

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.02 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

В СЕЙСМОЛОГИИ

Направление подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) Математическое моделирование в естествознании и технологиях

Форма обучения _____ очная

Квалификация (степень) выпускника _____ магистр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В СЕЙСМОЛОГИИ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки **01.04.02 Прикладная математика и информатика** (уровень магистратуры)

Программу составил:

Сыромятников П.В., д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического моделирования КубГУ



Рабочая программа дисциплины «Математические модели в сейсмологии» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 12 «20» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 2 «22» мая 2020 г.

Председатель УМК факультета
канд. экон. наук, доцент Коваленко А.В.



Рецензенты:

Калинчук В.В., д-р физ.-мат. наук, заведующий отделом математики, механики и нанотехнологий Южного научного центра РАН

Глушков Е.В., д-р физ.-мат. наук, директор Института математики, механики и информатики КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели изучения дисциплины определены государственным образовательным стандартом высшего образования. Цели изучения дисциплины соотнесены с общими целями ООП ВО по направлению подготовки «Прикладная математика и информатика», в рамках которой преподается дисциплина.

Данная дисциплина ставит своей **целью** изучение методов построения математических моделей сейсмологии, овладение необходимым математическим аппаратом и выработку у будущих специалистов теоретических знаний и умений формулировать задачи прикладного исследования в области сейсмологии и оценивать средства, необходимые для его проведения, получение опыта эффективного применения математических методов в научной деятельности, формирование профессиональных навыков исследователя.

Процесс освоения данной дисциплины направлен на получения необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и обеспечивающих успешное проведение магистром профессиональной деятельности, владение методологией формулирования и решения прикладных задач, а также на выработку умений применять на практике методы прикладной математики и информатики. Цели дисциплины соответствуют следующим формируемым компетенциям: ОПК-4, ПК-2, ПК-11.

1.2 Задачи дисциплины

Основные **задачи** дисциплины:

- усвоение идей и методов сейсмологии, необходимых для решения теоретических и прикладных задач применения дисциплины;
- формирование навыков построения математических моделей, выбора адекватного математического аппарата их исследования, анализа и практической интерпретации полученных математических результатов;
- формирование творческого подхода к моделированию различных процессов; привитие практических навыков использования методов сейсмологии при решении прикладных задач.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Математические модели в сейсмологии» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана программы подготовки магистров, базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является необходимой для теоретической подготовки магистров по программе «Математическое моделирование».

Место курса в профессиональной подготовке магистра определяется ролью сейсмологии в формировании высококвалифицированного специалиста в любой области знаний, использующей математические модели. Данная дисциплина является важным звеном в обеспечении магистра знаниями, позволяющими прикладнику успешно вести профессиональную деятельность в сфере разработки математических моделей решаемых задач, а также обеспечивать полный цикл процесса моделирования. Имеется логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими частями ООП ВО. Дисциплина «Математические модели в сейсмологии» связана с дисциплинами базового цикла и другими дисциплинами вариативной части. Данный курс наиболее тесно связан с курсами: непрерывные математические модели, математические модели механики деформируемого твердого, математические модели механики разрушения, интегральные уравнения.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту обучающегося при освоении данной дисциплины, приобретенным в результате освоения

предшествующих дисциплин является уверенное владения материалом следующих курсов: дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, математический анализ, теория функций комплексного переменного.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

В результате освоения курса «Математические модели в сейсмологии» обучающийся должен обладать общепрофессиональными и профессиональными компетенциями (ОПК и ПК):

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-4	способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики	– основные понятия и концепции сейсмологии; – подходы к исследованию уравнений механики деформируемого твердого тела, лежащие в основе построения эффективных аналитических и численных методов решения задач сейсмологии; – современные тенденции развития научных и прикладных достижений в области сейсмологии.	– описать конкретную прикладную задачу из области сейсмологии в виде краевой задачи для дифференциальных уравнений с частными производными или интегральных уравнений и определить пути ее решения; – использовать современные теории для решения научно-исследовательских и прикладных задач.	– методологией формулирования и решения прикладных задач сейсмологии; – навыками анализа, сопоставления и обобщения результатов теоретических и практических исследований в области сейсмологии; – навыками построения математических моделей в области сейсмологии.
2.	ПК-2	способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	– концептуальные и теоретические модели основных задач сейсмологии.	– модифицировать стандартные математические модели и методы для решения задач сейсмологии в видоизмененной или усложненной постановке.	– методологией основных математических (аналитических и численных) методов сейсмологии.
3.	ПК-11	способностью разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий	– способы использования современных методов для решения научных и практических задач из области сейсмологии; – принципы	– исследовать математическую модель из области сейсмологии и оценивать ее адекватность; – содержательно интерпретировать аналитические и	– основными методами исследования и решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных;

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			выбора методов и средств изучения математической модели из области сейсмологии.	численные результаты.	– навыками использования пакетов прикладных программ для моделирования и исследования задач из области сейсмологии.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 академических часа (из них 28 аудиторных). Курс «Математические модели в сейсмологии» состоит из лекционных и лабораторных занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе самостоятельной работы. В конце семестра проводится зачет. Программой дисциплины предусмотрены 14 часов лекционных и 14 часов лабораторных занятий.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (часы)
		3
Контактная работа (всего)	28,2	28,2
В том числе:		
Занятия лекционного типа	14	14
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–	–
Лабораторные занятия	14	14
Иная контактная работа:		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	–	–
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
Самостоятельная работа (всего)	43,8	43,8
В том числе:		
Курсовая работа	–	–
Проработка учебного (теоретического) материала	22	22
Подготовка к текущему контролю	21,8	21,8
Контроль: зачет		
Общая трудоемкость	час.	72
	в том числе контактная работа	28,2
	зач. ед	2

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.
Разделы дисциплины, изучаемые в семестре 3

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛЗ	
1	2	3	4	5	7
1.	Основные теоремы динамической теории упругости.	10	2	2	6
2.	Математические модели сейсмических источников.	10	2	2	6
3.	Упругие волны, излучаемые точечной дислокацией.	12	2	2	8
4.	Плоские волны в однородных средах и их отражение и преломление на плоских границах.	8	2	2	4
5.	Плоские волны в неоднородных и анизотропных средах.	12	2	2	8
6.	Анализ сейсмических данных.	8	2	2	4
7.	Обратные задачи в сейсмологии.	8	2		6
8	Обзор изученного материала и проведение зачета	3,8		2	1,8
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	–	–	–
Итого:		72	14	14	43,8

