

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования — первый  
проректор  
\_\_\_\_\_ Казуров Т.А.  
подпись  
«29» мая 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.15 АЛГЕБРА**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Направленность (профиль) Преподавание математики и информатики  
Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины АЛГЕБРА

составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составили:

Н.А. Наумова, докт.техн. наук, доцент

\_\_\_\_\_   
подпись

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры протокол № 9 «10» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (разработчик) Барсукова В.Ю.

\_\_\_\_\_   
фамилия, инициалы

\_\_\_\_\_   
подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры

протокол № 9 «10» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.

\_\_\_\_\_   
фамилия, инициалы

\_\_\_\_\_   
подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета

\_\_\_\_\_   
протокол № 2 «30» апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П.

\_\_\_\_\_   
фамилия, инициалы

\_\_\_\_\_   
подпись

Рецензенты:

Чубырь Н.О, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики КубГТУ

Марковский А.Н., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического моделирования КубГУ

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у студентов базовых знаний по алгебре.

### 1.2 Задачи дисциплины

Задачи освоения студентами дисциплины – получение основных теоретических сведений, развитие познавательной деятельности и приобретение практических навыков работы с понятиями по следующим разделам алгебры: системы линейных уравнений, матрицы и действия над ними, определители, комплексные числа, многочлены, алгебраические системы (группы, кольца, векторные пространства, алгебры), начала теории бинарных отношений, конечномерные векторные пространства, линейные отображения векторных пространств, инвариантные подпространства линейных операторов, жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора, сопряженное отображение, канонический вид матриц линейных (нормального, самосопряженного, ортогонального и унитарного) операторов, билинейные и квадратичные формы, метрические векторные пространства, классификация квадрик, группы преобразований и классификация движений, основы тензорной алгебры, начала теории групп, понятие о конечных полях.

При освоении дисциплины «Алгебра» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра» включена в блок Б.1 обязательной части учебного плана по направлению подготовки 01.03.01 Математика и является обязательной дисциплиной в освоении математических знаний. Курс «Алгебра» читается на 1, 2 курсах: 1-3 семестры. Для изучения дисциплины достаточно знаний школьного курса алгебры и геометрии. Знания, полученные в этом курсе, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций ОПК-1, ПК-1

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в	возможные сферы применения алгебра-	применять полученные навыки в дру-	навыками применения алгебраических зна-

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ических знаний в других областях математики и дисциплинах естественного содержания	гих областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	ний в других областях математики и дисциплинах естественнонаучного содержания
2.	ПК-1	Способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	формулировки актуальных и важных утверждений и задач алгебры, методы их решения	применять знания по алгебре при решении актуальных и важных задач	методами решений актуальных и важных задач алгебры

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных единиц (576 часов, из них – 306 часов аудиторной работы: лекционных 134 часов, лабораторных 172 часов; КСР – 12 часов, 113,6 часа самостоятельной работы). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)		
		1	2	3
<b>Контактная работа, в том числе:</b>				
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>306</b>	<b>102</b>	<b>118</b>	<b>86</b>
Занятия лекционного типа	134	50	50	34
Лабораторные занятия	172	52	68	52
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)				
<b>Иная контактная работа:</b>				
Контроль самостоятельной работы (КСР)	10	2	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	1,3	0,5	0,5	0,3
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>115,6</b>	<b>30,8</b>	<b>39,8</b>	<b>45</b>
Курсовая работа				
Проработка учебного (теоретического) материала	32	10	12	10
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	30	6	10	14

Реферат				
Подготовка к текущему контролю	51,6	12,8	15,8	23
<b>Контроль:</b>				
Подготовка к экзамену	143,1	44,7	53,7	44,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	576	180	216
	<b>в том числе контактная работа</b>	317,3	104,5	122,5
	<b>зач. ед</b>	16	5	6

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в **первом** семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоятельная работа
			Л	ЛЗ	
1	2	3	4	5	6
1,2	Системы линейных уравнений	23,8	8	10	5,8
3	Матрицы	25	10	10	5
4	Определители	25	10	10	5
5	Отображения множеств	16	6	6	4
6	Алгебраические системы	20	8	8	4
7	Комплексные числа	21	8	8	5
	<b>Итого:</b>		50	52	28,8

Разделы дисциплины, изучаемые во **втором** семестре:

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоятельная работа
			Л	ЛЗ	
1	2	3	4	5	6
8,9	Многочлены	42	14	18	10
10	Векторные пространства	34	10	14	10
11	Евклидовы и унитарные пространства	33,8	10	16	7,8
12	Линейные отображения векторных пространств	46	16	20	10
	<b>Итого:</b>		50	68	37,8

Разделы дисциплины, изучаемые в **третьем семестре**:

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Самостоя-тельная ра-бота
			Л	ЛЗ	
1	2	3	4	5	6
13	Линейные операторы ев-клидовых и унитарных пространств	30	8	12	10
14	Квадратичные формы	30	8	12	10
15	Элементы многомерной геометрии	28	6	12	10
16	Начала теории групп	21	6	8	7
17	Элементы теории колец и полей	24	6	8	10
	<b>Итого:</b>		34	52	47
	<b>Всего:</b>		134	172	115,6

