МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
_____ Хагуров Т.А.

29 мая 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.01

Уравнения с частными производными

Направление подготовки

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

«Преподавание математики и информатики»

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины «Уравнения с частными производными» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень высшего образования: бакалавриат)

Программу составил:
к.ф.-м.н., доц. МКМ

Марковский А. Н _____

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры
математических и компьютерных методов,
протокол № 11 от 21.04.2020.

Заведующий кафедрой математических и компьютерных методов

Лежнев А. В. _____

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры
функционального анализа и алгебры

протокол № 9 от 10.04.2020.

Заведующий кафедрой (выпускающей)

Барсукова В. Ю. _____

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии
факультета математики и компьютерных наук,
протокол № 2 от 30.04.2020.

Председатель УМК

факультета математики и компьютерных наук

Шмалько С. П. _____

Рецензенты:

Савенко И. В., коммерческий директор ООО «РосГлавВино»

Никитин Ю. Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины «Уравнения с частными производными» являются: подготовка в области уравнений в частных производных, находящих применение в задачах математической физике, механике, биологии, экологии. Овладение аналитическими и вычислительными методами решения начально краевых задач математической физики.

1.2 Задачи дисциплины.

Овладение основными понятиями, идеями и методами теории уравнений в частных производных; реализация алгоритмов метода базисных потенциалов решения основных начально краевых задач с использованием системы компьютерной алгебры (MathCAD), визуализация полученных результатов.

При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для анализа дифференциальных уравнений в частных производных и эффективно их решать. Получаемые знания лежат в основе математического образования и опираются на знания дисциплин: математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, теория функций комплексного переменного, вычислительные методы.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Уравнения с частными производными» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении общих и специальных курсов, при выполнении курсовых работ, связанных с применением компьютерных пакетов прикладных программ.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся компетенций

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ПК-1	способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	информационно-коммуникационные технологии и основные требования информационной безопасности	решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности
2.	ПК-2	способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	методы математического и алгоритмического моделирования	использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	навыками математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 7 зачетные единицы (252 часа, из них – 132 часа аудиторной нагрузки: лекционных 66 часов, лабораторных 66 часов; 68,8 часов самостоятельной работы; 6 часов КСР), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)	
			6-й	7-й
Контактная работа, в том числе:		**138.5**	**64**	**74,5**
Аудиторные занятия (всего)		**132**	**62**	**70**
Занятия лекционного типа		66	32	34
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		–	–	–
Лабораторные занятия		66	32	34
Иная контактная работа:		**6,5**	**4,2**	**2,3**
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	4	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5	0,2	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:		**68.8**	**39,8**	**29**
Проработка учебного (теоретического) материала		56,8	39,8	17
Подготовка к текущему контролю		12		12
Общая трудоемкость	**час.**	**252**	**108**	**144**
	в том числе контактная работа	**138.5**	**64**	**74,5**
	зач. ед	**7**	**3**	**4**

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 6 и 7 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
6-й семестр						
1	Функциональные пространства	32	9		9	14
2	Спектральные задачи	18	6		6	6
3	Уравнение диффузии	24	8		8	8
4	Гармонические функции	29,8	9		9	11,8
	Итого по дисциплине:	108	32		32	39,8
7-й семестр						
1	Теория потенциала	33	12		12	9
2	Обобщенное решение	22	8		8	6
3	Классификация уравнений второго порядка	18	6		6	6
4	Уравнений гиперболического типа	24	8		8	8
	Итого по дисциплине:	144	34		34	29

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
6-й семестр			
1	Функциональные пространства	Замыкание множества. Линейные многообразия плотные в нормированном пространстве. Банахово пространство. Пополнение нормированного пространства. Пространство Лебега. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных пространств. Пространства Соболева и простейшая теорема вложения. Неравенство Фридрихса	
2	Спектральные задачи	Гильбертовы пространства. Ряды Фурье. Полные ортогональные системы. Ортогональные разложения в гильбертовом пространстве. Формулы Остроградского и Грина. Спектральные задачи уравнения Лапласа	
3	Уравнение диффузии	Уравнение диффузии, принцип максимума. Первая краевая задача уравнения теплопроводности, единственность. Метод Фурье, существование решения. Стабилизация решения при неограниченном времени. Вторая краевая задача уравнения теплопроводности, существование. Вторая краевая задача, стабилизация. Обратная задача теплопроводности, некорректность. Обратная задача теплопроводности, регуляризация	
4	Гармонические функции	Фундаментальное решение уравнения Лапласа, свойства. Интегральное представление функции. Гармонические функции, свойства. Теорема о среднем. Подпространство гармонических функций, полная система потенциалов. Подпространство гармонических функций, лемма Новикова. Задача Робена, алгоритм, полнота системы	
7-й семестр			
1	Элементы теории потенциала	Потенциала двойного слоя, граничные свойства, интегральный оператор. Методы теории потенциала решения 1-ой и 2-ой краевых задач. Полнота системы альфа и бетта. Метод базисных потенциалов. Внутренняя задачи Дирихле и Внутренняя задачи Неймана.	