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Основные теоремы динамической теории упругости.	Связь напряжений и деформаций; упругая энергия. Теоремы единственности и взаимности. Введение функции Грина в динамической теории упругости. Теоремы представления. Соотношения между деформациями и смещениями и между смещениями и напряжениями в обобщенной ортогональной криволинейной системе координат. (2 ч.).	Опрос по результатам индивидуального задания
2.	Математические модели сейсмических источников.	Теоремы представления для внутренней поверхности, эквивалентные объемные силы для разрывов в напряжении и смещении. Общий анализ разрывов смещений на внутренней поверхности. Основы теории объемных источников. (2 ч.).	Опрос по результатам индивидуального задания
3.	Упругие волны, излучаемые точечной дислокацией.	Потенциалы упругих смещений. Решение для функции Грина динамической теории упругости в однородной, изотропной, неограниченной среде. Решение для двойной пары сил в бесконечной однородной среде. Лучевая теория для волн Р и S в дальней зоне, возбужденных точечным источником. (2 ч.).	Опрос по результатам индивидуального задания

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
4.	Плоские волны в однородных средах и их отражение и преломление на плоских границах.	Основные свойства плоских волн в упругих средах. Элементарные формулы для коэффициентов отражения и преломления. Неоднородные волны, фазовые сдвиги и граничные волны. Матричный метод анализа плоских волн в однородных средах. (2 ч.)	Опрос по результатам индивидуального задания
5.	Плоские волны в неоднородных и анизотропных средах.	Распространение волн в поглощающей среде: основы теории плоских волн. Распространение волн в упругой анизотропной среде: основы теории плоских волн. (2 ч.).	Опрос по результатам индивидуального задания; Подготовка презентации (защита группового задания)
6.	Анализ сейсмических данных.	Сейсмические данные, качество сейсмических данных. Анализ временных последовательностей с целью подавления шумов. Анализ данных, получаемых при использовании сейсмических групп. (2 ч.).	Опрос по результатам индивидуального задания
7.	Обратные задачи в сейсмологии.	Обратная кинематическая задача. Обратные задачи в сейсмике отраженных волн. Обратная задача для линеаризованных систем. (2 ч.).	Подготовка презентации, Защита группового задания

2.3.2 Занятия семинарского типа

Учебный план не предусматривает занятий семинарского типа по дисциплине «Математические модели в сейсмологии»

2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1	Соотношения между деформациями и смещениями и между смещениями и напряжениями в прямоугольной системе координат.	Отчет по ЛР
2	Математическое моделирование объемных сейсмических источников.	Отчет по ЛР
3	Математическое моделирование поверхностных сейсмических источников.	Отчет по ЛР
4	Функции Грина в статической и динамической теории упругости.	Отчет по ЛР
5	Лучевая теория моделирования волновых сейсмических полей. Методы подавления шумов при анализе временных последовательностей.	Отчет по ЛР
6	Обратная задача для линеаризованных систем.	Отчет по ЛР

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ

Учебный план не предусматривает занятий курсовых работ по дисциплине «Математические модели в сейсмологии».

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Подготовка к текущему контролю, подготовка индивидуальных заданий	1. Шерман С.И. Сейсмический процесс и прогноз землетрясений: тектонофизическая концепция. Новосибирск: Издательство Гео, 2014. 353 с. + [Электронный ресурс]. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=469633 2. Павленко О. В. Сейсмические волны в грунтовых слоях: нелинейное поведение грунта при сильных землетрясениях последних лет. М.: Научный мир, 2009. 258 с. 3. Методические указания по организации и выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры математического моделирования факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол № 10 от 30.03.2018

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

2.5 Самостоятельное изучение разделов дисциплины

Целью самостоятельной работы является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Содержание приведенной основной и дополнительной литературы позволяет охватить обширный круг задач и методов сейсмологии и механики деформируемого твердого тела.

Раздел 1. Сейсмические волны: закон Гука, системы упругих параметров; волновые уравнения для однородной среды, продольные и поперечные волны. Плоские волны, сферические волны, принцип Гюйгенса; преломление и отражение упругих волн; поверхностные волны. Упругие свойства горных пород: определяющие факторы и закономерности; корреляция скорость-плотность; поглощение упругих волн.

Раздел 2. Уравнения динамической теории упругости; прямые задачи: задача Коши, задача с источником волн, краевые задачи, задачи на распространение волн в стационарной постановке. Дифференциальная и интегральная формулы Грина - Вольтера.

Раздел 3. Фундаментальное решение системы уравнений динамической теории упругости. Полное решение задачи об излучении волн для произвольного распределения объемных источников. Тензор Грина и краевые задачи. Принцип суперпозиции

элементарных решений. Интеграл свертки. Лучевой метод расчета волновых полей в неоднородных средах.

Раздел 4. Плоские волны в горизонтально-слоистых средах. Интерференционные поверхностные волны Рэлея и Лява, волны Стоунли, дисперсия волн, фазовая и групповая скорости распространения волн.

Раздел 5. Сферические волны. Ближняя и дальняя зоны для сферических волн. Разложение сферической волны по плоским и цилиндрическим волнам. Задача Лэмба для вертикально - неоднородного пространства.

Раздел 6. Теорема отсчетов. Измерение фазовых скоростей объемных и поверхностных волн. Цифровая фильтрация. Стационарные временные последовательности. Фильтрация сигналов методом наименьших квадратов. Взаимно-корреляционный фильтр.

Раздел 7. Обратные задачи сейсмологии и геофизики, понятие единственности и устойчивости их решений; регулярный и статистический подходы к решению; обратная динамическая задача для плоской продольной волны в одномерной среде; нелинейная оптимизация как общий способ решения обратных задач; методы решений с линеаризацией модели; обобщенные решения линеаризованных задач.