**2.3 Содержание разделов дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Введение	Истоки алгебры. Место алгебры в математике и ее приложениях.	
2	Системы линейных уравнений (СЛУ)	Элементарные преобразования над уравнениями СЛУ, эквивалентность. Метод Гаусса, исследование СЛУ ступенчатого вида. Арифметическое линейное пространство строк $R^n$ . Линейная комбинация строк (транзитивность), линейная зависимость. База системы строк, ранг. Подпространство в $R^n$ , его базис и размерность. Однородная СЛУ, пространство ее решений, фундаментальная совокупность решений. Связь между множествами решений СЛУ и ассоциированной с ней однородной СЛУ	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
3	Матрицы	Матрицы с действительными элементами, их виды. Совпадение рангов матрицы по строкам и столбцам, ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Операции над матрицами: сложение и вычитание матриц, умножение матриц на числа и умножение матриц. Понятия о кольце и об алгебре. Алгебра (кольцо) матриц. Ранг произведения матриц.	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
4	Определители	Перестановки $n$ символов, их четность. Изменение четности при транспозициях символов, количество четных и нечетных перестановок. Формальные подстановки $n$ символов, их четность и нечетность, количество четных и нечетных подстановок. Определитель $n$ -го порядка, простейшие свойства. Вычисление определителя с помощью элементар-	Проверка домашнего задания, контрольная работа.

		<p>ных преобразований над строками и столбцами. Минор матрицы, алгебраическое дополнение к элементу матрицы. Разложение определителя по строке (столбцу). Формула обратной матрицы. Правило Крамера решения определенной СЛУ.</p> <p>Базисный минор матрицы. Нахождение ранга матрицы методом окаймления минорами. Теорема Лапласа и следствия из нее. Определитель произведения матриц, формулировка теоремы Бине-Коши. Обобщенное правило Крамера решения произвольной СЛУ</p>	
5	Отображения множеств	<p>Отображения множеств, их виды. Равенство отображений. Умножение отображений, ассоциативность. Преобразования множества, их формальная запись, умножение преобразований. Подстановки множеств, их формальная запись, умножение подстановок. Единичная и обратная подстановки.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
6	Алгебраические системы	<p>Бинарные операции (алгебраические операции) на множествах. группоиды, их виды и простейшие свойства. Таблица Кэли группоида, примеры. Симметрический моноид преобразований и симметрическая группа подстановок <math>n</math>-й степени. Кольца (в частности, поля), их виды и простейшие свойства, примеры. Кольцо многочленов над произвольным полем (взаимосвязь алгебраического и функционального взглядов на понятие «многочлен»). Векторные пространства над произвольными полями, определение и простейшие свойства, примеры. Алгебры над произвольными полями, определение и виды алгебр, примеры.</p> <p>Кольцо классов вычетов, критерий поля. Поле алгебраических чисел. Подгруппоиды, подкольца и подпространства, примеры. Понятие об изоморфизме алгебраических систем.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
7	Комплексные числа (КЧ)	<p>Понятие о числовом поле. Построение поля комплексных чисел <math>C</math>. Алгебраическая форма записи КЧ и связанные с нею понятия, свойства сопряжения. Модуль КЧ, неравенство треугольника. Тригонометрическая форма записи КЧ, мультипликативные свойства модуля и аргумента. Действия над КЧ в комплексной плоскости с помощью циркуля и линейки. Формула Муавра. Извлечение корней из КЧ. Корни из единицы, первообразные корни.</p> <p>Формула Эйлера. Логарифмическая и показательная функции комплексных переменных.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
8	Многочлены	<p>Многочлены от одной переменной (функциональный взгляд), операции над ними. Кольца многочленов <math>R[x]</math> и <math>C[x]</math>. Степень суммы и произведения многочленов. Деление с остатком и без остатка в кольце многочленов, свойства. НОД и НОК многочленов, алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема Безу, кратность корня многочлена. Схема</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.

		<p>Горнера и ее применения. Алгебраические решения уравнений 3-ей и 4-ой степеней. Эквивалентные формулировки основной теоремы алгебры, следствия из нее: формулы Виета, интерполяционный многочлен Лагранжа, отделение кратных корней многочлена.</p> <p>Теорема Штурма и ее применение при отделении действительных корней многочлена из <math>R[x]</math>. Поле рациональных дробей. Разложение рациональной дроби на простейшие над полями <math>R</math> и <math>C</math>. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Теорема Гаусса. Признак неприводимости Эйзенштейна</p>	
9	Многочлены от нескольких переменных	<p>Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Формулы Ньютона. Результат двух многочленов. Исключение неизвестных из систем двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными. Дискриминант многочлена, его свойства. Дискриминант многочленов 2 – 5 степеней.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
10	Векторные пространства	<p>Линейная зависимость и независимость системы векторов пространства над произвольным полем, свойства. Критерий подпространства, линейная оболочка. Максимальная линейно независимая подсистема (база) системы векторов, ранг. Базис векторного пространства (подпространства), размерность. Матрица перехода от одного базиса пространства к другому. Координаты вектора в данном базисе, их изменение при переходе к другому базису. Изоморфизм векторных пространств. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма подпространств.</p> <p>Фактор-пространство. Линейные функции на векторном пространстве, их определяемость образами базиса. Сопряженное пространство, дуальный базис, естественный изоморфизм.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
11	Евклидовы и унитарные пространства	<p>Евклидово пространство, свойства скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Метрические соотношения в евклидовом пространстве. Ортогональная система векторов, процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Существование ортонормированного базиса. Ортогональное дополнение к подпространству и ортогональная проекция вектора на подпространство евклидова пространства. Евклидов изоморфизм. Ортонормированные базисы евклидовых пространств, ортогональность матрицы перехода от одного такого базиса к другому. Унитарные пространства, полунормированные комплексные формы. Метрические соотношения и вопросы, связанные с ортогональностью, в унитарном пространстве.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.



