1920

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
филиал Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
в г. Новороссийске
Кафедра информатики и математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по работе с филиалами ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

__________ А.А.Евдокимов

«____» __________ 2020 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

# Б1.О.25 УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль): Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности
Программа подготовки: академическая
Форма обучения: очная
Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 9 от 10 января 2018 года.

Программу составил(и):

И.Г.Рзун , доцент канд.физ.-мат.наук

С.В. Дьяченко доцент канд.физ.-мат.наук

Рабочая программа дисциплины Уравнения математической физики обсуждена и утверждена на заседании кафедры Информатики и математики протокол № 10 от 27.05. 2020 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Рзун И.Г.

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии филиала УГС 01.00.00 «Математика и механика»
27.05. 2020 г. протокол № 10

Председатель УМК С.В. Дьяченко

Рецензенты:

Сулимов А.В. Директор ООО «Центр компьютерной техники»

Посаженников А.В. Директор ООО «Профессиональные информационные технологии»

**Содержание рабочей программы дисциплины**

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель дисциплины

Данная дисциплина ставит своей целью изучение фундаментальных основ теории уравнений математической физики в объеме, необходимом для общего развития и освоения смежных дисциплин физико-математического цикла, овладение аппаратом математической физики и подготовку к сознательному восприятию процедур прикладного анализа, освоение методов построения математических моделей на основе уравнений математической физики.

### 1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи дисциплины: усвоение основных идей, понятий и фактов уравнений математической физики, необходимых для решения теоретических и прикладных задач применения дисциплины; формирование навыков математически формулировать и решать задачи, создавать и использовать математические модели процессов и объектов; расширение и углубление теоретических знаний и развитие логического мышления; подъем общего уровня математической культуры; формирование творческого подхода к изучению физических процессов.

Задачи дисциплины вырабатывать:

- способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;
- способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к основной части учебного плана. Место курса в профессиональной подготовке выпускника определяется выдающейся ролью методов и идей уравнений математической физики в формировании специалиста по любой области знаний, серьезно использующей математику; кроме того, многие дискретные, "конечные" модели, задачи и алгоритмы, характерные для данной специальности, имеют своим источником, прообразом или предельным случаем ту или иную бесконечномерную ситуацию, а потому требуют свободного владения идеями и подходами, выработанными в математической физике. Данный курс наиболее тесно связан с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений, поскольку большинство уравнений математической физики сводятся тем или иным способом к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Необходимым требованием к «входным» знаниям, умениям и опыту деятельности обучающегося при освоении данной дисциплины, приобретенным в результате изучения предшествующих дисциплин, является освоения курсов математического анализа, линейной алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений, в объеме, предусмотренном для соответствующей специальности.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Программа определяет общий объем знаний, позволяющий сформировать у студента целостное представление о методах уравнений математической физики, научный способ мышления, умение видеть естественнонаучное содержание проблем, возникающих в практической деятельности специалиста. Вместе с тем, изложение ряда разделов курса неизбежно имеет, в основном, информационный характер.

В процессе освоения дисциплины у студента формируются следующие компетенции: ОПК-1; ОПК-3; ПК-2

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | **знать** | **уметь** | **владеть** |
| 1. | ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | - значение основных теорем теории уравнений математической физики (теоремы существования и единственности решения задач Коши основных типов, начально-краевых задач основных типов, теоремы о непрерывной зависимости решения задач Коши от начальных данных и параметров),<br>- представлять специфику задач решаемых с помощью уравнений математической физики; | - находить решения: общие для основных типов дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка, задач Коши для уравнений параболического и гиперболического типов, начально-краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов в ограниченных областях, внешних и внутренних краевых задач для уравнений эллиптического типа, уметь доказывать изучаемые теоремы; | - основными методами решения начальных и краевых задач для уравнений математической физики и быть способным перевести конкретную прикладную задачу на язык дифференциальных уравнений с частными производным и или интегральных уравнений и определить пути ее решения. |
| | ОПК-3 | Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности | современные алгоритмы и программные продукты в области системного и прикладного программирования; нормативно-правовую базу по вопросам использования и создания программных продуктов и | разрабатывать системное и прикладное программное обеспечение для решения задач профессиональной деятельности разрабатывать математические, информационные и имитационные модели для решения задач профессиональн | навыками разработки алгоритмов и программ в области системного и прикладного программирования; навыками разработки математических, информационных и имитационны |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | **знать** | **уметь** | **владеть** |
| | | | информационных ресурсов; понятие и назначение моделирования, этапы разработки математических, информационных и имитационных моделей; математические, информационные и имитационные модели, используемые в различных областях знаний; современные интернет - технологии; процессы информатизации общества и образования; сущность и структуру информационных процессов в современной образовательной среде, типологии электронных образовательных ресурсов; базовые понятия в области построения баз данных и работы с ними; современные базы данных и | ой деятельности; разрабатывать информационные ресурсы глобальных сетей; решать педагогические задачи, связанные с поиском, хранением, обработкой и представлением информации; оценивать преимущества, ограничения и выбирать программные и аппаратные средства для решения профессиональных и образовательных задач; оценивать основные педагогические свойства электронных образовательных продуктов и определять педагогическую целесообразность их использования в учебном процессе проектировать и разрабатывать базы данных; разработать план тестирования систем и программных средств. | х моделей для решения практических задач; навыками разработки информационных ресурсов глобальных сетей для решения практических задач; способами ориентирования и взаимодействия с ресурсами информационной образовательной среды, осуществления выбора различных моделей использования информационных и коммуникационных технологий в учебном процессе с учетом реального оснащения образовательного учреждения, совершенствования профессиональных знаний и умений путем использовани |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | **знать** | **уметь** | **владеть** |
| | | | системы управления базами данных. методологию испытаний и построения системы оценки качества систем и программных средств. | | я возможностей информационной среды; навыками проектирования и разработки прикладных баз данных в соответствии с требованиями предметной области; навыками оценки и контроля качества систем и программных средств. |
| | ПК-2 | Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках | современный математический аппарат. | строго доказывать математические утверждения, выделяя главные смысловые аспекты в доказательствах; на основе анализа увидеть и корректно сформулировать математически точный результат; применять современный математический аппарат в исследовательской и прикладной деятельности, изучать информационные системы методами | навыками применения современного математического аппарата для решения стандартных математических задач. навыками применения современного математического аппарата для решения профессиональных задач |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части) | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | **знать** | **уметь** | **владеть** |
| | | | | математического прогнозирования и системного анализа, изучать большие системы современными методами высокопроизводительных вычислительных технологий, применение современных компьютеров в проводимых исследованиях. | |

**2. Структура и содержание дисциплины**

**2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет _7_ зач.ед. (_252_ часов), их распределение по видам работ представлено в таблице *(для студентов ОФО).*

| Вид учебной работы | | Всего часов | Семестры (часы) | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 5 | **6** |
| **Контактная работа, в том числе:** | | 170,7 | 72,2 | 98,5 |
| **Аудиторные занятия (всего):** | | **164** | **68** | **96** |
| Занятия лекционного типа | | 82 | 34 | 48 |
| Лабораторные занятия | | | | |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия) | | 82 | 34 | 48 |
| | | | | |
| **Иная контактная работа:** | | | | |
| Контроль самостоятельной работы (КСР) | | 6 | 4 | 2 |
| Промежуточная аттестация (ИКР) | | 0,7 | 0,2 | 0,5 |
| **Самостоятельная работа, в том числе:** | | 45,6 | 35,8 | 9,8 |
| Курсовая работа | | | | |
| Проработка учебного (теоретического) материала | | 25 | 20 | 5 |
| Выполнение индивидуальных заданий | | 20,6 | 15,8 | 4,8 |
| Реферат | | | | |
| | | | | |
| Подготовка к текущему контролю | | | | |
| **Контроль: зачет,** экзамен | | 35,7 | | 35,7 |
| Подготовка к экзамену | | | | |
| **Общая трудоемкость** | **час.** | **252** | **108** | **144** |
| | **в том числе контактная работа** | **170,7** | **72,2** | **98,5** |

| | зач. ед | 7 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|

**2.2 Структура дисциплины:**

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Объем трудоемкости: 7 зачетные единицы (252 часа, из них – 170,7 часа контактной нагрузки: лекционных 82 ч., практических 82 ч.; 45,6 часов самостоятельной работы; 6 часа КСР, 35,7 - контроль)