3. Образовательные технологии

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии		Общее количество часов
3	Л	Интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Обсуждение сложных и дискуссионных вопросов.		4
		№	Тема	количество часов
		1	Соотношения между деформациями и смещениями и между смещениями и напряжениями в обобщенной ортогональной криволинейной системе координат.	2
		2	Моделирование внутренних и поверхностных сейсмических источников.	2
	ЛР	Компьютерные занятия в режимах взаимодействия «преподаватель – студент» и «студент – студент»		4
Итого:				8

Цель *лекции* – обзор методов построения математических моделей из области сейсмологии, знакомство с проблемами и математическим аппаратом. На лекциях студенты получают общее представление о подходах и методах исследования и решения задач в данной области.

Цель *лабораторного занятия* – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, при этом практикуется работа в группах.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и лабораторных занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе моделирования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем моделировании (исследовании) имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций. Этот подход особенно широко используется при определении адекватности математической модели и результатов моделирования на отдельных этапах.

Групповые индивидуальные задания формируют навыки исследовательской работы в коллективе.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ, задач и вопросов) и итоговой аттестации (зачета).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения лабораторных работ, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, индивидуальных лабораторных заданий и защиты групповых заданий, ответа на экзамене (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины, контроля ОПК-4). Проверка индивидуальных заданий и устный опрос по их результатам позволяет проверить компетенции ОПК-4, ПК-5, ПК-11. Существенным элементом образовательных технологий является не только умение студента найти решение поставленной задачи, но и донести его до всей аудитории. Защита групповых заданий проводится в виде представления результатов (средствами MS Office) и их обсуждения и служит контролем для проверки ПК-5, ПК-11.

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий					Формы контроля
	Л.	Лаб.	Пр.	КР	СРС	
ОПК-4	+	+			+	– Защита реферата – Защита группового задания
ПК-2		+			+	– Защита реферата – Опрос по результатам выполнения индивидуальных заданий; – Опрос по результатам самостоятельной работы;
ПК-11		+			+	– Защита реферата

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания на лабораторные работы

Раздел 1. Соотношения между деформациями и смещениями и между смещениями и напряжениями в прямоугольной системе координат.

Примеры заданий:

1. Найдите напряжение, вызванное полем смещений $\vec{u}$, действующим на элементы площадки, нормальные к $\vec{n}$, в форме

$$T(u, n) = \lambda (\nabla \cdot u) n + \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial n} + n \times (\nabla \times u) \right)$$

Здесь

$$\frac{\partial u}{\partial n} = (n \cdot \nabla) u$$

2. Напряжение T предыдущей задачи является функцией положения точки x в смысле $T = T(u(x), n)$.

- а) Измените вывод соотношения

$$T(-n) = -T(n)$$

так, чтобы продемонстрировать непрерывность напряжения как функции x в том смысле, что $T(x + \delta x) - T(x) \rightarrow 0$ при $\delta x \rightarrow 0$ при условии, что δx параллельно направлению $\vec{n}$, определяющему ориентировку элементов площадки, где оценивается T .

- б) Пусть на плоском столе лежит книга. Правда ли, что напряжение — непрерывная функция координат на поверхности стола?

- в) Проверьте, не противоречат ли друг другу ваши ответы на пункта «а» и «б».

- г) Покажите, что $\tau_{yx}, \tau_{zx}, \tau_{zz}$ — непрерывные функции z в любой среде, но что τ_{zz} не должно быть обязательно непрерывным в направлениях x и y , а также что $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}$ не должны быть обязательно непрерывными в направлении z .

Раздел 2. Математическое моделирование объемных и поверхностных сейсмических источников.

Примеры заданий:

1. Уравнения:

$$\Delta u = \frac{\sum_{i=1}^N M_0^i}{\mu S}, \quad M = 2\mu V \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Delta e_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \Delta e_{13} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

записаны как скалярные, поскольку при их выводе предполагается, что землетрясения в данной области (на S или внутри V) имеют тензоры сейсмического момента с одной и той же ориентацией. Обобщите выражение для Δu на случай векторного уравнения и

$$\Delta E_{13} = \frac{\sum_{i=1}^N M_0^i}{2\mu V}$$

на случай тензорного уравнения для ситуаций, когда серия землетрясений (на S или в V) имеет тензоры момента произвольной ориентации. (Но для Δu продолжайте предполагать, что разрыв смещений для каждого землетрясения чисто сдвиговый и что S - плоскость.)

2. При выводе соотношения

$$u_n(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \iint_{\Sigma} [u_i(\xi, \tau)] c_{ijpq} \nu_j \frac{\partial G_{np}(x, t - \tau; \xi, 0)}{\partial \xi_q} d\Sigma \quad (1)$$

предполагалось, что упругие модули непрерывны на Σ и что G_{np} и $\frac{\partial G_{np}}{\partial \xi_q}$ непрерывны.

Если упругие модули терпят разрыв на Σ , проинтегрируйте часть подынтегрального выражения в (1) как напряжения и покажите, что это представление все еще достоверно, хотя $\frac{\partial G_{np}}{\partial \xi_q}$ может терпеть разрыв на Σ . При определении G следует принимать, что контакт на Σ жесткий.

Раздел 3. Функции Грина в статической и динамической теории упругости. Решение задач с использованием средств Maple.

Примеры заданий:

1. Создайте «сейсмограмму» для самой функции Грина G_{ij} , т.е. нарисуйте, правильно расположив во времени, импульсы, соответствующие трем различным членам в представлении

$$u_i(x, t) = X_0 * G_{ij} = \frac{1}{4\pi\rho} (3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \frac{1}{r^3} \int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau X_0(t - \tau) d\tau + \quad (1)$$

$$+ \frac{1}{4\pi\rho\alpha^2} \gamma_i\gamma_j \frac{1}{r} X_0(t - r/\alpha) - \frac{1}{4\pi\rho\beta^2} (\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \frac{1}{r} X_0(t - r/\beta)$$

когда X_0 — единичный импульс. Далее покажите, что площадь под каждым из этих трех импульсов зависит от расстояния как $1/r$. Площадь под импульсом равна пределу (при $\omega \rightarrow 0$) Фурье-преобразования импульса, и из-за частотной зависимости

$$\frac{X_0(\omega) \exp(+i\omega r/\alpha)}{4\pi\rho\alpha^2 r} \left[\gamma_i\gamma_j + (3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \left(-\frac{\alpha}{i\omega r} \right) + (3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \left(-\frac{\alpha}{i\omega r} \right)^2 \right] \quad (2)$$

$$- \frac{X_0(\omega) \exp(+i\omega r/\beta)}{4\pi\rho\beta^2 r} \left[(\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) + (3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \left(-\frac{\beta}{i\omega r} \right) + (3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}) \left(-\frac{\beta}{i\omega r} \right)^2 \right]$$