		Алгоритмы. Бигармоническая задача, единственность, алгоритм МБП	
2	Обобщенное решение	Другое определение обобщенной производной. Теорема Рисса об общем виде линейных функционалов. Вложение гильбертовых пространств. Следствие из теоремы Рисса. Существование и единственность решения задачи Дирихле уравнения Пуассона	
3	Классификация уравнений второго порядка	Уравнения характеристик. Классификация уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду. Соотношения на характеристиках. Сетка характеристик, метод характиристик	
4	Уравнений гиперболического типа	Вывод уравнений звуковых колебаний. Основные задачи. Уравнения звуковых колебаний, основные задачи. Краевые задачи на примере уравнения мембраны. Метод Фурье для первой краевой задачи. Вторая краевая задача звуковых колебаний мембраны. Закон сохранения и теорема единственности	

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
	6-й семестр	
1	Вычисление криволинейного интеграла первого и второго рода	ЛР
2	Вычисление криволинейных интегралов специального випа	ЛР
3	Вычисление двойного интеграла по заданной области	ЛР
4	Интегральное представление заданной функции	ЛР
5	Ортогональные вистемы. Разложение в ряд Фурье заданной функции	ЛР
6	Представление решение уравнения теплопроводности	ЛР
7	Алгоритм решения обратной задачи теплопроводности	ЛР
8	Регуляризация решения обратной задачи теплопроводности	ЛР
9	Задача Робена	ЛР
	7-й семестр	
10	Внутренняя краевая задача Дирихле для уравнения Лапласа	ЛР
11	Внешняя краевая задача Дирихле для уравнения Лапласа	ЛР
12	Внутренняя краевая задача Неймана для уравнения Лапласа	ЛР
13	Внешняя краевая задача Неймана для уравнения Лапласа	ЛР
14	Внутренняя краевая задача Дирихле для уравнения Пуассона	ЛР
15	Бигармоническая задача	ЛР
16	Задача собственного вихря заданной области	ЛР
17	Приведение уравнения к каноническому виду	

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Литература из основного и дополнительного списков
2	Подготовка к текущему контролю	Образцы программ по темам лабораторных занятий в электронном виде

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, зачет и экзамен.

Разбор практических задач и примеров, моделирование ситуаций, приводящих к тем или иным ошибкам в программе, выработка навыков выявления и исправления ошибок в процессе написания программы. Построение тестовых примеров для выявления ошибок в программе и сравнения эффективности различных алгоритмов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

4.1.1 Примерный перечень тем для рефератов и устных опросов

1. Дайте определение квазилинейного уравнения первого порядка, его решения?
2. Какое геометрическое толкование можно дать квазилинейному уравнению первого порядка, его решению, характеристикам?
3. Сформулируйте задачу Коши для квазилинейного уравнения первого порядка и дайте ей геометрическую интерпретацию.
4. Чем определяется тип уравнения второго порядка?

5. С помощью, каких преобразований можно уравнение второго порядка привести к каноническому виду?
6. Найти области гиперболичности, эллиптичности и параболичности уравнения и привести его к каноническому виду в области гиперболичности.
7. Сформулируете теорему Коши-Ковалевской.
8. Дайте определение корректно поставленной задачи математической физики.
9. Каковы характерные особенности задач, приводящихся к уравнениям гиперболического типа?
10. В чем заключается физическая интерпретация формулы Даламбера?
11. Что такое прямая и обратная волна?
12. Что такое область зависимости решения?
13. Чем объясняется тот факт, что принцип Гюйгенса не имеет места в плоском случае?
14. Пользуясь методом спуска, получите из формулы Пуассона решения задачи о колебании бесконечной струны.
15. Что такое запаздывающий потенциал?
16. В каком случае может существовать стационарное решение неоднородного уравнения с неоднородными граничными условиями?
17. Какая задача называется характеристической?