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Всего | Контактная работа | | | ИКР | Самостоятельная работа |
| | | | Л | ЛР | КСР | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Постановка и классификация задач математической физики | 32 | 12 | 12 | | | |
| 2 | Уравнения гиперболического типа. Основные задачи и методы их решения | 40 | 14 | 14 | 2 | | |
| 3 | Вариационные методы в математической физике | 36 | 12 | 12 | 2 | | |
| | *Итого по дисциплине в 5семестре:* | 107,8 | 34 | 34 | 4 | | 35,8 |

Разделы дисциплины, изучаемые в _6_ семестре *(для студентов ОФО)*

| № раздела | Наименование разделов | Количество часов | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Всего | Аудиторная работа | | | ИКР | Контроль | Самостоятельная работа |
| | | | Л | ЛР | КСР | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения | 48 | 16 | 16 | 2 | | | |
| 5 | Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала | 48 | 16 | 16 | 2 | | | |
| 6 | Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики | 48 | 16 | 16 | 2 | | | |
| | *Итого по дисциплине в 6 семестре:* | 107,8 | 48 | 48 | 2 | | | 9,8 |
| | *Промежуточная аттестация (ИКР)* | 0,7 | | | | 0,7 | | |
| | *Контроль* | 35,7 | | | | | 35,7 | |
| | *Всего:* | 252 | 82 | 82 | 6 | 0, 7 | 35,7 | 45,6 |

**2.3 Содержание разделов дисциплины:**

**Раздел 1.** Предмет и задачи математической физике, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду

**Раздел 2.** Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение. Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения.

Краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости. Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны.

**Раздел 3.** Основные понятия вариационного исчисления: постановка задачи, уравнение Эйлера-Лагранжа Экстремумы функционалов. Вариация функционала. Вариационные задачи в математической физике. Вариационная задача для интеграла энергии.

**Раздел 4.** Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. $\delta$-функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина.

**Раздел 5.** Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле. Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Существование решения. Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях.

**Раздел 6.** Преобразование Лапласа. Преобразования Фурье (экспоненциальное, sin-, cos-преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики.

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

| № | Наименование раздела | Содержание раздела | Форма текущего контроля |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Постановка и классификация задач математической физики | Предмет и задачи математической физике, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация | Вопросы для устного опроса |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду | |
| 2 | Уравнения гиперболичес-кого типа. Основные задачи и методы их решения | Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение. Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения.<br>Краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости. Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны. | Вопросы для устного опроса |
| 3 | Вариационные методы в математической физике | Основные понятия вариационного исчисления: постановка задачи, уравнение Эйлера-Лагранжа Экстремумы функционалов. Вариация функционала. Вариационные задачи в математической физике. Вариационная задача для интеграла энергии. | Вопросы для устного опроса |
| 4 | Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения | Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. $\delta$-функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина. | Вопросы для устного опроса |
| 5 | Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала | Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. | Вопросы для устного опроса |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле. Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Существование решения.  Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях. | |
| 6 | Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики | Преобразование Лапласа. Преобразования Фурье (экспоненциальное, sin-, cos-преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики. | Вопросы для устного опроса |

**2.3.2 Занятия семинарского типа**

| № | Наименование раздела | Содержание раздела | Форма текущего контроля |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Постановка и классификация задач математической физики | Предмет и задачи математической физике, ее место в естествознании. Вывод основных уравнений математической физики. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Задача Коши. Теорема Ковалевской. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара. Понятие обобщенных решений задач математической физики и пространства Соболева. Принцип суперпозиции для линейных задач математической физики. Классификация уравнений второго порядка, линейных относительно старших производных. Характеристики. Приведение уравнений к каноническому виду | Решение задач |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | Уравнения гиперболичес-кого типа. Основные задачи и методы их решения | Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Существование, единственность, устойчивость решения. Обобщенное решение. Решение задач на полупрямой. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Корректность постановки задачи Коши для волнового уравнения. Задача Коши для неоднородного уравнения.<br>Краевые задачи для волнового уравнения. Формулы Грина. Теоремы единственности, устойчивости. Задача Штурма–Лиувилля. Метод разделения переменных (Фурье). Теоремы существования. Решение неоднородных задач методом Фурье. Функции Бесселя. Задача о колебании круглой мембраны. | Решение задач |
| 3 | Вариационные методы в математической физике | Основные понятия вариационного исчисления: постановка задачи, уравнение Эйлера-Лагранжа Экстремумы функционалов. Вариация функционала. Вариационные задачи в математической физике. Вариационная задача для интеграла энергии. | Решение задач |
| 4 | Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения | Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Метод Фурье решения краевых задач. Теоремы единственности, устойчивости. Существование решения. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности, устойчивости. Фундаментальное решение. Интеграл Пуассона. δ-функция Дирака. Задачи на полупрямой. Метод функций Грина. | Решение задач |
| 5 | Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала | Общие свойства гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа (в пространстве, на плоскости). | Решение задач |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Теоремы единственности. Функции Грина задачи Дирихле. Интегральные уравнения. Теория потенциала. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Существование решения. Метод разделения переменных решения краевых задач в простейших областях. | |
| 6 | Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики | Преобразование Лапласа. Преобразования Фурье (экспоненциальное, sin-, cos-преобразования, конечные. Преобразования Бесселя, Меллина. Примеры применения интегральных преобразований к решению задач математической физики. | Решение задач |

**2.3.3 Лабораторные занятия**

Лабораторные занятия - не предусмотрены

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Курсовые работы не предусмотрены

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

| № | Наименование раздела | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1. | Проработка учебного (теоретического) материала | 1. Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/E4CC7C7D-F3F0-4CD2-8080-579C7F19DA97#page/1, 05.05.2017<br>2. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/771C984F-6865-4C58-975B-8020A14E00FF#/, 05.05.2017<br>3. Высшая математика [Текст] : учебник для студентов вузов / В. А. Ильин, А. В. Куркина ; Моск. гос ун-т им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект : Изд-во МГУ, 2016. |

| | | |
|---|---|---|
| 2. | Выполнение индивидуальных заданий | Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/E4CC7C7D-F3F0-4CD2-8080-579C7F19DA97#page/1, 05.05.2017<br>2. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/771C984F-6865-4C58-975B-8020A14E00FF#/, 05.05.2017<br>3. Высшая математика [Текст] : учебник для студентов вузов / В. А. Ильин, А. В. Куркина ; Моск. гос ун-т им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект : Изд-во МГУ, 2016. |

## 3. Образовательные технологии

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин.

Сочетание видов ОД с различными методами ее активизации.

| Семестр | Вид занятия | Используемые интерактивные образовательные технологии | Количество часов |
|---|---|---|---|
| 5,6 | ЛК | Дискуссия. | |
| | ЛК | Использование средств мультимедиа (компьютерные классы). | 18 |
| | ЛР | Опережающая СРС. | |
| | ЛР | Обучение на основе опыта. | 18 |
| | ЛР | Деловые игры. | |
| **Итого** | | | **36** |

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров программа по дисциплине «Уравнения математической физики» предусматривает использование в учебном процессе следующие образовательные технологии: чтение лекций с использованием мультимедийных технологий; разбор конкретных ситуаций.

Компьютерные технологии позволяют проводить сравнительный анализ научных исследований по данной проблеме, являясь средством разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и бакалаврами во время лекций и анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе работы с уравнениями математической физики часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций. Особенно этот подход широко используется при определении адекватности математической модели, результатам компьютерных экспериментов.

Цель ***лекции*** – обзор понятий методов теории операторов.

Цель ***практического занятия*** – научить применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лекционных и практических занятий.

## 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и решения индивидуальных задач повышенной сложности.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. примерные варианты контрольных работ, индивидуальных заданий, задач и вопросов) и итоговой аттестации (экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, ответов на экзамене.

Аттестация по учебной дисциплине проводится в виде экзамена. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу. Студент готовит ответы на билет в письменной форме в течение установленного времени. Далее экзамен протекает в форме собеседования.