кажется, что эта площадь не ограничена. Покажите, что в действительности члены с $1/\omega^2 r^3, 1/\omega r^2$ в (2) взаимно уничтожаются и что зависимость от расстояния при $\omega \rightarrow 0$ действительно соответствует $1/r$. Заметим, что для сейсмометра, чувствительного только к значительно более длинным периодам, чем время S-P, т.е. $r/\beta - r/\alpha$, смещение в ближней зоне в функции Грина, так же, как и смещение в дальней зоне, практически имеет вид δ - функции. Учтите, что для изучения эффектов ближней зоны (таких, как сильное колебание грунта вблизи вспарывающегося разлома) так называемые смещения в дальней и ближней зонах одинаково важны. Ведь вблизи очага временная функция источника X_0 не равна нулю для времен, больших по сравнению с $r/\beta - r/\alpha$, и первый член в формуле (1) - тоже порядка $1/r$.

2. Покажите, что если в источнике внутри безграничной однородной изотропной среды приложена в j -м направлении постоянная сила X_0 , то, согласно (1), статическое решение для j -й компоненты смещения в x равно

$$\frac{X_0}{8\pi\rho r} \left[\left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) \gamma_i \gamma_j + \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\alpha^2} \right) \delta_{ij} \right]$$

3. Чтобы оценить функцию геометрического расхождения $R(x, \xi)$ между двумя точками x, ξ в сферически-симметричной Земле, рассмотрите два луча, выходящие из ξ в одном и том же азимуте и с углами выхода i_ξ и $i_\xi + \delta i_\xi$.

Рассмотрите также два луча, полученные из предыдущих приращением азимута $\delta\Phi_0$. Телесный угол, образованный в ξ четырьмя лучами, равен $\sin i_\xi \delta i_\xi \delta\Phi_0$. Покажите, что поперечное сечение лучевой трубки в x равно $-|x|^2 \cos i_x \sin \Delta \delta\Delta \delta\Phi_0$. Затем используйте лучевой параметр

$$p = \frac{|\xi| \sin i_\xi}{c(\xi)} = \frac{|x| \sin i_x}{c(x)}$$

чтобы получить

$$R(x, \xi) c(\xi) = |x| |\xi| \left[\frac{|\xi| \cos i_x \cos i_\xi \sin \Delta}{p} \left| \frac{\partial \Delta}{\partial p} \right| \right]^{1/2}$$

Из-за симметрии правой части мы сразу же обнаруживаем взаимность $R(x, \xi) c(\xi) = R(\xi, x) c(x)$, доказанную здесь только для сферически-симметричных сред.

4. Получите лучевое решение

$$\frac{l_i(x) l_j(\xi) \delta(t - T(x, \xi))}{4\pi \sqrt{\rho(\xi) \alpha^{3/2}(\xi) \alpha^{1/2}(x) R(x, \xi)}}$$

для вклада волны Р дальней зоны в $G_{ij}(x, t; \xi, 0)$ [используйте решение, данное выражениями

$$\frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial s} + \frac{1}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial s} + \frac{1}{2\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial s} + \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial s} = 0$$

$$u^p(x, t) = \left(\frac{1}{\rho(x) \alpha(x)} \right)^{1/2} \frac{1}{A^p(x, \xi)} F^p(c^2, c^3)(U^1(t - T^p(x, \xi)), 0, 0)$$

и смещение в волне Р дальней зоны в (1)]. Воспользуйтесь затем теоремой взаимности

$$G_{nm}(\xi_2, \tau; \xi_1, 0) = G_{mn}(\xi_1, \tau; \xi_2, 0)$$

и докажите, что

$$R(x, \xi)\alpha(\xi) = R(\xi, x)\alpha(x)$$

в случае произвольной неоднородной изотропной среды. Это свойство взаимности геометрического расхождения — интересный результат в дифференциальной геометрии лучей.

Раздел 4. Исследование лучевого представления волновых полей. Решение задач с использованием средств Maple.

Примеры заданий:

1. Получите матрицу рассеяния волн P -SV

$$\begin{pmatrix} P'\hat{P} & S'\hat{P} \\ P'\hat{S} & S'\hat{S} \end{pmatrix}$$

для упругого полупространства $z > 0$, если граничные условия на $z = 0$ имеют вид:

а) $u_z = 0, \tau_{zx} = 0$;

б) $u_z = 0, \tau_{zz} = 0$. Покажите, что если по направлению к поверхности $z = 0$ распространяется комбинация энергий P- и SK-волн, то, суммируя отражения, полученные из граничных условий (а), с отражениями, полученными из граничных условий (б), можно взаимно уничтожить все волны, отраженные вниз от границы.

2. а) Покажите, что неоднородная волна P:

$$(\alpha p, 0, i\sqrt{\alpha^2 p^2 - 1}) \exp(-\omega \sqrt{p^2 - \frac{1}{\alpha^2}} z) \exp[i\omega(px - t)] \quad (1)$$

и неоднородная волна SV

$$(i\sqrt{\alpha^2 p^2 - 1}, 0, -\beta p) \exp(-\omega \sqrt{p^2 - \frac{1}{\beta^2}} z) \exp[i\omega(px - t)] \quad (2)$$

характеризуются прямым эллиптическим движением частиц.

б) Пользуясь выражениями:

$$\begin{aligned} (2p\alpha\beta i\sqrt{p^2 - 1/\alpha^2})\hat{P} + (1 - 2\beta^2 p^2)\hat{S} &= 0 \\ (1 - 2\beta^2 p^2)\hat{P} - 2(\beta^3 p / \alpha \sqrt{p^2 - 1/\beta^2})\hat{S} &= 0 \\ R(p) &\equiv \left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 - 4p^2 \left(p^2 - \frac{1}{\alpha^2}\right)^{1/2} \left(p^2 - \frac{1}{\beta^2}\right)^{1/2} = \\ &= \left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2\right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i}{\alpha} \frac{\cos j}{\beta} \end{aligned}$$

покажите, что вектор смещения частиц в волнах Рэлея на свободной поверхности ($z = 0$) пропорционален вектору

$$\left(\frac{2i}{c_R} \sqrt{\frac{1}{c_R^2} - \frac{1}{\beta^2}}, 0, \frac{2}{c_R^2} - \frac{1}{\beta^2} \right)$$

в) Покажите, что движение частиц в этой волне на свободной поверхности возвратно-эллиптическое.