4.1.2 Образцы индивидуальных заданий

Номер варианта k задания определяется номером студента по списку группы. Каждому варианту соответствует криволинейный треугольник Q_k с границей $S = S_k$ (см. [5], с. 5).

Задание № 1 (k). Вычислить аналитически и на компьютере (в системе символьной алгебры) двойной и криволинейные интегралы первого и второго рода

$$J_0 = \iint\limits_Q dxdy, \quad J_1 = \int\limits_S 2\,ds, \quad J_2 = \int\limits_S y\,dx,$$

по указанным контурам $S = S_k$ с положительным направлением обхода, записав для каждой части контура S_k параметрическое представление и соответствующие определенные интегралы, учитывая направление обхода.

Задание № 2 (k). Вычислить значения криволинейного интеграла

$$J_3(x_m, y_m) = \frac{1}{4\pi} \int\limits_S \frac{\partial}{\partial n} \ln\left(\left(x - x^m\right)^2 + \left(y - y^m\right)^2\right) ds,$$

где $S = S_k$ – указанный для каждого варианта контур, точки $\left(x^m, y^m\right)$, $\mathrm{m} = 1, 2, 3$ – соответственно внешняя, граничная и внутренняя точки (выбрать самостоятельно), $n = \vec{n}(x, y)$– внешняя единичная нормаль к S.

Задание № 3. 1) Доказать, что функция $\ln\left(\left(x - x^m\right)^2 + \left(y - y^m\right)^2\right)$ является гармонической при $(x, y) \neq \left(x^m, y^m\right)$, а функция

$$\beta(r, t) = \int\limits_S \ln\left((x - r)^2 + (y - t)^2\right) ds$$

гармоническая в Q и в области $Q^+ = R^2 \setminus \overline{Q}$.

2) Доказать асимптотическое равенство

$$\beta(r,t) = \ln\left((r)^2 + (t)^2\right)\int_S ds + o(1), \qquad r^2 + t^2 \to \infty .$$

Задание № 4 (k). Построить аналитическое решение методом Фурье при $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$ и $f(x) = 0$ и представить формулы коэффициентов Фурье задачи

$$u_t = u_{xx}(x,t) + f(x), \quad x \in (0,1), \quad t \in (0, \mathrm{T}),$$

$$u\big|_{x=0} = \varphi_0(t), \quad u\big|_{x=1} = \varphi_1(t),$$

$$u\big|_{t=0} = H(x).$$

Функция $y = H(x)$, определяется для варианта k криволинейными сторонами треугольника Q_k.

Задание № 5 (k). Построить аналитическое решение методом Фурье при $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$ и $f(x) = 0$ и представить формулы коэффициентов Фурье задачи

$$u_t = u_{xx}(x,t) + f(x), \quad x \in (0,1), \quad t \in (0, \mathrm{T}),$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{x=0} = \varphi_0(x), \quad \left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{x=1} = \varphi_1(x),$$

$$u\big|_{t=0} = H(x).$$

Задание № 6 (k). Для решений задач 4 и 5, вычислить N первых коэффициентов Фурье h_n начальной функции $y = H(x)$, построить графики функций $u^N(0.3, t)$, $u^N(0.5, t)$, $0 \le t \le T$ ($N = 5$, 10, 20, сравнить их на одном графике), получить графики функций $y = H(x)$, $y = u^N(x, 0)$ и оценку $\left\| u^N(x, 0) - H(x) \right\|_{(0,1)}$.

Задание № 7 (k). Решить задачи 4 и 5 для неоднородного уравнения теплопроводности при $f(x) = 0.5 q \sin q\pi x$, где q=2 для нечетных номеров и q=4 для четных номеров k; построить графики функций $u^N(0.3, t)$, $u^N(0.5, t)$, $t > 0$; получить формулы для $c_m(t)$.