**Примерное содержание контрольных работ**

1. Контрольная №1 (Постановка задач математической физики).

Примерные задачи контрольной работы № 1

**Вариант 2**

Поставить краевую задачу:

Упругий стержень переменного сечения $S(x)$, концы которого упруго закреплены (коэффициент упругого закрепления $k$), совершает свободные малые продольные колебания, вызванные некоторым начальным возмущением. Плотность массы равна $\rho(x)$, модуль упругости – $E(x)$.

**Вариант 2**

Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня $0 \le x \le l$ теплоизолирована. Начальная температура стержня нулевая, один конец поддерживается при нулевой температуре, а другой теплоизолирован и с момента $t = 0$ действует распределенный внутренний источник тепла мощности $q(x)$.

**Вариант 3**

Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня теплоизолирована, а на концах происходит конвективный теплообмен со средами, температура которых $u_1$ и $u_2$. Начальная температура стержня нулевая

**Вариант 4**

Поставить краевую задачу:

На боковой поверхности тонкого стержня происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой $u_{cp} = \varphi(t)$. На одном конце его поддерживается температура $f(t)$, а на другой теплоизолирован. Начальная температура точек стержня равна нулю.

**Вариант 5**

Поставить краевую задачу:

Струна длины *l* плотностью $\rho(x)$ с жестко закрепленными концами совершает свободные малые поперечные колебания под действием импульса *P*(*x*), сообщенного точкам струны в момент времени $t = 0$, смещения точек струны в начальный момент равны нулю.

**Вариант 6**

Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины *l*, один конец которого закреплен жестко, а к другому с момента $t = 0$ приложена сила $F_0 = const$, совершает свободные малые продольные колебания. Начальные условия произвольные

**Вариант 7**

Поставить краевую задачу:

Однородная струна длины *l* с линейной плотностью $\rho(x)$ совершает малые поперечные колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости. Концы струны закреплены жестко. В начальный момент времени струна имеет форму $x(l - x)$, начальные скорости точек струны нулевые, внешние воздействия отсутствуют.

**Вариант 8**

Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины *l*, конец которого *x=0* закреплен, а к противоположному концу приложена сила *Q*, направленная вдоль стержня, совершает свободные малые продольные колебания. Скорости точек стержня в момент времени $t = 0$ описываются функцией $v(x)$, смещения в начальный момент равны нулю.

**Вариант 9**

Поставить краевую задачу:

Однородная струна, натянутая между точками $x = 0$ и $x = l$, совершает вынужденные малые поперечные колебания под действием силы *f(x,t)*, рассчитанной на единицу длины. В точке *x=l/2* струна оттягивается на небольшое расстояние *h* от положения равновесия и в момент времени $t = 0$ отпускается без начальной скорости.

**Вариант 10**

Поставить краевую задачу:

Однородная струна, жестко закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, имеет в начальный момент форму $u_0(x) = a\sin\left(\frac{2\pi}{l}x\right)$, Струна совершает свободные малые поперечные колебания Начальные скорости отсутствуют.

**Вариант 11**

Поставить краевую задачу:

Один конец стержня длины *d* и площадью поперечного сечения *S* и плотностью $\rho(x)$ закреплен упруго (коэффициент упругости *k*), а другой – свободен, совершает вынужденные продольные колебания под действием распределенной силы *G*(*t*), действующей вдоль стержня, при произвольных начальных данных.

**Вариант 12**

Поставить краевую задачу:

К концам однородного стержня длины *d* с площадью поперечного сечения *S* и плотностью $\rho(x)$ приложены сжимающие силы *F(t)* и *G(t),* начиная с момента $t = 0$.

Стержень совершает вынужденные продольные колебания под действием постоянной распределенной силы *P*, при нулевых начальных данных.

2. Контрольная №2 (Приведение к каноническому и простейшему виду уравнений с двумя независимыми переменными).

Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания. №№ 9–25 стр. 14, 16–25 стр.15.

Примерные задачи контрольной работы № 2

**Вариант 1**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $x<0$;

б) $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} - 7y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$u''_{xx} + 4u''_{xy} + 4u''_{yy} + 3u'_x + 6u'_y = 0.$

---

**Вариант 2**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $x>0$;

б) $x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\sqrt{xy}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$u''_{xx} + 2u''_{xy} + 5u''_{yy} + \frac{1}{2}u'_x + 2u'_y = 0.$

---

**Вариант 3**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

б) $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2\frac{\partial u}{\partial x} + u = 0$. $y<0$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$3u''_{xx} - 5u''_{xy} - 2u''_{yy} + 3u'_x + u'_y = 0.$

---

**Вариант 4**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 4\frac{\partial u}{\partial y} + 2\frac{\partial u}{\partial x} - u = 0$. $x<0$

б) $y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + 9x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$u''_{xx} + 4u''_{xy} + 5u''_{yy} + u'_x - u'_y + 4u = 0.$

---

**Вариант 5**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$. $x<0$

б) $y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sqrt{x}} - \sqrt{y}\right)\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$2u''_{xx} - 7u''_{xy} + 6u''_{yy} + 3u'_x + 5u = 0.$

---

**Вариант 6**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$ $x>0$;

б) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2x\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$u''_{xx} - 6u''_{xy} + 25u''_{yy} + 4u'_x + 8u'_y = 0.$

---

**Вариант 7**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$ $x>0, y>0$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$u''_{xx} - 2u''_{xy} - 3u''_{yy} + u'_y = 0.$

---

**Вариант 8**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$ $y>0$

б) $y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$u''_{xx} + 2u''_{xy} + u''_{yy} + 3u'_x - 5u'_y + 4u = 0.$

---

**Вариант 9**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$ $y<0$

б) $y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2x\frac{\partial u}{\partial x} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$4u''_{xx} - 4u''_{xy} + u''_{yy} + 6u'_x + 5u'_y = 0.$

---

**Вариант 10**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2y\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2\frac{\partial u}{\partial x} = 0.$

б) $x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$ $x<0, y<0$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

$$u''_{xx} + 3u''_{xy} + 2u''_{yy} + 3u'_x - 3u'_y - u = 0.$$

---

**Вариант 11**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

   а) $xy\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{y}{2}\dfrac{\partial u}{\partial x} - \dfrac{1}{2y}\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0.$ $x>0, y<0$

   б) $y^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4xy\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + 5x^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

   $u''_{xx} - 2u''_{xy} + u''_{yy} + 9u'_x + 9u'_y - 9u = 0.$

---

**Вариант 12**

1. Привести к каноническому виду уравнения:

   а) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xy\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{x}{2}\dfrac{\partial u}{\partial y} - \dfrac{1}{2x}\dfrac{\partial u}{\partial x} = 0.$ $x<0, y<0$

   б) $e^{2x}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2e^x\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0.$

2. Привести к простейшему виду уравнение:

   $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 3u''_{yy} + 5u'_x + u'_y + 4u = 0.$

---

3. Контрольная №3 (Решение задачи Коши для уравнений гиперболического типа. Решение задачи Коши и задач на полупрямой для волнового уравнения).
Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания. №№ 2,6,7,9,10,12 стр. 18, 5,6,7,8 стр.22.

Примерные задачи контрольной работы № 3

**Вариант 1**

Найти решение задачи Коши:

а) $u''_{xx} - u''_{xy} - 12u''_{yy} = 0,\ |x| < \infty,\ y > 0;\ u\big|_{y=0} = e^x,\ u'_y\big|_{y=0} = 0.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + x\sin t,\ t>0,\ |x|<\infty;\ u\big|_{t=0} = 3e^{-x},\ u'_t\big|_{t=0} = \dfrac{1}{x+1}$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 9u''_{xx},\ x>0,\ t>0,\ u(x,0) = x^2,\ u'_t(x,0) = x,\ u(0,t) = t^2$ .

