банаховых пространствах. Компактность. Линейные непрерывные операторы в банаховых пространствах. [1о– 3о]

**Раздел 2.** Топологическая структура. Индуцированная топология. Понятие стандартного вложения. Компактные пространства и их отображения. Понятие сепарабельного топологического пространства. Связность. Аксиомы связности. Регулярные топологические пространства. [1о– 3о.]

**Раздел 3.** Первая аксиома счетности. Вторая аксиома счетности. Связь между нормальным и регулярным топологическим пространством. Понятие покрытий топологических пространств. Счетные и локально конечные покрытия. Хаусдорфово пространство. Понятие гомотопии. [1д–3д]

**Раздел 4.** Понятие гладких многообразий. Инварианты многообразия. Аналитические многообразия. Многообразия матриц. Произведение многообразий. [10–30]

**Раздел 5.** Гладкие функции на многообразии. Разбиение единицы. Отображения многообразий. Касательное расслоение, касательное пространство. Свойства тензоров. Сложение и умножение тензоров. Тензоры, возникающие при описании сплошных сред. Тензоры напряжений и деформаций. Связь тензоров с внешними формами [10]

**Раздел 6.** Примеры внешних форм, связанных с представлениями Дивергенции, ротора, градиента. Дифференцирование внешних форм. Теорема Стокса. [10]

### 3. Образовательные технологии

При освоении дисциплины применяются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности студентов для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций.

Используется как традиционная подача теоретического материала, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой.

Используются интерактивные формы проведения лекций: проблемная лекция; лекция – конференция.

Используются интерактивные формы лабораторных занятий: использование специализированных и прикладных программ; групповая дискуссия.

Защита реферата организуется в форме конференции с элементами дискуссии.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Общее количество часов
3	Л	Слайд-лекции. Обсуждение сложных и дискуссионных вопросов.	4
		№	количество часов
		1	Тема
		2	Тензорное исчисление в прикладных задачах
	ЛР	2	Некоторые применения внешних форм
Компьютерные занятия в режимах взаимодействия «преподаватель – студент» и «студент – студент»			4
<b>Итого</b>			8

Цель **лекции** – обзор методов построения и исследования математических моделей с использованием топологических методов, знакомство с проблемами и математическим аппаратом. На лекциях студенты получают общее представление о подходах и методах исследования и решения задач.

Цель **лабораторного занятия** – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах.

Групповые индивидуальные задания формируют навыки исследовательской работы в коллективе.

Внеаудиторные формы работы: написание реферата; работа с литературой и электронными ресурсами.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания,

полученные в ходе лекционных и лабораторных занятий.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе, а также подготовки и представлении реферата.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ и вопросов) и итоговой аттестации (зачета).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельная подготовка реферата. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент представляет свою работу, отвечает вопросы аудитории.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения работы на выбранную тему, устного опроса по результатам выполнения лабораторных заданий и защиты реферата, ответа на зачете. Защита работы проводится в виде представления результатов (средствами MS Office) и их обсуждения.

#### **Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий**

Перечень компетенций	Виды занятий				Формы контроля
	Л.	Лаб.	КР	СРС	
<b>ПК-1</b>	+			+	– Защита реферата; – Зачет
<b>ОПК-4</b>	+	+		+	– Защита реферата – Опрос по результатам выполнения лабораторных заданий; – Опрос по результатам самостоятельной работы; – Зачет

## **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля**

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **Примерные задания на лабораторные работы**

**Раздел 2.** Метод склеек. Склейка двумерных поверхностей

**Примеры заданий:**

- 1) Построение Листа Мебиуса.
- 2) Построение Ручки.
- 3) Построение тора.
- 4) Построение цилиндра.

**Раздел 3.** Римановы поверхности и алгебраические функции.

**Примеры заданий:**

- 1) Найти геометрическую интерпретацию на римановой поверхности алгебраической функции  $x^2 + b(y)x + c(y) = 0$
- 2) Построить риманову поверхность для функции  $e^{nx} - x$ ,  $n$  – целое число.

**Раздел 6.** Построение внешних форм

При проведении лабораторных работ используются математические пакеты Maple и Matlab.

### **Примерные темы рефератов**

1. Метод «склейки» построения геометрических ориентированных и неориентированных поверхностей.
2. Примеры топологических пространств геометрического описания.
3. Многообразия матриц.
4. Тензорное описание динамики сплошной среды.
5. Свойства и операции над ними.

## **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

Основные требования к результатам освоения дисциплины представлены в таблице в виде признаков сформированности компетенций. Требования формулируются по двум уровням: пороговый и повышенный и в соответствии со структурой, принятой в ФГОС ВО: знать, уметь, владеть.