Задание № 8 (k). <u>Обратная теплопроводность</u>. Найти начальное распределение $v(x,t)\big|_{t=0} = G(x)$. температуры в стержне, если в момент времени T>0 задано финальное распределение $g(x)$ – указанная выше функция, $v(x,t)$ – решение задачи:

$$v_t(x,t) = \Delta v(x,t)\big|_{x \in Q}, \quad v(x,t)\big|_{\partial Q} = 0, \quad v(x,t)\big|_{t=T} = g(x),$$

Рассмотреть метод простейшей регуляризации, δ – малый положительный параметр:

$$v_t(x,t) = \Delta v(x,t)\big|_{x\in Q}, \quad v(x,t)\big|_{\partial Q} = 0, \quad \delta v(x,0)\big| + v(x,T) = g(x)$$

Для данного T (T = 0.1, 0.2) и выбранного δ вычислить $c_K(t)$, получить решение обратной задачи в виде конечной суммы Фурье $v^N(x,t)$, определить приближенно искомую начальную функцию $v\ (x,0)$, для нее получить решение прямой задачи $u(x,t)$ с начальным условием $u\big|_{t=0} = v\ (x,0)$, вычислить финальную погрешность $\|u(x,T) - H(x)\|_{(0,1)}$ при разных δ и N.

Задание № 9 (k). Потенциал простого слоя

$$\mathrm{R(x)} = \int_S \varphi^*(y)E(x-y)dS_y,$$

принимающий постоянные значения на границе

$$R(x)|_S = R_S \equiv \mathrm{const},$$

называется потенциалом Робена, а φ^* и R_S – плотностью и константой Робена соответственно. Для заданной кривой S найти плотность φ^* и константу R_S Робена. Используя метод базисных потенциалов.

Задание № 10 (k). Для краевой задачи Неймана для уравнения Пуассона

$$\Delta v(x,y)\big|_D = f(x,y),\ ,\ (x,y)\in D,$$

$$\left.\frac{\partial v}{\partial n}\right|_{\partial D} = 0.$$

в области $D = (0,\pi)\times(0,\pi)$ вычислить коэффициенты v_{nk} разложения решения $v(x,y)$ по ортонормированной системе $\varphi_{nk}(x,y)$ и получить аналитическое решение (в виде ряда), где $f(x,y) = H(x)\cos(2y)$ для нечетных вариантов k и $f(x,y) = \sin x\, H(y)$ для четных вариантов k; функция $H(x)$ для варианта k определяется сторонами $S2$, $S3$ криволинейного треугольника Q_k. Представить график поверхности $v^N(x,y)$; графики $\Delta v^N(x,y)$ и вычислить погрешность $\varepsilon(N) = (\iint\limits_D (\Delta v^N(x,y) - f(x,y))^2 dx\,dy)^{1/2}$; для $n, k = 0,1,\ldots,7$ представить таблицу коэффициентов v_{nk}. Использовать метод Фурье (метод разложения по собственным функциям оператора Лапласа образующими полную систему в подпространстве $L_2^C(D)$, ортогональном единице, $L_2(D) = \{1\}\oplus L_2^C(D)$):

$$\varphi_{n0}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\cos n\,x, \quad \varphi_{0k}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\cos k\,y,$$

$$\varphi_{nk}(x,y) = \frac{2}{\pi}\cos n\,x\cos k\,y, \quad n, k = 1, 2,\ldots$$

Задание № 11 (k). Решить численно внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа

$$\Delta u(x,y)\big|_Q = 0,\ (x,y)\in Q,$$

$$u\big|_S = g(x,y),$$

используя систему функций α^+_m, $m=1,\dots,N$; где $Q=Q_k$, $\partial Q_k = S = S1\cup S2\cup S3$, $g(x,y)=M$ при $(x,y)\in S$. Представить линии уровня функции $u^N(x,y)$; вычислить погрешность $\delta(N)=\left\|g-u^N\right\|_S$ для разных N. Вычислить интеграл по S от нормальной производной $u^N(x,y)$.

Задание № 12 (k). Решить численно краевую задачу для бигармонического уравнения

$$\Delta^2 w(x,y)\big|_Q = 0,\quad (x,y)\in Q,$$

$$w\big|_S = a(x,y),\quad \left.\frac{\partial w}{\partial n}\right|_S = b(x,y),$$

где $a(x,y)=\begin{cases}-1, (x,y)\in S_1,\\ 0, (x,y)\in S_2,\\ 1, (x,y)\in S_3,\end{cases}$ и $b(x,y)=\begin{cases}0, (x,y)\in S_1,\\ 1, (x,y)\in S_2,\\ 0, (x,y)\in S_3.\end{cases}$

Представить: формулировку задачи, представление решения $w(x,y)$, график линий уровня функции $w(x,y)$, погрешность $\delta(N)=\left\|g-w^N\right\|_S$, таблицу вычисленных коэффициентов (физическая интерпретация: если $w(x,y)$ – функции тока, то вершины треугольника – это точечные источники и стоки).