б) $4u''_{tt} = u''_{xx} + 6xt,\ x>0,\ t>0$, $u(x,0) = \cos x, u'_t(x,0) = 0, u'_x(0,t) = \sin t$

---

**Вариант 2**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} - 4u''_{xy} + 3u''_{yy} = 0,\quad |x| < \infty,\ y>0;\ u\,|_{y=0} = 0,\ u'_y\,|_{y=0} = \sin x.$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} + x^2 + t^2,\ t>0,\ |x|<\infty;\ u\big|_{t=0} = x^2\sin x,\ u'_t\big|_{t=0} = \cos 2x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = u''_{xx},\ x>0,\ t>0$, $u(x,0) = \sin x,\quad u'_t(x,0) = 1,\quad u'_x(0,t) = \cos t$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} + e^{-(x+t)},\ x>0,\ t>0$, $u(x,0) = 1+x,\ u'_t(x,0) = 1-\cos x,\ u(0,t) = \cos t$

---

**Вариант 3**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + u''_{xy} - 2u''_{yy} = 0,\quad |x| < \infty,\ y>0;\ u\,|_{y=0} = \cos x,\ u'_y\,|_{y=0} = 1 - \sin x.$

б) $u''_{tt} = 4u''_{xx} + (x+t)^2,\ t>0,\ |x|<\infty;\ u\big|_{t=0} = \ln(x^2+1),\ u'_t\big|_{t=0} = \cos 2x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 9u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = x^3,\ u'_t(x,0) = 3x^2, u'_x(0,t) = 9t$

б) $25\,u''_{tt} = u''_{xx} + e^{-x},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = x,\ u'_t(x,0) = \sin x,\ u(0,t) = \sin t$

**Вариант 4**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} - 5u''_{xy} + 4u''_{yy} = 0,\quad |x| < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = \dfrac{1}{x+1},\ u'_y|_{y=0} = x.$

б) $u''_{tt} = 25\,u''_{xx} + e^{-2t},\ t > 0,\ |x| < \infty;\ u|_{t=0} = \dfrac{1}{x^2+1},\ u'_t|_{t=0} = \sin\ x.$

Решить смешанную задачу

а) $u''_{tt} = u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = x\cos x,\ u'_t(x,0) = 1,\ u(0,t) = \sin t \cdot \ln(1+t)$

б) $0{,}25\,u''_{tt} = u''_{xx} - xt,\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = \cos x, u'_t(x,0) = 0, u'_x(0,t) = \sin t$

**Вариант 5**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 3u''_{yy} = 0,\quad (x( < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = 2,\ u'_y|_{y=0} = \sin x.$

б) $u''_{tt} = 16\ \{u''_{xx} + 6,\ t > 0,\ (x( < \infty;\ u|_{t=0} = x^2,\ u'_t|_{t=0} = 4x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = x^2 + x,\ u'_t(x,0) = 2x,\ u'_x(0,t) = \sin t$

б) $u''_{tt} = 4u''_{xx} + x\sin t,\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = \cos x,\ u'_t(x,0) = 1,\ u(0,t) = 1 + \sin t$

**Вариант 6**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + u''_{xy} - 6u_{yy} = 0,\ |x| < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = e^x,\ u'_y|_{y=0} = 0.$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} + e^t,\ |x| < \infty,\ t > 0,\ u(x,0) = 1 + x,\ u'_t(x,0) = 4 - 3\cos\dfrac{x}{3}$

Решить смешанные задачи:

а) $9u''_{tt} = u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = e^{-x}, u'_t(x,0) = 0, u'_x(0,t) = e^{-t}$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + x^2 + t^2,\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = x^2,\ u'_t(x,0) = x, u(0,t) = \ln(1+t)$

**Вариант 7**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 3u_{yy} = 0,\ |x| < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = 1,\ u'_y|_{y=0} = e^x.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + e^x,\ t > 0,\ |x| < \infty;\ u|_{t=0} = \sin\ x,\ u'_t|_{t=0} = \cos\ x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 4u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0, u(x,0) = 1 + x,\ u'_t(x,0) = \cos x,\ u(0,t) = 1 - \sin t$

б) $0{,}25\,u''_{tt} = u''_{xx} - e^{-t},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = \cos x, u'_t(x,0) = 0, u'_x(0,t) = t^2$

**Вариант 8**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + 3u''_{xy} - 4u_{yy} = 0,\ |x| < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = \sin\ 2x,\ u'_y|_{y=0} = \sin\ x.$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} + e^{-t},\ t > 0,\ |x| < \infty;\ u|_{t=0} = \dfrac{1}{x^2+1},\ u'_t|_{t=0} = \sin x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 0{,}01 \cdot u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = (x+1)^2,\ u'_t(x,0) = 1,\ u'_x(0,t) = \cos(10t)$

б) $u''_{tt} = 4u''_{xx} + (2t - x)^2,\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = \cos x,\ u'_t(x,0) = 1, u(0,t) = \ln(1+t) + \cos t$

**Вариант 9**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} + 3u''_{xy} - 4u_{yy} = 0,\ |x| < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = \cos\ 2x,\ u'_y|_{y=0} = \cos\ x.$

б) $u''_{tt} = 9u''_{xx} - 6xt,\ |x| < \infty,\ t > 0$, $u(x,0) = x^2 + 1,\ u'_t(x,0) = 4x.$

Решить смешанную задачу

а) $u''_{tt} = 16u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0$, $u(x,0) = x, u'_t(x,0) = \sin x, u'_x(0,t) = \cos t$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + (t + x)^2,\ x > 0,\ t > 0$, $u(x,0) = x^2,\ u'_t(x,0) = x, u(0,t) = 1 - \cos t$

---

**Вариант 10**

Найти решение задачи Коши

а) $2u''_{xx} + 3u''_{xy} + u_{yy} = 0,\ |x| < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = \cos x,\ u'_y|_{y=0} = \sin x.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} - 4x^2,\ |x| < \infty,\ t > 0$, $u(x,0) = \sqrt{x^2 + 1},\ u'_t(x,0) = x^2.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 4u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0$, $u(x,0) = e^{-x},\ u'_t(x,0) = \cos x,\ u'_x(0,t) = t$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + \sin(t + x),\ x > 0,\ t > 0$, $u(x,0) = x^2 - 1,\ u'_t(x,0) = 0, u(0,t) = t - \cos t$

---

**Вариант 11**

Найти решение задачи Коши

а) $2u''_{xx} - u''_{xy} - u_{yy} = 0,\ |x| < \infty,\ y > 0;\ u|_{y=0} = \sin x,\ u'_y|_{y=0} = \cos x.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + xe^{-t},\ |x| < \infty,\ t > 0$, $u(x,0) = \cos^2 x,\ u'_t(x,0) = 1.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 16u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0$, $u(x,0) = x, u'_t(x,0) = \sin x, u'_x(0,t) = \cos t$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} - t\sin x,\ x > 0,\ t > 0$, $u(x,0) = 2, u'_t(x,0) = x - 1,\ u'_x(0,t) = t^2 + t$

---

**Вариант 12**

Найти решение задачи Коши

а) $u''_{xx} - u''_{yy} + 2u'_x + 2u'_y = 0,\ |y| < \infty,\ x > 0;\ u|_{x=0} = -y^2,\ u'_x|_{x=0} = 1 - y.$

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + x\sin t,\ |x| < \infty,\ t > 0$, $u(x,0) = \sin^2 x,\ u'_t(x,0) = x.$

Решить смешанные задачи:

а) $u''_{tt} = 4u''_{xx},\ x > 0,\ t > 0,\ u(x,0) = x^3,\ u'_t(x,0) = 0,\ u(0,t) = t^3$ .

б) $u''_{tt} = u''_{xx} + e^{-(x+t)},\ x > 0,\ t > 0$, $u(x,0) = \sqrt{x},\ u'_t(x,0) = 0,\ u'_x(0,t) = 4t$

---

4. Контрольная № 4 (Метод Фурье решения смешанных задач для уравнений гиперболического и параболического типов).

Евдокимов А.А., Павлова А.В., Рубцов С.Е. Уравнения математической физики. Методические указания. №№ 14,16 стр. 33, 19,21–23,26–29 стр.34.

Примерные задачи контрольной работы №4

**Вариант 1**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 36u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1$, $u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0$, $u(x,0) = 5\sin \pi x0,\ u_t(x,0) = 0$ .