12	Линейные отображения векторных пространств	<p>Линейные отображения (операторы) векторных пространств над одним и тем же полем. Образ и ядро линейного отображения, ранг и дефект, их связь с размерностью области определения отображения. Матрицы линейных отображений (операторов), их изменение при переходе к другим базисам. Пространство линейных отображений, алгебра линейных операторов, полная линейная группа невырожденных линейных операторов. Изоморфизм пространств линейных отображений и прямоугольных матриц. Изоморфизм алгебр (полных линейных групп невырожденных) линейных операторов и квадратных (невырожденных) матриц. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Диагонализируемые операторы. Характеристический многочлен оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен оператора. Жорданова нормальная форма (ЖНФ) матрицы оператора.</p> <p>Инвариантные подпространства линейного оператора, разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Прямая сумма линейных операторов. Корневые подпространства линейного оператора, действующего над полем <math>S</math>. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора. Алгоритм нахождения базиса, в котором матрица линейного оператора имеет ЖНФ. Минимальный многочлен и ЖНФ. Критерий диагонализуемости линейного оператора, действующего в пространстве над полем <math>S</math>.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа.
13	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	<p>Сопряженное отображение (оператор) унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность для данного линейного отображения (оператора). Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе, свойства. Теорема Шура для линейного оператора унитарного пространства. Нормальный оператор унитарного пространства, существование для него базиса из собственных векторов. Унитарный оператор унитарного пространства, критерий унитарности оператора в терминах его собственных значений; другие критерии. Эрмитов (самосопряженный) оператор унитарного пространства, критерии эрмитовости оператора.</p> <p>Положительно (неотрицательно) определенные эрмитовы операторы, свойства. Арифметический корень из неотрицательно определенного эрмитова оператора. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра данного линейного оператора и образа сопряженного к нему оператора. Биортонормированные базисы унитар-</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа, доклады

		ного (евклидова) пространства, связь между матрицами оператора и сопряженного к нему оператора. Построение сингулярных базисов для линейного отображения унитарных пространств. Разложения линейных операторов унитарного пространства.	
14	Квадратичные формы	<p>Квадратичная форма, ее матрица. Изменение матрицы при линейном преобразовании переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид квадратичной формы, эквивалентность квадратичных форм. Закон инерции действительных квадратичных форм. Распадающиеся квадратичные формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.</p> <p>Понятие о полилинейной функции на векторном пространстве. Представление полилинейной функции в виде полилинейной формы в фиксированном базисе пространства. Линейные, билинейные и полуторалинейные функции, их формы. Симметрические формы и их связь с квадратичными формами.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа, доклады
15	Элементы многомерной геометрии	<p>Аффинное и евклидово точечное пространства. Аффинные и декартовы координаты, расстояние между точками. Плоскость в аффинном пространстве, параметрическое задание и задание системой точек в общем расположении. Общие уравнения плоскости в евклидовом точечном пространстве, взаимное расположение плоскостей. Луч, отрезок, полупространство и полуплоскость в евклидовом точечном пространстве, перпендикуляр к плоскости. Преобразования координат. Движения, их аналитическое задание, группа движений. Виды движений, их классификация. Аффинные преобразования евклидовых точечных пространств.</p> <p>Выпуклые многогранники, симплекс. Определитель Грама. Параллелепипед и его объем в евклидовом точечном пространстве. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Квадрики, их аффинная классификация. Теоретико-групповая точка зрения на геометрию: евклидова, аффинная и другие виды геометрий.</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа, доклады
16	Начала теории групп	<p>Группы, подгруппы, их свойства, примеры. Группы преобразований. Группы в геометрии и физике. Циклические группы. Системы порождающих элементов группы. Решетки подгрупп группы. Смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа и следствие из нее. Нормальные фактор группы. Гомоморфизм групп, их характеристика. Теоремы о гомоморфизме групп. Прямое произведение</p>	Проверка домашнего задания, контрольная работа, доклады

		групп. Конечнопорожденные абелевы группы, основная теорема об их строении. Разрешимые и неразрешимые группы. Простые группы, понятие об их классификации. Группы подстановок, транзитивные группы подстановок. Простота знакопеременной группы $A_n$ для $n > 6$ . Строение симметрических групп $S_3, S_4, S_5$ .	
17	Элементы теории колец и полей	Коммутативные кольца и их идеалы. Действия над идеалами. Простые и максимальные идеалы, их характеристика. Факторкольца. Гомоморфизмы колец. Прямая сумма колец. Целостные кольца главных идеалов, их арифметика, примеры. Нетеровы кольца. Поля и подполя, характеристика поля. Расширения полей, степень расширения. Конечные расширения полей. Простые алгебраические расширения. Понятие о алгебраически замкнутом поле.	Проверка домашнего задания, контрольная работа, доклады

**2.3.2 Примерная тематика курсовых работ (проектов) курсовые работы не предусмотрены.**

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 10 апреля 2020 г.</i>
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 10 апреля 2020 г.</i>
3	Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 10 апреля 2020 г.</i>
4	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 10 апреля 2020 г.</i>
5	Коллоквиум	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 10 апреля 2020 г.</i>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

### **3 Образовательные технологии**

- Образовательные технологии, используемые при реализации различных видов учебной работы и дающие наиболее эффективные результаты освоения дисциплины: активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, зачёт.