<b>Название компетенции (или ее части)</b>	<b>Структура компетенции</b>	<b>Основные признаки сформированности компетенции</b>
<b>ОПК-4 способностью использовать и применять углубленные</b>	Знать основные понятия топологии, значение топологических методов в прикладной математике	Знает основные понятия топологии Имеет представление о приложениях топологии

<b>Название компетенции (или ее части)</b>	<b>Структура компетенции</b>	<b>Основные признаки сформированности компетенции</b>
знания в области прикладной математики и информатики	Уметь применять методы топологии к исследованию математической модели	Умеет применять методы топологии в конкретных задачах Может выбрать метод и обосновать выбор
	Владеть языком предметной области, навыками оценки области применимости выбранного метода	Владеет языком предметной области, навыками оценки области применимости выбранного метода
<b>ПК-1</b> способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	Знать принципы выбора методов и средств построения математической модели; способы использования методов топологии для решения научных задач; основные информационные ресурсы для получения новых знаний	Знает основные принципы выбора методов используемых при построении модели. Знает основные электронные и печатные источники, публикующие результаты исследований в области дисциплины
	Уметь применять топологические методы к решению задач организовывать процессы поиска информации на основе ИТ-технологий	Может анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты Умеет анализировать и обобщать известные результаты. Может организовывать поиска информации с помощью ИТ-технологий
	Владеть навыками анализа, сопоставления и обобщения результатов исследований в предметной области; навыками использования современных программных средств и пакетов прикладных программ; навыками работы с различными электронными источниками информации	Владеет навыками анализа, сопоставления и обобщения результатов исследований Владеет навыками использования современных программных средств и пакетов прикладных программ Владеет навыками работы с электронными источниками информации

### Перечень вопросов, выносимых на зачет

1. Метрические пространства. Окрестности в метрических пространствах.
2. Типы отображений пространств.
3. Топологические пространства. Примеры.
4. Аксиомы топологических пространств.
5. Хаусдорфовы, нормальные и регулярные топологические пространства.
6. Компактные множества в топологических пространствах.
7. Непрерывные отображения топологических пространств.

8. Связные множества в топологических пространствах.
9. Поверхности и эквивалентность поверхностей как объектов топологического пространства.
10. Замыкания и понятие предельных точек в топологическом пространстве.
11. Теоремы Урысона.
12. Разбиение единицы.
13. Карты и атласы отображений. Стандартный куб.
14. Многообразия.
15. Геометрическое представление многообразий.
16. Дифференцируемые объекты на многообразиях.
17. Тензорное исчисление, виды тензоров.
18. Главные оси некоторых тензоров.
19. Альтернирование тензоров и связь тензоров с внешними формами.
20. Пространства внешних форм.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **Критерии выставления зачета**

Оценка «зачтено»:

- достаточный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;

- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение решать стандартные задачи;
- работа на лабораторных занятиях, достаточный уровень исполнения индивидуального задания;
- достаточный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

**Оценка «незачтено»:**

- фрагментарные знания по дисциплине;
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- пропуск большого числа занятий, пассивное посещение занятий;
- неумение решать стандартные задачи;
- неумение использовать научную терминологию;
- работа на лабораторных занятиях,
- неисполнение или низкий уровень (наличие грубых ошибок) исполнения индивидуального задания;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Блочные элементы для тел различной формы. Краснодар: Кубанский государственный университет, 2013. 63 с.
2. Кузовлев В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии / В.П. Кузовлев, Н.Г. Подаева. М.: Физматлит, 2012. 208 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59618>.
3. Хатчер А. Алгебраическая топология М.: Изд-во МЦНМО, 2011. 688 с.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах.

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: Лань, 2010.
2. Александров, П.С. Мемуар о компактных топологических пространствах / П.С. Александров, П.С. Урысон. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 147 с.
3. Жиров А. Ю. Топологическая сопряженность псевдоаносовских гомеоморфизмов. М.: Изд-во МЦНМО, 2013. 366 с.
4. Матвеев С.В. Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий. М.: МЦНМО, 2007. 454 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63262>.
5. Мищенко, А.С.. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. СПб.: Лань, 2016. 502 с.
6. Скопенков А.Б. Алгебраическая топология с геометрической точки зрения. Москва: МЦНМО, 2016. 270 с. (электронный ресурс, режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71854>).
7. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч. 1,2. М.: Наука, 1985.
8. Макдафф Д. Введение в симплектическую топологию / Д. Макдафф, Д. Саламон. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2012. 555 с.