б) $u_t = u_{xx} + u + xt(2 - t), t > 0, 0 < x < \pi$, $u_x(0,t) = t^2,\ u_x(\pi,t) = t^2, u(x,0) = \cos 2x.$

---

**Вариант 2**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 16u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1$, $u_x(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0$,

$u(x,0) = \cos\dfrac{3\pi}{2}x,\ u_t(x,o) = \cos\dfrac{\pi}{2}x.$

б) $u_t = u_{xx} + u, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0,\ u(l,t) = 0, u(x,0) = 1.$

---

**Вариант 3**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 4u_{xx} + t, t > 0, 0 < x < l$, $u_x(0,t) = 0$, $u_x(l,t) = t, u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = 0$.

б) $u_t = 9u_{xx} + 2u, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0, u(x,0) = 1$.

---

**Вариант 4**

Решить смешанную задачу

а) $u_{tt} = 9u_{xx} + e^{-t}, t > 0, 0 < x < \pi$, $u(0,t) = 0$, $u_x(\pi,t) = 0, u(x,0) = 0$, $u_t(x,o) = 1 - x$.

б) $u_t = u_{xx} - 4u + sin\dfrac{2\pi}{l}, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0, u(x,0) = x$.

---

**Вариант 5**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} + 2u_t = u_{xx} - u, t > 0, 0 < x < \pi$, $u(0,t) = 0$, $u(\pi,t) = t, u(x,0) = \pi x - x^2$, $u_t(x,0) = 0$.

б), $u_{tt} = 9u_{xx}, t > 0, 0 < x < 1$, $u(0,t) = t + 1$, $u(1,t) = t^3 + 2, u(x,0) = x + 1$, $u_t(x,0) = 0$.

---

**Вариант 6**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = u_{xx} - 2u_t - u, t > 0, 0 < x < \pi$, $u(0,t) = 0$, $u(\pi,t) = 0, u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = x$.

б) $u_t = u_{xx}, t > 0, 0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $u_x(0,t) = 0$, $u\left(\dfrac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x,0) = \pi/2 - x$.

---

**Вариант 7**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 36u_{xx} + 9\,sin\,t, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0$, $u_x(l,t) = 0, u(x,0) = x, u_t(x,0) = 0$.

б) $u_t = u_{xx} - t\cos x, t > 0, 0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $u_x(0,t) = 0$, $u\left(\dfrac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x,0) = \pi/2 - x$.

---

**Вариант 8**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = u_{xx} + x, t > 0, 0 < x < \pi$, $u(0,t) = 0$, $u(\pi,t) = 0, u(x,0) = \sin 2x$, $u_t(x,0) = 0$.

б) $u_t = 4u_{xx} + u + xt(2 - t), t > 0, 0 < x < \pi$, $u_x(0,t) = t^2$, $u_x(\pi,t) = t^2, u(x,0) = \cos x$.

---

**Вариант 9**

Решить смешанные задачи

а) $u_{tt} = u_{xx} + xe^{-t}, t > 0, 0 < x < 1$, $u(0,t) = 0$, $u_x(1,t) = 0, u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = 1 - x$.

б) $u_t = u_{xx} - 4u, t > 0, 0 < x < \pi$, $u(0,t) = 0$, $u(\pi,t) = 0, u(x,0) = x^2 - \pi x$.

**Вариант 10**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 25u_{xx} + x\,sin\,t, t > 0, 0 < x < 1$, $u(0,t) = 0$, $u(1,t) = 0, u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = 0$.

б) $u_t = u_{xx} - u, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0, u(x,0) = (l - x)x$.

---

**Вариант 11**

Решить смешанные задачи:

а) $u_{tt} = 16u_{xx} + 5\,sin\,t, t > 0, 0 < x < l$, $u(0,t) = 0$, $u_x(l,t) = 0, u(x,0) = x$, $u_t(x,0) = 0$.

б) $u_t = u_{xx}, t > 0, 0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $u_x(0,t) = 0$, $u\left(\dfrac{\pi}{2}, t\right) = 0, u(x,0) = \pi/2 - 2x$.

**Вариант 12**

Решить смешанные задачи:

а) $25u_{tt} = 4u_{xx}, t > 0, 0 < x < 2,\ u(0,t) = 0,\ u_x(2,t) = 0, u(x,0) = \sin\frac{\pi}{4}x,\ u_t(x,0) = \cos\frac{3\pi}{2}x.$

б) $u_t = u_{xx} - e^{-t}\sin 3x, t > 0, 0 < x < \pi,\ u(x,0) = 0,\ u(0,t) = 0, u_x(\pi,t) = 0.$

5. Контрольная № 5 (Метод Фурье решения раевых задач для уравнений Лапласа и пуассона).

**Примеры зачетных заданий**

Вариант 1

1. Поставить краевую задачу:

Упругий стержень переменного сечения $S(x)$, концы которого упруго закреплены (коэффициент упругого закрепления *k*), совершает свободные малые продольные колебания, вызванные некоторым начальным возмущением. Плотность массы равна $\rho(x)$, модуль упругости – $E(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $x<0$;

б) $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 4u''_{yy} + 3u'_x + 6u'_y = 0.$

Вариант 2

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня $0 \le x \le l$ теплоизолирована. Начальная температура стержня нулевая, один конец поддерживается при нулевой температуре, а другой теплоизолирован и с момента $t = 0$ действует распределенный внутренний источник тепла мощности $q(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $x>0$;

б) $u''_{xx} + 2u''_{xy} + 5u''_{yy} + \frac{1}{2}u'_x + 2u'_y = 0.$

Вариант 3

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня теплоизолирована, а на концах происходит конвективный теплообмен со средами, температура которых $u_1$ и $u_2$. Начальная температура стержня нулевая

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $3u''_{xx} - 5u''_{xy} - 2u''_{yy} + 3u'_x + u'_y = 0.$

Вариант 4

1. Поставить краевую задачу:

На боковой поверхности тонкого стержня происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой $u_{ср} = \varphi(t)$. На одном конце его поддерживается температура $f(t)$, а на другой теплоизолирован. Начальная температура точек стержня равна нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2x \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$

б) $u''_{xx} + 4u''_{xy} + 5u''_{yy} + u'_x - u'_y + 4u = 0.$

Вариант 5

1. Поставить краевую задачу:

Струна длины $l$ плотностью $\rho(x)$ с жестко закрепленными концами совершает свободные малые поперечные колебания под действием импульса $P(x)$, сообщенного точкам струны в момент времени $t = 0$, смещения точек струны в начальный момент равны нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$ $x<0$;

б) $2u''_{xx} - 7u''_{xy} + 6u''_{yy} + 3u'_x + 5u = 0.$

Вариант 6

1. Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины $l$, один конец которого закреплен жестко, а к другому с момента $t = 0$ приложена сила $F_0 = const$, совершает свободные малые продольные колебания. Начальные условия произвольные

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$ $x>0$;

б) $u''_{xx} - 6u''_{xy} + 25u''_{yy} + 4u'_x + 8u'_y = 0.$

Вариант 7

3. Поставить краевую задачу:

Однородная струна длины $l$ с линейной плотностью $\rho(x)$ совершает малые поперечные колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости. Концы струны закреплены жестко. В начальный момент времени струна имеет форму $x(l - x)$, начальные скорости точек струны нулевые, внешние воздействия отсутствуют.

4. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $u''_{xx} - 2u''_{xy} - 3u''_{yy} + u'_y = 0.$

Вариант 8

1. Поставить краевую задачу:

Однородный стержень плотностью $\rho(x)$ длины $l$, конец которого $x=0$ закреплен, а к противоположному концу приложена сила $Q$, направленная вдоль стержня, совершает свободные малые продольные колебания. Скорости точек стержня в момент времени $t = 0$ описываются функцией $v(x)$, смещения в начальный момент равны нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, $y>0$;

б) $3u''_{xx} + 10u''_{xy} + 3u''_{yy} + 2u'_x + 4u = 0.$

Вариант 9

1. Поставить краевую задачу:

Однородная струна, натянутая между точками $x=0$ и $x=l$, совершает вынужденные малые поперечные колебания под действием силы *f(x,t)*, рассчитанной на единицу длины. В точке *x=l/2* струна оттягивается на небольшое расстояние $h$ от положения равновесия и в момент времени $t=0$ отпускается без начальной скорости.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$, $y<0$;

б) $4u''_{xx}-4u''_{xy}+u''_{yy}+6u'_x+5u'_y=0.$

Вариант 10

1. Поставить краевую задачу:

Однородная струна, жестко закрепленная на концах $x=0$ и $x=l$, имеет в начальный момент форму $u_0(x)=a\sin\left(\frac{2\pi}{l}x\right)$, Струна совершает свободные малые поперечные колебания Начальные скорости отсутствуют.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2x\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-2\frac{\partial u}{\partial y}=0.$

б) $u''_{xx}+3u''_{xy}+2u''_{yy}+3u'_x-3u'_y-u=0.$

Вариант 11

1. Поставить краевую задачу:

Один конец стержня длины $d$ и площадью поперечного сечения $S$ и плотностью $\rho(x)$ закреплен упруго (коэффициент упругости *k*), а другой – свободен, совершает вынужденные продольные колебания под действием распределенной силы *G*(*t*), действующей вдоль стержня, при произвольных начальных данных.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $xy\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{y}{2}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{2y}\frac{\partial u}{\partial y}=0.$ $x>0$, $y<0$

б) $u''_{xx}-2u''_{xy}+u''_{yy}+9u'_x+9u'_y-9u=0.$

Вариант 12

1. Поставить краевую задачу:

К концам однородного стержня длины $d$ с площадью поперечного сечения $S$ и плотностью $\rho(x)$ приложены сжимающие силы *F(t)* и *G(t),* начиная с момента $t=0$. Стержень совершает вынужденные продольные колебания под действием постоянной распределенной силы *P*, при нулевых начальных данных.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $xy\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{y}{2}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{2y}\frac{\partial u}{\partial y}=0.$ $x<0$, $y<0$

б) $u''_{xx}+4u''_{xy}+3u''_{yy}+5u'_x+u'_y+4u=0.$

Вариант 13

1. Поставить краевую задачу:

Начальная температура тонкого однородного стержня длиной $l$ равна нулю. Конец $x=0$ стержня поддерживается при постоянной температуре $u_0$, а на конце $x=l$ происходит теплообмен с окружающей средой, температура которой равна нулю. Внутренних источников тепла стержень не имеет.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+x\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$. $x<0, y<0$

б) $9u''_{xx}-6u''_{xy}+u''_{yy}-4u'_x+6u'_y+12u=0.$

Вариант 14

1. Поставить краевую задачу:

Дана тонкая прямоугольная пластинка со сторонами $l$, $m$ для которой известно начальное распределение температуры $f(x, y)$. Боковые стороны $x=0$ и $x=l$ все время наблюдения удерживаются при температуре, равной нулю, а оба основания имеют заданное распределение температуры: $g_0(x,0,t)$, $g_1(x,m,t)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+x\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$. $x<0, y>0$

б) $2u''_{xx}+2u''_{xy}+u''_{yy}+4u'_x+4u'_y+u=0.$

Вариант 15

1. Поставить краевую задачу:

Концы однородной струны длиной $l$ упруго закреплены (коэффициент упругости $k$). Струна совершает свободные поперечные колебания при известных начальных смещениях $a(x)$ и скоростях $v(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+x\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+4\dfrac{\partial u}{\partial y}+2\dfrac{\partial u}{\partial x}-u=0$. $x>0$

б) $2u''_{xx}+3u''_{xy}-2u''_{yy}-2u'_x+5u'_y-u=0.$

Вариант 16

1. Поставить краевую задачу:

Однородная струна длины $l$ с линейной плотностью $\rho(x)$ совершает малые поперечные колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости. Концы струны закреплены жестко. В начальный момент времени струна имеет форму $\sin\left(\dfrac{\pi}{l}x\right)$, начальные скорости точек струны нулевые, внешние воздействия отсутствуют.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-y\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-2\dfrac{\partial u}{\partial x}+u=0$. $y<0$

б) $2u''_{xx}-5u''_{xy}+2u''_{yy}+u'_x+4u'_y+3u=0.$

Вариант 17

1. Поставить краевую задачу:

На боковой поверхности тонкого стержня происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой, температура которой $u_0$. На одном конце его поддерживается температура $f(t)$, а другой теплоизолирован. Начальная температура точек стержня равна нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\sqrt{xy}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+x\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{y}{\sqrt{x}}-\sqrt{y}\right)\dfrac{\partial u}{\partial y}=0.$

б) $u''_{xx}-3u''_{xy}+2u''_{yy}+4u'_x+4u'_y=0.$

Вариант 18

1. Поставить краевую задачу:

Боковая поверхность стержня теплоизолирована, на одном конце происходит конвективный теплообмен со средой, температура которой $u_1$, а на другом поддерживается постоянная температура $u_2$. Начальная температура стержня нулевая

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5x^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $u''_{xx} + 2u''_{xy} + u''_{yy} + 3u'_x - 5u'_y + 4u = 0.$

Вариант 19

1. Поставить краевую задачу:

Струна длины $l$ плотностью $\rho(x)$ с упруго закрепленными концами (коэффициент упругости $k$) совершает свободные малые поперечные колебания под действием под действием внешней распределенной нагрузки $F(x)$ смещения точек струны и их скорости в начальный момент равны нулю.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $x^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 7y^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $4u''_{xx} + 4u''_{xy} + 5u''_{yy} - 2u'_x + 4u'_y + 2u = 0.$

Вариант 20

1. Поставить краевую задачу:

Один конец стержня длины $d$ и площадью поперечного сечения $S(x)$ и плотностью $\rho(x)$ закреплен упруго (коэффициент упругости $k$), а другой – жестко, совершает свободные продольные колебания. В начальный момент времени стержень недеформирован, а его точки имеют скорость $v(x)$.

2. Привести к каноническому виду уравнения:

а) $y^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 6xy \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 9x^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

б) $u''_{xx} + 3u''_{xy} + 2u''_{yy} + 3u'_x - 3u'_y - u = 0.$

### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

**Вопросы к экзамену в 6 семестре**

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными. Постановка задач математической физики. Типы краевых условий.
2. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
3. Вывод уравнения колебания струны. Примеры других уравнений математической физики.
4. Вывод уравнения теплопроводности.
5. Вывод уравнений гидродинамики и акустики.
6. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (общий случай).
7. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическая поверхность. Примеры характеристик.
8. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными (гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа). Лемма о характеристиках
9. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Д’Аламбера

10. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Обобщенное решение.
11. Решение краевых задач для одномерного волнового уравнения на полупрямой.
12. Решение задачи Коши для двухмерного и трехмерного волновых уравнений. Формула Пуассона. Физический смысл решения.
13. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
14. Единственность и устойчивость решения задачи Коши для волнового уравнения (трехмерный случай).
15. Метод Фурье решения смешанных задач для волнового уравнения (для однородных и неоднородных уравнений и граничных условий). Единственность решения.
16. Примеры решения смешанных задач (задача о колебаниях ограниченной струны, задача о колебаниях круглой мембраны
17. Функции Бесселя. Свойства функций Бесселя.
18. Смешанные задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Корректность постановки смешанных задач для уравнения теплопроводности.
19. Применение метода Фурье к решению смешанных задач для уравнения теплопроводности (однородного и неоднородного).
20. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод функций Грина.
21. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном пространстве.
22. Основные типы краевых задач для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума для гармонических функций. Формулы Грина.
23. Единственность решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
24. Функции Грина внутренних задач Дирихле и Неймана.
25. Применение метода функций Грина к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для шара)
26. Неравенство Гарнака. Свойства гармонических функций (функции, гармонические во всем пространстве, теоремы о последовательностях гармонических функций).
27. Объемный и поверхностные потенциалы и их свойства.
28. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью потенциалов.
29. Применение метода Фурье к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге)
30. Интегральное преобразование Фурье (определение, свойства, пример применения преобразования Фурье к решению задач математической физики).
31. Интегральные преобразования на полупрямой (преобразование Лапласа, sin, cos-преобразования Фурье, преобразование Ханкеля).
32. Вариация функционала. Экстремум функционала. Вариационные задачи в математической физике.