- В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В семестре проводятся контрольные работы (на лабораторных занятиях) и два коллоквиумы.

Экзамен выставляется после решения всех задач контрольных работ, сдачи коллоквиумов и выполнения самостоятельной работы.

К инновационным технологиям, используемым в преподавании дисциплины, относятся:

#### **1. Дискуссия**

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, проведение выкладок в обратном порядке, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными, реферативные или творческие доклады студентов: фрагмент теоретического материала, интересный пример, нестандартная задача. Студентам предлагается сравнить и проанализировать варианты решения, обсудить доклад, высказать своё мнение, задать вопросы.

Вопросы, вынесенные на дискуссию:

- Составление плана и поиск решения задачи.
- Решение задач различными способами.
- Взаимная и самопроверка знаний и обсуждение полученных результатов.
- Самостоятельное составление задач по указанной теме.
- Овладение приемами и методами самоконтроля при обучении математики.

#### **2. Доклад (презентация)**

Применение на занятии компьютерных технологий позволяет студентам при рассмотрении определенных тем курса алгебры более глубоко освоить некоторые понятия и доказательства утверждений. В этой связи определенные лекционные и практические занятия преподавателю целесообразно проводить в виде презентаций или докладов.

Семестр	Вид занятия (Л, ПР, ЛР)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
2	<i>Л</i>	Основная теорема алгебры – лекция в виде презентации	4
	<i>Л</i>	Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах - лекция в виде презентации.	4
	<i>ЛР</i>	Линейные операторы евклидовых и эрмитовых пространств - дискуссия	4
	<i>ЛР</i>	Жорданова нормальная форма, алгоритм нахождения жорданова базиса – лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора в режиме слайд-шоу.	4
	<i>ЛР</i>	Жорданова нормальная форм, Алгоритм нахождения жорданова базиса - дискуссия	2
3	<i>ЛР</i>	Элементы многомерной геометрии – лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора в режиме слайд-шоу.	4
	<i>ЛР</i>	Элементы многомерной геометрии - дискуссия	2
	<i>ЛР</i>	Гомоморфизмы групп, их виды - дискуссия	4
	<i>Л</i>	Коммутативные кольца и их идеалы; действия над идеалами - дискуссия	2
	<i>ЛР</i>	Кольца классов вычетов и конечные поля - лабораторное занятие, демонстрируемое с помощью проектора в режиме слайд-шоу.	4
	<i>ЛР</i>	Кольца классов вычетов и конечные поля - дискуссия	2
	<i>ЛР</i>	- доклады-презентации студентов	6
<i>Итого:</i>			34

#### 4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий, докладов, лабораторного практикума, расчетно-графического задания, текущего тестирования. В течение семестра проводятся контрольные работы, коллоквиумы. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

Контрольные работы оцениваются по пятибалльной системе. На лабораторных занятиях контроль осуществляется при ответе у доски и при проверке домашних заданий.

## 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

### Образцы контрольных работ

#### Пример варианта контрольной работы № 1 в первом семестре

1. Найдите множество решений системы линейных уравнений (1).
2. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной к системе (1).
3. Найдите основные (базисные) решения системы линейных уравнений (1).
4. Вычислите матрицу  $AB - 2C$ .
5. С помощью элементарных преобразований найдите матрицу, обратную к матрице (3).
6. По формуле найдите матрицу, обратную к матрице (3).
7. Решите систему линейных уравнений (5) матричным способом.
8. С помощью элементарных преобразований вычислите определитель (2).
9. Разложите определитель (4) по буквенному ряду.
10. Решить систему уравнений (6) методом Гаусса.

$$(1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 11 \end{cases} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & 2 & 10 \\ 2 & 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 2 & 6 \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 = 1 \end{cases} \quad (6) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 6x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 11 & -2 \\ 10 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

#### Пример варианта контрольной работы № 2 в первом семестре

1. Найдите основную систему решений системы линейных уравнений (1).
2. Вычислите  $\det(A^{-1}B - 2C)$ .
3. Решите по правилу Крамера систему линейных уравнений (2).
4. Вычислите определитель  $\Delta$  с использованием теоремы Лапласа.
5. Методом окаймления миноров найдите какой-нибудь базисный минор матрицы  $D$ .
6. Найдите матрицы  $F$  и  $G$ , для которых выполняется равенство  $FDG = \begin{pmatrix} E_2 & O_{2 \times 2} \\ O_{1 \times 2} & O_{1 \times 2} \end{pmatrix}$ .
7. Решите систему линейных уравнений (3) по обобщенному правилу Крамера.
8. Представьте в алгебраической форме комплексное число  $u$ .
9. Решить уравнение (\*) и записать его комплексные корни в алгебраической форме и в тригонометрической.
10. Представить комплексное число  $z$  в тригонометрической форме.
11. Представить число  $z^n$  в алгебраической форме.
12. Выписать все корни  $m$ -й степени из числа  $z$  в тригонометрической форме.

$$(1) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 & + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 & + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 - 6x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 9. \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + 2y + z = -2, \\ x + y + 2z = 3, \\ 2x + 3y + 4z = 1. \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ -6x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & -1 \\ -6 & 4 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$u = \frac{2 + 4i + (1-i)(1-2i)}{2-i}$$

$$(*) \quad x^2 - (1+2i)x + (3+3i) = 0 \quad z = \frac{2+3\sqrt{3}+i(2\sqrt{3}-3)}{2-3i} \quad n=8 \quad m=4$$