### **5.3. Периодические издания:**

1. Доклады АН РФ. ISSN 0869-5652.
2. Доклады АН высшей школы России. ISSN 1727-2769

### **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Мир математических уравнений EqWorld. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
2. Физика, химия, математика. <http://www.ph4s.ru/index.html>
3. Journal of Mathematical Physics. Online ISSN 1089-7658. <http://jmp.aip.org>
4. Russian Journal of Mathematical Physics. Online ISSN 1555-6638. <http://www.maik.ru/cgi-perl/journal.pl?lang=rus&name=mathphys>.
5. <http://www.sciencedirect.com>
6. <http://www.scopus.com>
7. <http://www.scirus.com>
8. <http://iopscience.iop.org>
9. <http://online.sagepub.com>
10. <http://scitation.aip.org>
11. Полнотекстовая БД диссертаций РГБ
12. Университетская библиотека ONLINE
13. Университетская информационная система Россия
14. Коллекция журналов издательства Оксфордского университета
15. Реферативный журнал ВИНИТИ

### **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и лабораторных занятий, на которых студенты применяют полученные теоретические знания к решению конкретных задач. Уровень усвоения теоретического материала проверяется посредством опроса по основным вопросам темы и результатам выполнения индивидуальных и групповых лабораторных заданий.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Перечень разделов для самостоятельного изучения приведен в разделе 2.5.

#### **Перечень вопросов для самоподготовки**

1. Понятие метрического пространства.
2. Расстояние между элементами в Евклидовом пространстве.
3. Примеры метрических пространств.
4. Окрестности в метрических пространствах.
5. Сепарабельные метрические пространства.
6. Окрестность точки.
7. Аксиомы топологических пространств.
8. Определения топологических пространств.
9. Хаусдорфово топологическое пространство
10. Регулярное топологическое пространство
11. Нормальное топологическое пространство.
12. Отображение топологических пространств.
13. Непрерывные отображения.

14. Компактность топологических пространств.
15. База топологического пространства.
16. Карты и атласы.
17. Гладкие отображения.
18. Свойства непрерывных отображений.
19. Римановы поверхности.
20. Многообразия.
21. Связь многообразий с поверхностями.
22. Многообразия с краем.
23. Тензоры, как дифференцируемые объекты на многообразиях.
24. Связь тензоров с внешними формами.
25. Свойства внешних форм.
26. Внешние произведения внешних форм.
27. Примеры внешних форм.

Поиск информации для ответов на вопросы для самостоятельной работы и выполнения заданий в некоторых случаях предполагает не только изучение основной учебной литературы, но и привлечение дополнительной литературы, а также использование ресурсов сети Интернет.

В рамках самостоятельной работы студент готовит реферативную работу, объемом не менее 10 страниц. Каждый студент выполняет работу по одной теме.

Для написания реферата необходимо подобрать литературу. Общее количество литературных источников, включая тексты из Интернета, (публикации в журналах), должно составлять не менее 10 наименований. Учебники, как правило, в литературные источники не входят.

Рефераты выполняют на листах формата А4. Страницы текста, рисунки, формулы нумеруют, рисунки снабжают подрисуночными надписями. Текст следует печатать шрифтом № 14 с интервалом между строками в 1,5 интервала, без недопустимых сокращений. В конце реферата должны быть сделаны выводы.

В конце работы приводят список использованных источников.

Реферат должен быть подписан магистрантом с указанием даты ее оформления.

Работы, выполненные без соблюдения перечисленных требований, возвращаются на доработку.

Выполненная магистрантом работа определяется на проверку преподавателю в установленные сроки. Если у преподавателя есть замечания, работа возвращается и после исправлений либо вновь отправляется на проверку, если исправления существенные, либо предъявляется на экзамене, где происходит ее защита.

Примерные темы рефератов представлены в п. 4.1.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **8.1 Перечень информационных технологий**

- Проверка заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и лабораторных занятий.
- Использование математических пакетов при проведении лабораторных занятий.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Maple и Matlab

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

- Портал Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии <http://www.gost.ru>;
- Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).
- Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (<http://www.biblioclub.ru>).
- Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<http://e.lanbook.com>).
- База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
- База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
- Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), соответствующим программным обеспечением, а также необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307).
2.	Лабораторные занятия	Компьютерный класс, укомплектованный компьютерами с лицензионным программным обеспечением, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 101, 102, 106, 106а, 105/1, 107(2), 107(3), 107(5), А301).
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория для семинарских занятий, групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131).
4.	Текущий контроль, промежуточная	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
	аттестация	необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Реализация курса предполагает наличие минимально необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения: аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций (цифровой проектор, экран, ноутбук); компьютерные классы для проведения лабораторных занятий.

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет. Магистрантам доступны современные ПЭВМ, современное лицензионное программное обеспечение.

Магистранты и преподаватели вуза имеют постоянный доступ к электронному каталогу учебной, методической, научной литературе, периодическим изданиям и архиву статей.