г) Приведите краткую аргументацию в пользу того, что на достаточной глубине движение становится опять прямым эллиптическим.

Раздел 5. Поверхностные волны в вертикально-неоднородной среде.

Примеры заданий:

1. Поскольку сейсмометры очень часто помещают на свободной от напряжений поверхности Земли (или очень близко от нее), интересно получить полное смещение поверхности полупространства, вызванное волнами Р, SVили SH, падающими на нее снизу. Покажите, что полное смещение поверхности для Р-волны (амплитуды Р), падающей снизу, равно

$$\frac{\hat{P} \left[\frac{4\alpha p \cos i \cos j}{\beta^2 \alpha \beta}, 0, \frac{-2\alpha \cos i}{\beta^2 \alpha} \left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2 \right) \right] \exp[i\omega(px - t)]}{\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2 \right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}$$

А для SV-волны амплитуды $\hat{S}$, падающей снизу, равно

$$\frac{\hat{S} \left[\frac{2 \cos j}{\beta \beta} \left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2 \right), 0, \frac{4p \cos i \cos j}{\beta \alpha \beta} \right] \exp[i\omega(px - t)]}{\left(\frac{1}{\beta^2} - 2p^2 \right)^2 + 4p^2 \frac{\cos i \cos j}{\alpha \beta}}$$

В диапазоне $1/\alpha < p < 1/\beta$ эту последнюю формулу можно использовать, придав положительное мнимое значение величине $(\cos i)/\alpha = i\sqrt{p^2 - 1/\alpha^2}$ для получения фазового сдвига в смещении поверхности, когда SV-волна падает под запредельным углом $j > j_c = \arcsin(\beta/\alpha)$.

Покажите, что в случае падения волны SH амплитуда смещения частиц свободной поверхности равна удвоенной амплитуде смещения частиц в падающей волне.

2. Пусть вид f определен и, кроме того:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -i\omega p & 1/\mu & 0 \\ \frac{-i\omega p \lambda}{\lambda + 2\mu} & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda + 2\mu} \\ \frac{4\omega^2 p^2 \mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} - \rho\omega^2 & 0 & 0 & \frac{-i\omega p \lambda}{\lambda + 2\mu} \\ 0 & -\rho\omega^2 & -i\omega p & 0 \end{pmatrix}$$

Покажите, что если А имеет указанный вид, для волн Р-SVсправедливо

$$\frac{\partial f}{\partial z} = Af$$

Покажите, что A сохраняет ту же форму, если ρ, λ, μ - функции z , но

$$f = v^\alpha \exp(\lambda^\alpha (z - z_0))$$

в общем случае не будет решением предыдущего уравнения.

3. Рассмотрите потенциал Р-волны:

$$\phi = A \exp[i\omega(px + \xi z - t)]$$

который в однородной среде удовлетворяет уравнению

$$a^2 \nabla^2 \phi = \ddot{\phi}$$

если

$$\xi = \sqrt{a^{-2} - p^2}$$

Покажите, что $u_x, u_z, \tau_{xz}, \tau_{zz}$, построенные по этому потенциалу, образуют по существу первый столбец матрицы $F = EA$, определенной таким образом:

$$E = \begin{pmatrix} \alpha p & \beta \eta & \alpha p & \beta \eta \\ \alpha \xi & -\beta p & -\alpha \xi & \beta p \\ 2i\omega\rho\alpha\beta^2 p\xi & i\omega p\beta(t - 2\beta^2 p^2) & -2i\omega\rho\alpha\beta^2 p\xi & -i\omega p\beta(t - 2\beta^2 p^2) \\ i\omega\rho\alpha(t - 2\beta^2 p^2) & -2i\omega\rho\beta^3 p\eta & i\omega\rho\alpha(t - 2\beta^2 p^2) & -2i\omega\rho\beta^3 p\eta \end{pmatrix} \quad (4)$$

(Различия возникают только из-за различной нормировки этой нисходящей волны Р.)
Повторите то же самое для потенциала SV-волн:

$$B \exp[i\omega(px + \eta z - t)]$$

где $\eta = \sqrt{\beta^{-2} - p^2}$ потенциала Р-волн:

$$C \exp[i\omega(px - \xi z - t)]$$

и потенциала SV-волн:

$$D \exp[i\omega(px - \eta z - t)]$$

Существенно, что различные столбцы F в (4) — это восходящие и нисходящие волны Р и SV, в которых компоненты смещений и напряжений для каждой волны выражены явно.

Покажите, что эти четыре волны, выраженные в потенциалах, эквивалентны волновой системе $\dot{f} = Fw$, в которой

$$w = \begin{pmatrix} \frac{i\omega A}{\alpha} \\ \frac{-i\omega B}{\beta} \\ \frac{i\omega C}{\alpha} \\ \frac{i\omega D}{\beta} \end{pmatrix}$$

Раздел 6. Анализ сейсмических данных.

Примеры заданий.

1. Рассмотрите рекурсивный фильтр с частотной характеристикой, заданной z -преобразованием в виде:

$$F(z) = \frac{(z-1)(z+1)}{(z-c)(z-c^*)}$$

где

$$c = (1+h)\exp(i\omega_0\Delta t)$$

Покажите, что центральная частота полосы пропускания и ширина полосы пропускания определяются через ω_0 и $h\omega_0$ соответственно.

2. Получите частотную характеристику сейсмической расстановки в форме квадрата с сейсмографами, расположенными с равным шагом по направлениям x и анализируйте разрешающую способность этой расстановки и роль боковых лепестков в зависимости от числа сейсмографов и расстояния между ними.

Раздел 7. Обратные задачи в сейсмологии.

Примеры заданий.