Задание № 13 (k). Решить численно краевую задачу для бигармонического уравнения при условии $a(x,y)=0$, $b(x,y)=\varphi^*(x,y)$, где $\varphi^*(x,y)-$плотность потенциала Робена для S. Решение $w(x,y)-$собственный (регулярный) вихрь области.

Задание № 14 (k). Для номеров $\mathrm{k}=1,2,\dots,12$ решить задачу

$$u_{tt}=u_{xx}(x,t)+f(x),\quad x\in(0,\pi),\quad t\in(0,\mathrm{T}),$$

$$u\big|_{x=0}=\varphi_0(t),\quad u\big|_{x=\pi}=\varphi_1(t),$$

$$u\big|_{t=0}=u^0(x),\quad \left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{t=0}=u^1(x),$$

$\varphi_1(t)=\varphi_0(t)=0,$ разложением функций по синусам кратных дуг (при этом $a_n(t)=0$). Для номеров $\mathrm{k}=1,2,\dots,6$ взять $u^0(x)=H(x),\ x\in(0,1)$, $u^0(x)=0,\ x\in(1,\pi)$; $u^1(x)=0$. Для номеров $\mathrm{k}=7,\dots,12$ – $u^0(x)=0,\ u^1(x)=H(x),\ x\in(0,1),\ u^1(x)=0,\ x\in(1,\pi)$. Функция $H(x)$ $x\in(0,1)$, определяется криволинейными сторонами треугольника Q_k. Записать в аналитическом виде решение задачи методом Фурье при $f(x)=0$; выписать формулы для коэффициентов $b_n(t)$: $b_n''(t)=-n^2 b_n(t),\ b_n'(0)=u_n^0,\ b_n'(0)=u_n^1$. Выбрать N для

приближенного решения $u^N(x,t)=\sum_1^N b_n(t)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sin nx$, построить графики функций $u(x_j,\,t),\ t>0$, для некоторых x_j, графики функций $\left\|(u_x(x,t))\right\|^2_{(0,\pi)}$, $\left\|(u_t(x,t))\right\|^2_{(0,\pi)}$ и их суммы. Сделать «анимацию» графиков $u(x,\ ph),\ x\in(0,\pi)$, p=1, 2, …, при некотором малом h.

Задание № 15 (k). Решить эту задачу для неоднородного уравнения

$$u_{tt}=u_{xx}(x,t)+f(x),\quad x\in(0,\pi),\quad t\in(0,\mathrm{T}),$$

при $f(x)=0.5q\sin q\pi x$, где q=2 для нечетных номеров и q=4 для четных номеров k; построить графики функций $u(0.3,t),\ u(0.5),\quad t>0$. Замечание. Заменой искомой функции можно перейти к задаче с однородным уравнением.

Для получения зачёта студент должен выполнить и сдать преподавателю полученные практические семестровые задания.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

4.2.1 Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные функциональные пространства.
2. Замыкание множества.
3. Линейные многообразия плотные в нормированном пространстве.
4. Банахово пространство.
5. Пополнение нормированного пространства.
6. Пространство Лебега.
7. Изоморфизм, изометрия и вложение нормированных пространств.
8. Пространства Соболева и простейшая теорема вложения.
9. Неравенство Фридрихса.
10. Гильбертовы пространства.
11. Ряды Фурье.
12. Полные ортогональные системы.
13. Ортогональные разложения в гильбертовом пространстве.
14. Формулы Остроградского и Грина.
15. Спектральные задачи уравнения Лапласа
16. Уравнение диффузии, принцип максимума.
17. Первая краевая задача уравнения теплопроводности, единственность.
18. Метод Фурье, существование решения.
19. Стабилизация решения при неограниченном времени.
20. Вторая краевая задача уравнения теплопроводности, существование.
21. Вторая краевая задача, стабилизация.
22. Обратная задача теплопроводности, некорректность.
23. Обратная задача теплопроводности, регуляризация.
24. Гармонические функции.
25. Фундаментальное решение уравнения Лапласа, свойства.
26. Интегральное представление функции.
27. Гармонические функции, свойства.
28. Теорема о среднем.
29. Подпространство гармонических функций, полная система потенциалов.
30. Подпространство гармонических функций, лемма Новикова.
31. Задача Робена, алгоритм, полнота системы.