### Пример варианта контрольной работы № 3 во втором семестре

1. Найти наибольший общий делитель многочленов  $a(x)$  и  $b(x)$ , а затем выразить его линейно через  $a(x)$  и  $b(x)$ .
2. Найти наибольший общий делитель многочленов  $c(x)$  и  $d(x)$ .
3. Отделить кратные корни многочлена  $c(x)$ .
4. Найти все рациональные корни многочлена  $f(x)$  и определить их кратность.
5. Используя интерполяционную формулу Лагранжа, найти многочлен  $g(x)$  степени не более двух, для которого выполняются равенства (\*\*).
6. Решить по формулам Кардано уравнение  $x^3 + 6x + 2 = 0$
7. Решить, используя алгоритм Феррари, уравнение  $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 = 0$
8. Многочлен  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$  представить в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов

$$u = \frac{3-2i+(1-i)(1+2i)}{2-i}; \quad (*) \quad x^2 - (4+i)x + 5-i = 0; \quad z = \frac{\sqrt{3}i-1}{1-i}; \quad n=10; \quad m=3;$$

$$a(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - x + 3; \quad b(x) = x^3 - 1; \quad c(x) = x^5 + 5x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 3x + 1;$$

$$d(x) = 5x^4 + 20x^3 + 18x^2 - 4x - 3; \quad f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 8x + 4;$$

$$(**) \quad g(0) = 1, \quad g(2) = 3, \quad g(3) = 10.$$

### Пример варианта контрольной работы № 4 во втором семестре

1. Найдите какую-нибудь максимальную линейно независимую подсистему системы векторов  $u_1, u_2, u_3, u_4$  и выразите все векторы системы линейно через векторы найденной подсистемы.
2. Найдите базис суммы подпространств  $L(a_1; a_2; a_3)$  и  $L(b_1; b_2; b_3)$ , а затем по формуле определите размерность их пересечения.
3. Найдите базис пересечения подпространств  $L(a_1; a_2; a_3)$  и  $L(b_1; b_2; b_3)$ .
4. Найти матрицу перехода от базиса  $f = \{f_1; f_2\}$  к базису  $g = \{g_1; g_2\}$  пространства строк  $R^2$ .
5. По координатному столбцу  $[c]_f$  вектора  $c$  в базисе  $f$  определите его координатный столбец в базисе  $g$ .
6. Ортогонализировать систему векторов  $v_1, v_2, v_3$  (\*) евклидова пространства  $R^4$ .
7. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора  $d$  на подпространство  $L(v_1; v_2; v_3)$ .
8. Ортогонализировать систему векторов  $v_1, v_2$  (\*\*) унитарного пространства  $C^3$

9. Найти базисы образа и ядра линейного оператора  $A: R^4 \rightarrow R^4$ , матрица которого в стандартном базисе пространства  $R^4$  равна  $A$ .

$$u_1 = (1; -2; 1; -1), u_2 = (2; -4; 2; -2), u_3 = (3; 1; 0; 1), u_4 = (1; 5; -2; 3);$$

$$a_1 = (1; 2; 1; 1), a_2 = (3; 1; -1; 2), a_3 = (-1; 3; 3; 0); b_1 = (2; 1; -1; 0), b_2 = (4; 0; -3; 1), b_3 = (2; -1; -2; 1)$$

$$f_1 = (1; 5), f_2 = (1; 4); \quad g_1 = (3; 2), g_2 = (2; 1); \quad [c]_f = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix};$$

$$v_1 = (1; 1; 1; 1), v_2 = (1; 0; 1; 0), v_3 = (3; 1; 1; -1) \quad (*); \quad d = (2; 0; -1; 1).$$

$$v_1 = (i; 1; -i), \quad v_2 = (1; 1 + i; i). \quad (**)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

### Пример варианта контрольной работы № 5 в третьем семестре

1. Найти характеристический и минимальный многочлены оператора  $B: R^3 \rightarrow R^3$ , у которого матрица в стандартном базисе пространства  $R^3$  равна  $B$ .
2. Найти собственные значения и соответствующие им собственные векторы оператора  $B$  из задания 3.
3. Определить жорданову нормальную форму матрицы оператора  $B$  из задания 3.
4. Найти матрицу сопряженного оператора к оператору  $2C - D$  в стандартном базисе  $e_1, e_2$  унитарного пространства  $C^2$ , если  $[C]_e = C$  и  $[D]_e = D$ .
5. Найти матрицу сопряженного оператора к оператору  $F: R^2 \rightarrow R^2$  в базисе  $f_1, f_2$  пространства  $R^2$ , если  $[F]_f = F$ .
6. Показать, что линейный оператор  $G$  унитарного пространства  $C^2$ , имеющий в стандартном базисе матрицу  $G$ , является нормальным, а затем найти ортонормированный базис пространства  $C^2$ , состоящий из собственных векторов этого оператора.
7. Является ли оператор  $H$  евклидова пространства  $R^2$  ортогональным при  $[H]_f = H$ ?
8. Показать, что линейный оператор  $K$  унитарного пространства  $C^2$  является эрмитовым, если  $[K]_f = K$ .