1. Используя соотношение

$$z(c) = \frac{-1}{\pi} \int_{c_0^{-1}}^{c^{-1}} \frac{X(p)}{\sqrt{p^2 - c^{-2}}} dp$$

покажите, что в случае, когда все лучи выходят на поверхность на одном и том же расстоянии X_c от источника, распределение скорости по глубине дается зависимостью

$$c(z) = c_0 ch \frac{\pi z}{X_c}$$

2. Покажите, что если

$$c(z) = c_0 + gz$$

то

$$X(p) = 2 \frac{\sqrt{1 - c_0^2 p^2}}{gp}, \quad Z(p) = \frac{1}{g}(p^{-1} - c_0).$$

3. Используя условия предыдущей задачи, рассмотрите низкоскоростной слой со скоростью c_1 , кровля которого расположена на глубине z_1 , а подошва на глубине z_2 . Найдите $X(p)$ для этого случая.

Примерные темы рефератов

1. Основные теоремы динамической теории упругости.
2. Методы описания внутренних и поверхностных источников в сейсмологии.
3. Упругие волны, излучаемые точечным источником в однородной изотропной среде.
4. Применение лучевых методов в сейсмологии.
5. Применение фундаментальных решений краевых задач теории упругости в сейсмологии.
6. Обратные задачи в сейсмологии и геофизике.
7. Матрица Грина однородного изотропного упругого полупространства.
8. Матрица Грина многослойного изотропного упругого полупространства.
9. Основные свойства плоских упругих волн в изотропных средах.
9. Распространение упругих волн в анизотропных средах.
10. Нестационарные волны, интегральные представления нестационарных волн в полугораниченных упругих средах.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Основные требования к результатам освоения дисциплины представлены в таблице в виде признаков сформированности компетенций. Требования формулируются по двум уровням: пороговый и повышенный и в соответствии со структурой, принятой в ФГОС ВО: знать, уметь, владеть.

Название компетенции (или ее части)	Структура компетенции	Основные признаки сформированности компетенции
ОПК-4 способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики	Знать основные понятия и концепции сейсмологии, подходы к исследованию уравнений механики деформируемого твердого тела, лежащие в основе построения аналитических и численных методов решения задач сейсмологии.	Знает основные понятия и модели сейсмологии: основные уравнения, постановки задач, приводит примеры моделей.
		Знает основные подходы и методы решения задач сейсмологии.
	Уметь перевести конкретную прикладную задачу на язык дифференциальных уравнений с частными производными и определить пути ее решения.	Умеет ставить задачи и их исследовать корректность.
		Умеет использовать основные методы исследования и решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных.

Название компетенции (или ее части)	Структура компетенции	Основные признаки сформированности компетенции
	Владеть методологией формулирования и решения прикладных задач из области сейсмологии, навыками построения математических моделей из области сейсмологии.	Владеет методами построения математических моделей механических и волновых процессов.
ПК-2 способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	Уметь применять знание современных методов к анализу и построению математических моделей из области сейсмологии.	Может адекватно оценить эффективность имеющихся методов решения задач, их преимущества и недостатки.
	Владеть различными методами и подходами решения классических задач сейсмологии.	Может анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.
	Имеет глубокое понимание методологии и методов теоретической сейсмологии.	Может модифицировать известные методы решения стандартных задач к решению задач в видоизмененном или усложненном виде.
ПК-11 способностью разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий	Знать современные проблемы анализа и принципы выбора методов и средств изучения математической модели.	Имеет представление о современных проблемах сейсмологии.
		Может выбрать методы исследования и решения поставленной задачи.
	Владеть навыками использования результатов теоретических исследований и компьютерных технологий анализа моделей из области сейсмологии.	Умеет производить верификацию модели. Владеет инструментарием математических пакетов Maple, Comsol для решения уравнений в частных производных, краевых задач.

Перечень вопросов, выносимых на зачет:

1. Связь напряжений и деформаций.
2. Теоремы единственности и взаимности.
3. Соотношения между деформациями и смещениями и между смещениями и напряжениями в прямоугольной системе координат.
4. Теоремы представления источника для внутренней поверхности; эквивалентные объемные силы для разрывов в напряжении и смещении.
5. Источник для подвижки по внутреннему разрыву.
6. Объемные источники.
7. Потенциалы упругих смещений.
8. Решение для функции Грина динамической теории упругости в однородной, изотропной, неограниченной среде.
9. Решение для двойной пары сил в бесконечной однородной среде.
10. Лучевая теория для волн Р и S в дальней зоне, возбужденных точечным источником.
11. Основные свойства плоских волн в упругих средах.
12. Неоднородные волны, фазовые сдвиги и граничные волны.
13. Матричный метод анализа плоских волн в однородных средах.
14. Распространение волн в поглощающей среде: основы теории плоских волн.

15. Распространение волн в упругой анизотропной среде: основы теории плоских волн.

16. Сейсмические данные, качество сейсмических данных.

17. Анализ временных последовательностей с целью подавления шумов.

18. Анализ данных, получаемых при использовании сейсмических групп.

19. Обратная кинематическая задача.

20. Обратные задачи в сейсмике отраженных волн.

21. Обратная задача для линеаризованных систем.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

В рамках самостоятельной работы студент самостоятельно готовит реферативную работу. Каждый студент выполняет работу по одной теме.

Для написания реферата необходимо подобрать литературу. Общее количество литературных источников, включая тексты из Интернета, (публикации в журналах), должно составлять не менее 10 наименований. Учебники, как правило, в литературные источники не входят.

Рефераты выполняют на листах формата А4. Страницы текста, рисунки, формулы нумеруют, рисунки снабжают подрисуночными надписями. Текст следует печатать шрифтом №14 с интервалом между строками в 1,5 интервала, без недопустимых сокращений. В конце реферата должны быть сделаны выводы. В конце работы приводят список использованных источников. Реферат должен быть подписан магистрантом с указанием даты ее оформления. Работы, выполненные без соблюдения перечисленных требований, возвращаются на доработку.