32. Потенциала двойного слоя, граничные свойства, интегральный оператор.
33. Методы теории потенциала решения 1-ой и 2-ой краевых задач.
34. Полнота системы альфа и бетта.
35. Метод базисных потенциалов.
36. Внутренняя задачи Дирихле и Внутренняя задачи Неймана. Алгоритмы.
37. Бигармоническая задача, единственность, алгоритм МБП.
38. Определение обобщенной производной.
39. Теорема Рисса об общем виде линейных функционалов.
40. Вложение гильбертовых пространств.
41. Следствие из теоремы Рисса.
42. Существование и единственность решения задачи Дирихле уравнения Пуассона
43. Классификация уравнений второго порядка.
44. Уравнения характеристик.
45. Классификация уравнений второго порядка.
46. Приведение к каноническому виду.
47. Соотношения на характеристиках.
48. Сетка характеристик, метод характиристик
49. Уравнений гиперболического типа.
50. Вывод уравнений звуковых колебаний. Основные задачи.
51. Уравнения звуковых колебаний, основные задачи.
52. Краевые задачи на примере уравнения мембраны.
53. Метод Фурье для первой краевой задачи.
54. Вторая краевая задача звуковых колебаний мембраны.
55. Закон сохранения и теорема единственности

4.2.2 Примерные билеты к экзамену

БИЛЕТ № 1

1. Пространства Соболева и простейшая теорема вложения
2. Классификация уравнений второго порядка

Зав. кафедрой математических (М.И. Дроботенко)
и компьютерных методов

БИЛЕТ № 2

1. Первая краевая задача уравнения теплопроводности, единственность
2. Существование и единственность решения задачи Дирихле уравнения Пуассона

Зав. кафедрой математических (М.И. Дроботенко)
и компьютерных методов

Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. М.: Физматлит, 2000. — 400 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/2363#book_name
2. Треногин В.А. Функциональный анализ. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. М.: Физматлит, 2007. — 488 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59471?category_pk=911#book_name
3. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. М.: Лаборатория знаний, 2015. — 263 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/70703?category_pk=906#book_name
4. Вашарин А.А., Владимиров В.С., Каримова Х.Х., Михайлов В.П., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Сборник задач по уравнениям математической физики. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. М.: Физматлит, 2003. — 288 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59314#book_name

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах.

5.2 Дополнительная литература:

1. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. М.: Физматлит, 2009. — 404 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59551#book_name
2. Соболева Е.С., Фатеева Г.М. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. М.:Физматлит, 2012, — 96 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/5295#book_name
3. Треногин В.А., Недосекина И.С. Уравнения в частных производных. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. М.: Физматлит, 2013. — 228 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/59744?category_pk=3145#book_name

5.3. Периодические издания:

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

1. Электронно-библиотечная система Издательства «Лань» http://e.lanbook.com.
2. Список литературы по MathCAD. Образовательный математический сайт: http://www.exponenta.ru/soft/mathcad/mathcad_book.asp
3. Общероссийский математический портал - www.mathnet.ru;

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, рассматриваются основные приёмы решения задач и решаются примеры практических задач.

На лабораторных занятиях студенты, решая семестровые задания, приобретают практические навыки применения компьютерных пакетов, написания и отладки программ, программной реализации алгоритмов компьютерной графики.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Уравнения в частных производных», во время которой студенты осуществляют проработку необходимого материала, используя литературу из основного и дополнительного списков, готовятся к текущему контролю, изучая примеры задач, рассмотренных на лекциях и на практических занятиях, и образцы программ по темам лабораторных занятий (выдаются студентам в электронном виде).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

8.1 Перечень информационных технологий.

Освоение курса «Уравнения в частных производных» предполагает теоретическое изучение компьютерных технологий и проведение практических занятий с использованием компьютера.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Пакет компьютерной (символьной) алгебры MATHCAD 14.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Мурашкин В. Г. Инженерные и научные расчеты в программном комплексе MathCAD: учебное пособие. – Самара: СГАСУ, 2011. – 84 с. - доступно: www.biblioclub.ru – Университетская библиотека ONLINE.
2. Список литературы по MathCAD. Образовательный математический сайт: http://www.exponenta.ru/soft/mathcad/mathcad_book.asp.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная компьютерами для работы студентов и компьютером для преподавателя, подключенным к интерактивной доске.
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Лаборатория, укомплектованная компьютерами для работы студентов и компьютером для преподавателя, подключенным к интерактивной доске.
4.	Самостоятельная работа	Лаборатория, укомплектованная компьютерами для работы студентов