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 - i & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} i & -1 \\ 1 & i \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad f_1 = (1; -2), f_2 = (1; -1).$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 + 3i & 1 + 2i \\ -2 - 5i & -1 - 3i \end{pmatrix}.$$

### Пример варианта контрольной работы № 6 в третьем семестре

1. Привести действительную квадратичную форму  $f$  к нормальному виду и указать соответствующее невырожденное линейное преобразование переменных.
2. Найти индексы инерции и сигнатуру действительной квадратичной формы  $g$  и показать, что она эквивалентна квадратичной форме  $f$ .
3. Привести комплексную квадратичную форму  $h$  к сумме квадратов и указать соответствующее невырожденное линейное преобразование переменных.
4. Представить квадратичную форму  $p$  в виде произведения действительных линейных форм.
5. Из трех действительных квадратичных форм  $f_1, f_2, f_3$  указать положительно и отрицательно



- но определенные. Ответ обосновать.
- Указать ортогональное преобразование переменных, приводящее действительную квадратичную форму  $q$  к каноническому виду.
  - Указать систему точек, задающих плоскость  $\alpha$  точечного евклидова пространства  $E_4$  в общем расположении.
  - Определить угол между прямой  $L(v)$  и плоскостью  $\alpha$  точечного евклидова пространства  $E_4$ .
  - Найти расстояние от точки  $M$  до плоскости  $\alpha$  точечного евклидова пространства  $E_4$ .
  - Найти угол между гиперплоскостями  $\beta$  и  $\gamma$  в точечном евклидовом пространстве  $E_4$ .

$$\begin{aligned}
 f &= x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3; & g &= x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2; & h &= x_1^2 - 3x_2^2 - 2x_1x_2; \\
 p &= x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1x_3 - x_2x_3; & f_1 &= -x_1^2 - 4x_2^2 - 6x_3^2 + 4x_1x_3 - 4x_2x_3; \\
 f_2 &= x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_2x_3; & f_3 &= 4x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_1x_2 - 2x_2x_3;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q &= x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_3. \\
 \alpha: \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 & = 3 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 & = -1 \end{cases}; & v = (4; 0; -1; -1), & \beta: x_1 + x_2 = 1, \\
 & M(5; 2; -1; -1). & \gamma: x_1 - x_4 = 2.
 \end{aligned}$$

### Примерный перечень тем докладов (3-й семестр)

- Построение сингулярных базисов для линейного отображения унитарных пространств. Разложения линейных операторов унитарного пространства.
- Понятие о полилинейной функции на векторном пространстве. Представление полилинейной функции в виде полилинейной формы в фиксированном базисе пространства
- Симметрические формы и их связь с квадратичными формами. Теорема Кэли о представлении группы подстановками.
- Конечномерные абелевы группы.
- Характеры представлений, их простейшие свойства.
- Строение групп различных порядков.
- Соотношения между корнями многочленов.
- Разрешимость уравнений в радикалах.
- Вычисление групп Галуа некоторых многочленов 3-ей степени.
- Вычисление групп Галуа некоторых многочленов 4-ой степени.
- Строение конечных полей из 8 и более элементов.
- Нормальные расширения.
- Представления конечных абелевых групп.

## 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

### Примерный список вопросов к экзамену (1-й семестр)

- Системы линейных уравнений: основные понятия
- Элементарные преобразования над уравнениями СЛУ
- Приведение СЛУ к ступенчатому виду
- Исследование СЛУ ступенчатого вида
- Арифметическое пространство строк. Свойства операций над строками
- Линейная комбинация строк. Свойство транзитивности линейной комбинации
- Линейная зависимость и независимость строк. Критерий линейной зависимости.
- Ранг системы строк. Базис
- Система линейных однородных уравнений. ФСР
- Алгоритм нахождения ФСР
- Связь между множеством решений неоднородной СЛУ и ассоциированной с ней однородной СЛУ

12. Алгоритм нахождения основной системы решений СЛУ
13. Теорема о равенстве ранга матрицы по строкам ее рангу по столбцам
14. Решение СЛУ методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли
15. Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Свойства
16. Умножение матриц. Свойства
17. Перестановки из  $n$  символов. Транспозиция.
18. Перестановки из  $n$  символов. Четность перестановок
19. Подстановки  $n$ -й степени
20. Определители  $n$ -го порядка. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.
21. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
22. Разложение определителя по строке или столбцу. Теорема Лапласа (примеры)
23. Определитель произведения нескольких матриц
24. Обратная матрица.
25. Теорема о существовании обратной матрицы
26. Решение СЛУ матричным способом
27. Теорема Крамера (вывод)
28. Ранг матрицы (теорема о ранге матрицы). Метод окаймляющих миноров
29. Ранг произведения матриц
30. Действия над множествами. Свойства
31. Отображения (основные определения). Композиция отображений. Ассоциативность композиции отображений
32. Отображения. Обратное отображение (доказать единственность обратного отображения; необходимое и достаточное условие существования обратного отображения)
33. Алгебраические системы. Gruppoид, моноид, группа
34. Алгебраические системы. Кольцо, поле
35. Построение поля комплексных чисел.
36. Алгебраическая запись комплексного числа. Свойства сопряжения, модуль комплексных чисел
37. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.
38. Формула Муавра, извлечение корней из комплексных чисел
39. Корни из единицы, первообразные корни.

### Примерные билеты к экзамену (1-й семестр)

#### Билет №

1. Связь между множеством решений неоднородной СЛУ и ассоциированной с ней однородной СЛУ
2. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
3. Найдите фундаментальную систему решений системы линейных однородных уравнений, ассоциированной к системе (1)

$$(1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 11 \end{cases}$$

#### Билет №

1. Теорема Крамера
2. Линейная комбинация строк. Свойство транзитивности линейной комбинации

3. Найдите  $\sqrt[3]{z^n}$ , где  $z = \frac{\sqrt{3}i - 1}{1 - i}$ .