Выполненная магистрантом работа определяется на проверку преподавателю в установленные сроки. Если у преподавателя есть замечания, работа возвращается и после исправлений либо вновь отправляется на проверку, если исправления существенные, либо предъявляется на зачете, где происходит ее защита.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Нарбут, М.А. Вычислительная геофизика. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского Государственного Университета, 2014. 200 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458076>
2. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике / А.Г. Ягола [и др.]. М.: "Лаборатория знаний", 2014. 217 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94121>.
3. Соколов, А.Г. Полевая геофизика / А.Г. Соколов, О.В. Попова, Т.М. Кечина. Оренбург: ОГУ, 2015. 160 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=330594>.
4. Шерман, С.И. Сейсмический процесс и прогноз землетрясений: тектонофизическая концепция. Новосибирск: Издательство Гео, 2014. 353 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=469633>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература:

1. Димитриенко Ю.И. Нелинейная механика сплошной среды. М.: Физматлит, 2009. 624 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59577>.
2. Колесников Ю.В., Морозов Е.М. Механика контактного разрушения. М.: URSS, 2012. 224 с.
3. Степанова, Л.В. Математические методы механики разрушения. Москва: Физматлит, 2009. 336 с. (электронный ресурс, режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59534>).

5.3. Периодические издания:

1. Вычислительная сейсмология // Международный институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики. ISSN 0203-9478. <http://www.mitp.ru/ru>
2. Вулканология и сейсмология // Академиздатцентр «Наука».. ISSN 0203-0306. <http://www.naukaran.com/zhurnali/katalog/vulkanologija-i-sejsmologija>
3. Геология и геофизика // Сибирское отделение РАН. ISSN 0016-7886. <http://sibran.ru/journals/GiG>

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

1. Кафедра геофизических методов исследования земной коры геологического факультета МГУ: <http://geophys.geol.msu.ru/index8.htm>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и лабораторных занятий, на которых студенты применяют полученные теоретические знания к решению конкретных задач. Уровень усвоения теоретического материала проверяется посредством опроса по основным вопросам темы и результатам выполнения индивидуальных и групповых лабораторных заданий.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Перечень разделов для самостоятельного изучения приведен в разделе 2.5.

Перечень вопросов и тем для самоподготовки

1. Основные свойства плоских волн в упругих средах.
2. Неоднородные волны, фазовые сдвиги и граничные волны.
3. Матричный метод анализа плоских волн в однородных средах.
4. Распространение плоских волн в поглощающей среде.
5. Распространение плоских волн в упругой анизотропной среде.
6. Сферические волны как суперпозиция плоских и цилиндрических волн.
7. Отражение сферических волн от плоской границы, акустические волны.
8. Сферические волны в упругом полупространстве, полюс Рэлея.
9. Методы Каньяра - де Хоопа для линейных источников.
10. Методы Каньяра - де Хоопа для точечных источников.
11. Основные свойства поверхностных волн.
12. Задача на собственные значения для вектора движения-напряжения.
13. Поверхностно-волновая часть функции Грина для вертикально-неоднородной среды.
14. Волны Лява и Рэлея от точечного источника с произвольным сейсмическим моментом.
15. Возбуждение собственных колебаний точечным источником.
16. Поверхностные волны на сферической Земле.
17. Объемные волны в средах со свойствами, зависящими от глубины.
18. Метод Каньяра для многослойной среды с плоскопараллельными границами.
19. Метод отражений для среды с большим числом плоских слоев.
20. Классическая лучевая теория в сейсмологии.
21. Распространение волн в средах с плавным изменением скорости с глубиной при наличии точек поворота.
22. Частотный и динамический диапазон сейсмических сигналов.
23. Обнаружение сигналов, методы подавления шума.
24. Лучевые построения в неоднородной среде.
25. Упругие волны в слабонеоднородных средах.
26. Рассеяние, возникающее вследствие скоростной неоднородности среды.
27. Горизонтальные неоднородности в слоистой среде.
28. Задача Коши для уравнений лучей и эйконала, лучи в неоднородных средах.
29. Теория разрывов, лучевой ряд, каустики.
30. Геометрические методы решения обратных задач для вертикально-неоднородных и слоисто-однородных сред, для слоев с криволинейными отражающими границами.

Примерные задачи для самостоятельной работы

1. Что происходит с напряжениями в теле с ростом температуры при неизменной деформации? Будут ли напряжения подчиняться закону Гука:

$$\tau_{ij} = c_{ijpq} e_{pq}$$

или понадобятся некоторые изменения этого закона? (Напомним, что сейсмологические приложения закона Гука обычно соответствуют адиабатическому нагружению.)

2. Известно, что поле смещений $u(x, t)$ упругого тела определяется единственным образом (например, приложенными объемными силами и напряжениями). Покажите, что объемные силы и напряжения заданы однозначно, если $u(x, t)$ известно во всех точках.
3. Изменяются ли соотношения баланса энергии, если напряжения зависят от скорости деформаций (например, для вязкой среды)?

4. Для точки в жидкости под давлением P тензор напряжений изотропен и имеет компоненты $\tau_{ij} = -P\lambda_{ij}$. Чтобы подчеркнуть различия между напряжениями, возможными в твердом теле и существующими в жидкости, удобно определить девиаторные напряжения τ'_{ij} из $\tau_{ij} = (1/3)\tau_{kk}\lambda_{ij} + \tau'_{ij}$

и девиаторные деформации из $e_{ij} = (1/3)e_{kk}\delta_{ij} + e'_{ij}$. Покажите, что упругая энергия U в изотропной упругой среде представима как

$$U = \frac{1}{2} \left[\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu \right) e_{ii}e_{kk} + \mu e'_{ij}e'_{ij} \right]$$

Покажите, что e_{ii} — это относительное изменение объема (т.е. объемная деформация).

Отсюда U можно рассматривать как сумму дилатационной энергии $\frac{1}{2} \left[\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu \right) e_{ij}e_{kk} \right]$ и упругой энергии $\mu e'_{ij}e'_{ij}$. Почему $\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu \right)$ (часто называемое модулем сжатия, обозначаемым κ) и μ должны быть положительны? Как естественнее называть κ - сжимаемостью или несжимаемостью?

5. Зависящий от времени сейсмический момент определяется как

$$M_0(t) = \mu \bar{u}(t) A$$

Является ли $\bar{u}(t)$ средним по площади $A(t)$, соответствующей разрыву в момент t , или средним по площади $A(\infty)$, являющейся результирующей поверхностью разрыва для данного землетрясения?