**Вопросы к зачету в 5 семестре**

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными. Постановка задач математической физики. Типы краевых условий.
2. Корректность постановки задач математической физики. Пример Адамара.
3. Вывод уравнения колебания струны. Примеры других уравнений математической физики.
4. Вывод уравнения теплопроводности.
5. Вывод уравнений гидродинамики и акустики.
6. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных (общий случай).
7. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическая поверхность. Примеры характеристик.

8. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными (гиперболического типа, параболического типа, эллиптического типа). Лемма о характеристиках
9. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Д'Аламбера
10. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Обобщенное решение.
11. Решение краевых задач для одномерного волнового уравнения на полупрямой.
12. Решение задачи Коши для двухмерного и трехмерного волновых уравнений. Формула Пуассона. Физический смысл решения.
13. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения.
14. Единственность и устойчивость решения задачи Коши для волнового уравнения (трехмерный случай).
15. Метод Фурье решения смешанных задач для волнового уравнения (для однородных и неоднородных уравнений и граничных условий). Единственность решения.
16. Примеры решения смешанных задач (задача о колебаниях ограниченной струны, задача о колебаниях круглой мембраны

**Вопросы к зачету в 6 семестре**

1. Функции Бесселя. Свойства функций Бесселя.
2. Смешанные задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Корректность постановки смешанных задач для уравнения теплопроводности.
3. Применение метода Фурье к решению смешанных задач для уравнения теплопроводности (однородного и неоднородного).
4. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод функций Грина.
5. Решение задачи о распространении тепла в трехмерном пространстве.
6. Основные типы краевых задач для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума для гармонических функций. Формулы Грина.
7. Единственность решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
8. Функции Грина внутренних задач Дирихле и Неймана.
9. Применение метода функций Грина к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для шара)
10. Неравенство Гарнака. Свойства гармонических функций (функции, гармонические во всем пространстве, теоремы о последовательностях гармонических функций).
11. Объемный и поверхностные потенциалы и их свойства.
12. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью потенциалов.
13. Применение метода Фурье к решению краевых задач для уравнений эллиптического типа (решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге)
14. Интегральное преобразование Фурье (определение, свойства, пример применения преобразования Фурье к решению задач математической физики).
15. Интегральные преобразования на полупрямой (преобразование Лапласа, sin, cos-преобразования Фурье, преобразование Ханкеля).
16. Вариация функционала. Экстремум функционала. Вариационные задачи в математической физике.

## 4.3 Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

**Таблица - Оценка уровня сформированности компетенций**

| Показатели оценивания | Критерии оценивания компетенций | Шкала оценивания |
|---|---|---|
| знать:<br>способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат<br>способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой | Знает классификацию уравнений, постановки задач).<br>□ тематические электронные ресурсы<br>□ основные метода решения задач математической физики<br>□ основные прикладные пакеты, используемые для решения уравнений в частных производных<br>□ знать современные модели математической физики | Пороговый уровень |
| | □ находить решения: общие для основных типов дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка<br>□ осуществлять тематический поиск информации<br>□ выбирать методы решения поставленной задачи;<br>□ содержательно интерпретировать результаты<br>□ использовать электронные тематические ресурсы для углубления знаний по изучаемой дисциплине<br>делать выводы на основании полученных результатов. | Продвинутый уровень |
| | Владеть сетевыми навыками<br>□ навыками построения простейших математических моделей физических процессов;<br>□ методами исследования моделей физических процессов<br>□ навыками использования пакетов прикладных программ для решения задач математической физики<br>□ владеть навыками сбора и обработки информации | Высокий уровень |

**Таблица - Этапы формирования компетенций**

| № раздела дисциплины | Тематика занятий | Код компе-тенции | Формы проведения | Конкретизация компетенций (знания, умения, навыки) |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Постановка и классификация задач математической физики | ПК-2<br>ОПК-1<br>ОПК-3 | Обсуждение, тесты, решение ситуационных задач | - знать классификацию уравн¬ений, постановки задач).<br>тематические электронные ресурсы<br>основные метода решения задач мате-матической физики |
| 2 | Уравнения гиперболичес-кого типа. Основные задачи и методы их решения | ПК-2<br>ОПК-1<br>ОПК-3 | Обсуждение, тесты, решение ситуационных задач | - знать основные прикладные пакеты, используемые для решения уравнений в частных производных<br>- знать современные модели математической физики |
| 3 | Вариационные методы в математической физике | ПК-2<br>ОПК-1<br>ОПК-3 | Обсуждение, тесты, решение ситуационных задач | -знать параметры основных распределений случайных;<br>-уметь находить решения: общие для основных типов дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка<br>- осуществлять тематический поиск информации |
| 4 | Уравнения параболического типа. Основные задачи и методы их решения | ПК-2<br>ОПК-1<br>ОПК-3 | Обсуждение, тесты, решение ситуационных задач | -знать основные понятия взаимосвязей случайных величин;<br>-уметь рассчитывать тесноту связи случайных величин;<br>-владеть техникой применения показателей взаимосвязей случайных величин на практике |
| 5 | Уравнения эллиптического типа. Основные задачи. Теория потенциала | ПК-2<br>ОПК-1<br>ОПК-3 | Обсуждение, тесты, решение ситуационных задач | -знать теоретические основы дисперсионного анализа;<br>-уметь выбирать методы решения поставленной задачи;<br>содержательно интерпретировать результаты |
| | Применение интегральных преобразований к решению задач математической физики | | | Владеть навыками построения простейших математических моделей физических процессов;<br> методами исследования моделей физических процессов<br> навыками использования пакетов прикладных программ для |

**Таблица - Шкала оценки сформированных компетенций**

| Код и наименование компетенций | Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания | | |
|---|---|---|---|
| | **пороговый** | **базовый** | **продвинутый** |
| | **Оценка** | | |
| | Удовлетворительно /зачтено | Хорошо/зачтено | Отлично /зачтено |
| ПК-2<br>ОПК-1<br>ОПК-3 | контрольная работа | контрольная работа | контрольная работа |
| | Обсуждение вопросов по темам | Обсуждение вопросов по темам | Обсуждение вопросов по темам |
| | | Тест | Тест |
| | | | Решение прикладных ситуационных задач |

**5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

5.1 Основная литература:


1. Байков, В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/E4CC7C7D-F3F0-4CD2-8080-579C7F19DA97#page/1, 05.05.2017
2. Уравнения математической физики. Нелинейные интегрируемые уравнения : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / А. В. Жибер, Р. Д. Муртазина, И. Т. Хабибуллин, А. Б. Шабат. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. https://www.biblio-online.ru/viewer/771C984F-6865-4C58-975B-8020A14E00FF#/, 05.05.2017
3. Бекман, И. Н. Высшая математика: математический аппарат диффузии : учебник для бакалавриата и магистратуры / И. Н. Бекман. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 459 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-00025-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/437291
4. Ефремов, Ю. С. Методы математической физики в пакете символьной математики maple : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. С. Ефремов, М. Д. Петропавловский. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 302 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05278-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://biblio-online.ru/bcode/438849
5. Полянин, А. Д. Нелинейные уравнения математической физики в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для академического бакалавриата / А. Д. Полянин, В. Ф. Зайцев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 322 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02296-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL:https://biblio-online.ru/bcode/437083


5.2 Дополнительная литература:


1. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1988
3. Владимиров В.С., Михайлов В.П., Вашарин А.А., Каримова Х.Х, Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001.
4. Голоскоков Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. СПб.: Питер, 2004.
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Физматлит, 2006.

6. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М., Наука, 1973.
7. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., Наука, 1983.
8. Михлин С.Г. Курс математической физики. СПб, Лань, 2002.
9. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
10. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
11. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М.: Наука, 2004.
12. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / Под. ред. М. Абрамовица и И. Стигана. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1979.
13. Шубин М.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: МЦМНО, 2003.

5.3. Периодические издания:

1. Вестник МГУ сер.1 Математика. Механика.