### Примерный список вопросов к экзамену (2-й семестр)

1. Кольцо многочленов от одной переменной.
2. Делимость многочленов. Алгоритм деления с остатком. Свойства делимости многочленов.
3. НОД двух многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены
4. НОД и НОК нескольких многочленов
5. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
6. Алгебраическое решение уравнений третьей степени (формулы Кардано). Исследование формулы Кардано для уравнения с действительными коэффициентами.
7. Решение уравнений четвертой степени. Привести пример.
8. Отделение кратных корней многочлена. Алгоритм.
9. Основная теорема алгебры (формулировка). Доказать следствие об однозначности разложения многочлена на линейные множители в поле комплексных чисел.
10. Следствия из основной теоремы алгебры. Вывести формулы Виета соотношения между корнями многочленов. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
11. Векторное пространство: определение, линейная зависимость и независимость векторов, изоморфизм векторных пространств (определение)
12. Изоморфизм конечномерного векторного пространства  $n$ -мерному векторному пространству строк
13. Замена базиса и преобразование координат в конечномерном векторном пространстве
14. Сумма и пересечение подпространств векторного пространства. Теорема о размерности суммы и пересечения подпространств
15. Прямая сумма подпространств.
16. Евклидово и унитарное пространства. Свойство билинейности скалярного произведения в евклидовом пространстве. Свойство полуторалинейности скалярного произведения в унитарном пространстве.
17. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.
18. Ортонормальный базис; алгоритм его построения. Скалярное произведение в ортонормированном базисе
19. Ортогональное дополнение к подпространству. Основная теорема об ортогональном дополнении к подпространству. Построение ортогонального дополнения
20. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая на подпространство. Два алгоритма их построения
21. Линейные функции на векторном пространстве. Сопряженное с векторным пространство. Дуальный базис.
22. Линейный оператор. Ядро и образ линейного оператора (доказать, что это подпространства)
23. Линейный оператор. Алгоритмы нахождения базиса ядра и образа линейного оператора
24. Матрица линейного оператора. Каноническая форма матрицы ЛО
25. Пространство линейных отображений, алгебра линейных операторов.
26. Невырожденное линейное отображение. Полная линейная группа невырожденных линейных операторов.
27. Изоморфизм пространства линейных отображений пространству прямоугольных матриц.
28. Изоморфизм алгебры (группы невырожденных) операторов алгебре (группе с ненулевым определителем) квадратных матриц.
29. Инвариантные подпространства линейных операторов, инвариантность образа и ядра операторного многочлена.
30. Прямая сумма линейных операторов.
31. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов, собственные подпространства.

32. Диагонализируемые линейные операторы.
33. Характеристический многочлен квадратной матрицы (оператора).
34. Разложение пространства в прямую сумму инвариантных подпространств относительно оператора с помощью многочленов.
35. Корневые подпространства линейного оператора.
36. Теорема Гамильтона – Кэли.
37. Минимальный многочлен оператора.
38. Понятие о жордановой нормальной форме матрицы оператора.
39. Минимальный многочлен и ЖНФ матрицы оператора, критерий диагонализуемости оператора.

### Примерные билеты к экзамену (2-й семестр)

#### Билет №

1. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
2. Изоморфизм конечномерного векторного пространства  $n$ -мерному векторному пространству строк
3. Ортогонализировать систему векторов  $v_1, v_2$  (\*\*\*) унитарного пространства  $C^3$

$$v_1 = (i; 1; -2i), \quad v_2 = (1; 1 + 2i; i). \quad (***)$$

#### Билет №

1. НОД и НОК нескольких многочленов
2. Ортонормальный базис; алгоритм его построения. Скалярное произведение в ортонормированном базисе
3. Найти наибольший общий делитель многочленов  $a(x)$  и  $b(x)$ , а затем выразить его линейно через  $a(x)$  и  $b(x)$ :  
 $a(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 8x + 2; \quad b(x) = x^3 - 2x^2 - 23x - 6;$

### Примерный список вопросов к экзамену (3-й семестр)

1. Сопряженное отображение к линейному отображению унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность.
2. Матрица сопряженного отображения в ортонормированных базисах.
3. Разложение унитарного (евклидова) пространства в прямую сумму ядра оператора и образа сопряженного оператора.
4. Теорема Шура для линейного оператора унитарного пространства.
5. Нормальный оператор унитарного пространства, существование для него ортонормированного базиса из собственных векторов.
6. Унитарный оператор унитарного пространства, критерии унитарности оператора.
7. Эрмитов оператор унитарного пространства, критерии.
8. Ортогональный и симметрический операторы евклидовых пространств, свойства.
9. Квадратичная форма, ее матрица и ранг. Изменение матрицы формы при линейном преобразовании переменных.
10. Приведение квадратичной формы методом Лагранжа к каноническому виду.
11. Нормальный вид квадратичных форм.
12. Закон инерции действительных квадратичных форм.
13. Распадающиеся квадратичные формы.
14. Положительно определенные квадратичные формы, критерий.
15. Приведение действительной квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования переменных.
16. Аффинное и евклидово точечное пространства, аффинные и декартовы координаты.
17. Плоскость в аффинном пространстве, параметрическое задание и задание системой точек в общем расположении.
18. Общие уравнения плоскостей в евклидовом точечном пространстве, взаимное распо-

ложение плоскостей.