6. Покажите, что силовой эквивалент точечного источника в ξ с тензором сейсмического момента M_{pq} равен

$$f_p(x, t) = -M_{pq}(t) \frac{\partial}{\partial x_q} \delta(x - \xi)$$

7. Рассмотрим сферическую полость радиуса a внутри однородного изотропного тела. Когда к поверхности полости приложен однородный скачок давления Δp , генерируются сферически-симметричные волны со смещением только в радиальном направлении. Покажите, что тензор момента точечного источника, эквивалентного этому сейсмическому источнику, имеет вид

$$M = \frac{4\pi a^3}{3} \begin{pmatrix} \Delta p & 0 & 0 \\ 0 & \Delta p & 0 \\ 0 & 0 & \Delta p \end{pmatrix}$$

с заменой множителя $4/3$ на $(\lambda + 2\mu)/\mu$. Используйте тот факт, что радиальное смещение вида

$$u(r, t) = -\frac{\partial}{\partial r} [\psi(t - r/a)/r]$$

удовлетворяет уравнению движения, где g - расстояние от центра полости и a - скорость продольных волн.

8. Главные оси симметрического тензора второго ранга — это оси декартовой системы координат, в которой недиагональные компоненты тензора равны нулю. Начните с

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & M_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

дающего тензор момента, отнесенный к направлениям подвижки $\vec{u}$ и нормали к разрыву $\vec{v}$; поверните оси на 45° вокруг линии, перпендикулярной к $\vec{u}$ и $\vec{v}$, и покажите таким образом, что оси сжатия и растяжения - главные оси для тензора момента. Покажите, что сейсмический момент M_0 для подвижки по разрыву - инвариант тензора момента M , найдя для этого величину компонент векторного диполя в координатной системе, связанной с главными осями.

9. Покажите, что среднеквадратичное значение характеристики направленности для амплитуд волн P в дальней зоне от точечной сдвиговой дислокации, осредненное по фокальной сфере, равно $\sqrt{4/15}$; покажите, что для волн S аналогичная величина равна $\sqrt{2/5}$. Начните с определения характеристики направленности:

$$A^N = 9 \sin 2\theta \cos \Phi \hat{r} - 6(\cos 2\theta \cos \Phi \hat{\theta} - \cos \theta \cos \Phi \hat{\Phi})$$

$$A^P = 4 \sin 2\theta \cos \Phi \hat{r} - 2(\cos 2\theta \cos \Phi \hat{\theta} - \cos \theta \cos \Phi \hat{\Phi})$$

$$A^S = -3 \sin 2\theta \cos \Phi \hat{r} + 36(\cos 2\theta \cos \Phi \hat{\theta} - \cos \theta \cos \Phi \hat{\Phi})$$

$$A^{FP} = \sin 2\theta \cos \Phi \hat{r}$$

$$A^{FS} = \cos 2\theta \cos \Phi \hat{\theta} - \cos \theta \cos \Phi \hat{\Phi}$$

10. Опишите в сферических координатах, характеристику направленности двойной пары сил и покажите, что компоненты $F_j * G_{ij}$ в дальней зоне равны

$$\frac{1}{4\pi\alpha^2} \frac{r_i r_j}{r} F_i \left(r - \frac{r}{\alpha} \right) + \frac{1}{4\pi\beta^2} \frac{(\theta_i \theta_j + \hat{\Phi}_i \hat{\Phi}_j)}{r} F_i \left(r - \frac{r}{\beta} \right).$$

Эта формула определяет i -ю компоненту смещения в системе (r, θ, Φ) через декартовы компоненты единичных векторов $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\Phi}$ для случая силы $F(t)$, приложенной в начале координат.

11. Покажите, что задача отыскания траектории луча в неоднородной среде со скоростью распространения волн $c = c(x)$ эквивалентна решению задачи механики о движении частицы в силовом поле с потенциалом, пропорциональным $1/c^2$. Указание: введите скалярную переменную σ , определяющую положение на луче и имеющую свойство $dx/d\sigma = \nabla T$.

12. Если поверхность упругого полупространства свободна от напряжений, то, как известно, может существовать поверхностная волна смещений (волна Рэлея). Покажите, что, если поверхность неподвижна, соответствующей поверхностной волны напряжений

существовать не может. (Указание: получите выражение для определителя и покажите, что оно не обращается в нуль при допустимых значениях p .)

13. Почему не может существовать граничная волна SH на границе между двумя однородными полупространствами?

14. Покажите, что именно горизонтальная (а не вертикальная) компонента смещения в волне Рэлея проходит через нуль при увеличении глубины.

15. Покажите, что $Q(\omega)$ в общем случае является четной функцией ω и, следовательно, при отсутствии дисперсии затухающий импульс, всегда симметричен относительно $t = x/c$.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий.

- Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и лабораторных занятий.
- Использование математических пакетов при проведении лабораторных занятий.

8.2 Перечень необходимого лицензионного и свободного программного обеспечения.

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Maple и Matlab

8.3 Перечень информационных справочных систем:

- Портал Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии <http://www.gost.ru>;
- Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).
- Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (<http://www.biblioclub.ru>).
- Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<http://e.lanbook.com>).
- База данных Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU <https://elibrary.ru/>
- База данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) РАН <http://www2.viniti.ru/>
- Базы данных и аналитические публикации «Университетская информационная система РОССИЯ» <https://uisrussia.msu.ru/>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), соответствующим программным обеспечением, а также необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307).
2.	Лабораторные занятия	Компьютерный класс, укомплектованный компьютерами с лицензионным программным обеспечением, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 101, 102, 106, 106а, 105/1, 107(2), 107(3), 107(5), А301).
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория для семинарских занятий, групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 129, 131).
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А301б, А512), компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Осуществление учебного процесса предполагает наличие необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения: аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций (цифровой проектор, экран, ноутбук) и необходимой мебелью (доска, столы, стулья); компьютерные классы с компьютерной техникой с лицензионным программным обеспечением и необходимой мебелью (доска, столы, стулья) для проведения занятий.

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами ю, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет. Магистрантам доступны современные ПЭВМ, современное лицензионное программное обеспечение.

Магистранты и преподаватели вуза имеют постоянный доступ к электронному каталогу учебной, методической, научной литературе, периодическим изданиям и архиву статей.