**6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. URL: http://school-collection.edu.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: http://window.edu.ru/
3. Российское образование. Федеральный портал. URL: http://www.edu.ru/
Сайт Министерства образования и науки Российской федерации http://минобрнауки.рф/
4. Университетская библиотека ONLINE URL: http://www.biblioclub.ru/
5. Федеральный портал «Российское образование» URL: http://www.edu.ru/
6. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов. URL: http://fcior.edu.ru/
7. Электронная библиотека “Социология, психология, управление” URL: http://soc.lib.ru
8. Электронная библиотечная система издательства "Лань". URL: http://e.lanbook.com/
9. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ. URL: http://www.kubsu.ru/University/library/resources/Poisk2012.php

**7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Согласно письма Министерства образования и науки РФ № МОН-25486 от 21.06.2017 г «О разработке адаптированных образовательных программ» -Разработка адаптивной программы необходима в случае наличия в образовательной организации хотя бы одного обучающегося с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Система обучения основывается на рациональном сочетании нескольких видов учебных занятий (в первую очередь, лекций и практических (лабораторных) занятий), работа на которых обладает определенной спецификой.

Подготовка к лекциям.

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. Конспектирование лекций – сложный вид аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Работая над конспектом лекций, Вам всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

Подготовка к практическим (лабораторным) занятиям.

Подготовку к каждому практическому занятию необходимо начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Подготовка к лабораторным занятиям и практикумам носит различный характер, как по содержанию, так и по сложности исполнения. Проведение прямых и косвенных измерений предполагает детальное знание измерительных приборов, их возможностей, умение вносить своевременные поправки для получения более точных результатов . Многие лабораторные занятия требуют большой исследовательской работы, изучения дополнительной научной литературы.

В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала.

Защита лабораторных работ должна происходить, как правило, в часы, отведенные на лабораторные занятия. Студент может быть допущен к следующей лабораторной работе только в том случае, если у него не защищено не более двух предыдущих работ.

Рекомендации по работе с литературой.

Работу с литературой целесообразно начать с изучения общих работ по теме, а также учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу монографий и статей, рассматривающих отдельные аспекты проблем, изучаемых в рамках курса, а также официальных материалов и неопубликованных документов (научно-исследовательские работы, диссертации), в которых могут содержаться основные вопросы изучаемой проблемы.

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет.

Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер, и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции – это сравнительное чтение, в ходе которого Вы знакомитесь с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравниваете весомость и доказательность аргументов сторон и делаете вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Если в литературе встречаются разные точки зрения по тому или иному вопросу из-за сложности прошедших событий и правовых явлений, нельзя их отвергать, не разобравшись. При наличии расхождений между авторами необходимо найти рациональное зерно у каждого из них, что позволит глубже усвоить предмет изучения и более критично оценивать изучаемые вопросы. Знакомясь с особыми позициями авторов, нужно определять их схожие суждения, аргументы, выводы, а затем сравнивать их между собой и применять из них ту, которая более убедительна.

Следующим этапом работы с литературными источниками является создание конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы..

Таким образом, при работе с источниками и литературой важно уметь:

-  сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;
-  обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;
-  фиксировать основное содержание сообщений; формулировать, устно и письменно, основную идею сообщения; составлять план, формулировать тезисы;
-  готовить и презентовать развернутые сообщения типа доклада;
-  работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;
-  пользоваться реферативными и справочными материалами;
-  контролировать свои действия и действия своих товарищей, объективно оценивать свои действия;
-  обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим студентам;
-  пользоваться лингвистической или контекстуальной догадкой, словарями различного характера, различного рода подсказками, опорами в тексте (ключевые слова, структура текста, предваряющая информация и др.);
-  использовать при говорении и письме перифраз, синонимичные средства, слова-описания общих понятий, разъяснения, примеры, толкования, «словотворчество»;

- повторять или перефразировать реплику собеседника в подтверждении понимания его высказывания или вопроса;
- обратиться за помощью к собеседнику (уточнить вопрос, переспросить и др.);
- использовать мимику, жесты (вообще и в тех случаях, когда языковых средств не хватает для выражения тех или иных коммуникативных намерений).

Подготовка к промежуточной аттестации.

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

**8.1 Перечень информационных технологий.**

– Компьютерное тестирование по итогам изучения разделов дисциплины.

– Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.

– Использование электронных презентаций при проведении практических занятий.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Операционная система Microsoft Windows, пакет офисных приложений Microsoft Office, антивирус Avast Free Antivirus.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Банк Росси (ЦБ): www.cbr.ru.
2. Московская Межбанковская валютная биржа: www.micex.ru.
3. Федеральная служба государственной статистики: www.gks.ru
4. Информационный портал Всемирного банка: http//data.worldbank.org.
5. Эконометрический пакет Eviews http://www.eviews.com/home.html
6. Eviews http://statmethods.ru/trainings/eviews.html

## 9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).

| № | Вид работ | Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность |
|---|---|---|
| 1. | Лекционные занятия | Учебная аудитория Оборудование: телевизор, ноутбук, учебная мебель, доска учебная, учебно-наглядные пособия (тематические иллюстрации), сплит-система |
| 2. | Семинарские занятия | Не предусмотрено |
| 3. | Лабораторные занятия | Учебная аудитория Оборудование: телевизор, ноутбук, учебная мебель, доска учебная, учебно-наглядные пособия (тематические иллюстрации), сплит-система |
| 4. | Кабинет курсового проектирования (выполнения курсовых работ) | Оборудование: мультимедийный проектор, экран, персональные компьютеры, учебная мебель, доска учебная, выход в Интернет. |

| | | |
|---|---|---|
| 5. | Кабинет групповых и индивидуальных консультаций | Оборудование: персональный компьютер, учебная мебель, доска учебная, учебно-наглядные пособия |
| 6. | Кабинет текущего контроля и промежуточной аттестации | Оборудование: мультимедийный проектор, экран, персональные компьютеры, учебная мебель, доска учебная, выход в Интернет, учебно-наглядные пособия |
| 7. | Самостоятельная работа | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. |

.

Согласно письма Министерства образования и науки РФ № МОН-25486 от 21.06.2017г «О разработке адаптированных образовательных программ» - Разработка адаптивной программы необходима в случае наличия в образовательной организации хотя бы одного обучающегося с ограниченными возможностями здоровья

Для обучающихся из числа инвалидов обучение проводится организацией с учетом особенностей их психофизического развития, их индивидуальных возможностей и состояния здоровья (далее - индивидуальные особенности).

При проведении обучения инвалидов обеспечивается соблюдение следующих общих требований:

-проведение обучения для инвалидов в одной аудитории совместно с обучающимися, не имеющими ограниченных возможностей здоровья, если это не создает трудностей для обучающихся;

-присутствие в аудитории ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся инвалидам необходимую техническую помощь с учетом их индивидуальных особенностей;

-пользование необходимыми обучающимся инвалидам техническими средствами с учетом их индивидуальных особенностей;

-обеспечение возможности беспрепятственного доступа обучающихся инвалидов в аудитории, туалетные и другие помещения, а также их пребывания в указанных помещениях;

В зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, организация обеспечивает выполнение следующих требований при проведении занятий:

а) для слепых:

-задания и иные материалы оформляются рельефно-точечным шрифтом Брайля или в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением для слепых, либо зачитываются ассистентом;

-письменные задания выполняются обучающимися на бумаге рельефно-точечным шрифтом Брайля или на компьютере со специализированным программным обеспечением для слепых, либо надиктовываются ассистенту;

-при необходимости обучающимся предоставляется комплект письменных принадлежностей и бумага для письма рельефно-точечным шрифтом Брайля, компьютер со специализированным программным обеспечением для слепых;

б) для слабовидящих:

-задания и иные материалы оформляются увеличенным шрифтом;

-обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

-при необходимости обучающимся предоставляется увеличивающее устройство, допускается использование увеличивающих устройств, имеющихся у обучающихся;

в) для глухих и слабослышащих, с тяжелыми нарушениями речи:

-обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости обучающимся предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

г) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

-письменные задания выполняются обучающимися на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

Обучающийся инвалид при поступлении подает письменное заявление о необходимости создания для него специальных условий при проведении обучения с указанием особенностей его психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья (далее - индивидуальные особенности). К заявлению прилагаются документы, подтверждающие наличие у обучающегося индивидуальных особенностей (при отсутствии указанных документов в организации).