19. Преобразования координат. Движения, их аналитическое задание.
20. Виды движений, их классификация.
21. Аффинные преобразования аффинных точечных пространств, геометрический смысл определителя аффинного преобразования.
22. Квадрики, их аффинная классификация.
23. Теоретико-групповая точка зрения на геометрию.
24. Циклические подгруппы и их подгруппы. Гомоморфизмы циклических групп.
25. Смежные классы по подгруппе, их свойства.
26. Нормальные подгруппы.
27. Фактор группы и их свойства.
28. Гомоморфизмы групп.
29. Прямое произведение групп.
30. Строение конечных абелевых групп.
31. Классификация коммутативных колец.
32. Идеалы колец и действия над ними.
33. Фактор кольца.
34. Кольца главных идеалов.
35. Характеристика поля. Расширение полей и их степень.
36. Конечные расширения полей.
37. Конечные поля, их существование.

### Примерные билеты к экзамену (3-й семестр)

#### Билет №

1. Нормальные подгруппы, их свойства.
2. Ортогональный и симметрический операторы евклидовых пространств, свойства
3. Указать возможные координаты конца  $B$  отрезка  $AB$ , перпендикулярного векторам  $(1; 1; 1; 1)$ ,  $(1; -1; 1; -1)$  и  $(1; -1; -1; 1)$ , если  $A(1; 2; 3; 4)$  и длина отрезка  $AB$  равна 5.

#### Билет №

1. Конечные расширения полей.
2. Сопряженное отображение к линейному отображению унитарных (евклидовых) пространств, его существование и единственность.
3. Привести комплексную квадратичную форму  $h$  к сумме квадратов и указать соответствующее невырожденное линейное преобразование переменных, если

$$4. h = x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2.$$

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### ***Критерии оценивания по промежуточной аттестации***

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «незачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

## **5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

а) основная литература:

1. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>
2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. - Москва : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>
3. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59284>

4. Сборник задач по алгебре : задачник / под ред. А.И. Кострикина. - Москва : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63274...>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

## 5.2 Дополнительная литература:

1. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. - Москва : МЦНМО, 2011. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>

2. Курош, А.Г. Теория групп [Электронный ресурс] : справочник / А.Г. Курош. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2005. — 648 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/562>

3. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Проскуряков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/529>

4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М: Лань, 2008.

## 6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Не требуется

## 7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму; подготовка научного доклада и выполнение заданий по НИР.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

**8.1. Перечень информационных технологий.**

**8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

– Microsoft Office

Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

**8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

**9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета



## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины  
**Алгебра** по направлению подготовки **01.03.01 Математика**,

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» охватывает материал 3-х семестров.

Как известно, алгебра – фундамент для построения других математических курсов и поэтому её программа должна быть достаточно последовательной, содержательной и степень её абстрактности должна нарастать постепенно. Этот принцип соблюден в рецензируемой программе.


Первый семестр – введение в алгебру и в некоторых своих частях связан со школьным курсом математика. В нем рассматриваются: системы линейных уравнений, матрицы, определители, комплексные числа, отображение множеств, алгебраические системы.

Во втором семестре изучаются многочлены от одной и нескольких переменных, излагается теория конечномерных векторных пространств и их линейных отображений.

В третьем семестре рассматриваются линейные операторы евклидовых и унитарных пространств, билинейные и квадратичные формы, с помощью которых изучаются евклидовы и унитарные пространства, что позволяет рассмотреть некоторые утверждения многомерной геометрии, столь необходимые в дальнейшем для приложений. А также излагаются самые абстрактные темы: начала теории групп, элементы теории представлений групп, основы теории колец и полей, а также начала понятия о конечных полях.

Учитывая вышеизложенное, считаю, что рабочая программа профессора Н.А. Наумовой, соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению подготовки 01.03.01 Математика, и может быть рекомендована для высших учебных заведений.

Кандидат физ.-мат. наук,  
доцент кафедры прикладной  
математики КубГТУ  
Чубырь Н.О.

  
Подпись Чубырь Н.О. удостоверяю  
Начальник отдела  
кадров сотрудников  
Руссу Е.И. Руссу  
«      » 20 г.

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины  
**Алгебра** по направлению подготовки **01.03.01 Математика**,  
подготовленную доктором техн.наук, профессором кафедры функционально-  
го анализа и алгебры Наумовой Н.А.

Название и содержание рабочей программы соответствует ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 «Математика» (квалификация (степень) «бакалавр»). Курс «Алгебра» рассчитан на три семестра.

В процессе обучения дисциплине вырабатываются общекультурные, обще профессиональные и профессиональные компетенции. Содержание материала невозможно глубоко освоить без активной самостоятельной работы студента, в связи с чем, должна вырабатываться способность к самоорганизации и самообразованию. После изучения дисциплины студенты приобретают готовность использовать фундаментальные знания в области алгебры в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1). На протяжении всех трех семестров у студентов формируется способность уметь строго решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики (ПК-1). Кроме указанных компетенций при освоении материала вырабатывается общематематическая культура. В рабочей программе для каждого семестра приводится достаточно подробный список теоретических вопросов и всех типов практических заданий, которые студенты должны освоить в процессе изучения дисциплины.

Считаю, что рабочая программа дисциплины «Алгебра» соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 01.03.01 «Математика» (уровень бакалавриата).

Доцент кафедры математического  
моделирования Куб ГУ,  
канд. физ.– мат. наук, доцент  
Марковский А.Н.

