

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

«29» мая 2020 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.24 Теория вероятностей

Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Специализация: Фундаментальная математика и ее приложения;  
Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг

Форма обучения: очная

Квалификация: Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины Б1.О.24 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
разработана в соответствии с Федеральным государственным  
образовательным стандартом высшего образования по направлению  
подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил:

Тлюстен С.Р., кандидат физ.-мат. наук, доцент \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины Б1.О.24 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
утверждена на заседании кафедры теории функций  
протокол № 8 «17» марта 2020 г.

Заведующий кафедрой теории функций Голуб М.В. \_\_\_\_\_

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального  
анализа и алгебры  
протокол № 8 «17» марта 2020 г.

Заведующий кафедрой теории функций Голуб М.В. \_\_\_\_\_

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета  
математики и компьютерных наук  
протокол № 2 «30» апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. \_\_\_\_\_

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных  
образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины.**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

Изучение основных разделов дисциплины «Теория вероятностей»; привитие навыков решения вероятностных задач; овладение методами теории вероятностей как инструментом вероятностного анализа и прогнозирования явлений окружающего нас мира.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

Выработать у студентов навыки понимания закономерностей, которые возникают в процессах, содержащих случайные величины; – научить сопоставлять реальным физическим ситуациям их вероятностные математические модели; привить навыки использования вероятностно-статистических моделей для изучения реальных ситуаций и предсказания исходов явлений на основе подходящей меры неопределенности.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Теория вероятностей» относится к блоку Б.1 обязательной части учебного плана по направлению подготовки 01.03.01. Дисциплина читается в 5-м семестре. Знания, полученные в этом курсе, используются в дискретной математике, теории стохастических процессов, и т.д. Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках разделов программы учебного курса по математическому анализу, комплексному анализу, алгебре, теории вероятностей, которые изучаются 1 – 4 семестрах для направлений подготовки 01.05.01 Фундаментальная математика и механика

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных, профессиональных компетенций: УК-1, ОПК-1, ПК-5.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	УК-1	способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	понятия, используемые для математического описания реальных задач; содержание утверждений и следствий из них, используемых для обоснования выбираемых математических методов решения	доказывать и обосновывать сформулированные утверждения и следствия из них; выбирать способы решения поставленных математических задач; анализировать и интерпретировать.	вычислительными операциями над объектами статистической природы; навыками сведения практических задач к математическим задачам; навыками анализа и интерпретации результатов
2.	ОПК-1	способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики			
3.	ПК-5	способен находить и извлекать актуальную научно-			

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и т.п.	экономических задач.		решения задач.

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зач.ед. (216 часов, из них – 142,5 часа аудиторной нагрузки: лекционных 68ч., лабораторных 68 ч.; 37,8 ч. самостоятельной работы (СРС), в том числе 35,7 часа КСР).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)		
		5	6	
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>142,5</b>	<b>72,2</b>	<b>70,3</b>	
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>136</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	
Занятия лекционного типа	68	34	34	
Лабораторные занятия	68	34	34	
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	
	-	-	-	
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>6,5</b>	<b>4,2</b>	<b>2,3</b>	
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	4	2	
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,2	0,3	
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>37,8</b>	<b>35,8</b>	<b>2</b>	
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	32	30	2	
Подготовка к текущему контролю	5,8	5,8	-	
<b>Контроль:</b>	<b>35,7</b>	<b>-</b>	<b>35,7</b>	
Подготовка к экзамену	35,7	-	35,7	
<b>Общая трудоемкость:</b>	<b>час.</b>	<b>216</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>142,5</b>	<b>72,2</b>	<b>70,3</b>
	<b>зач. ед.</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 5-6 семестрах

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Лек	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Вероятностное пространство.	16	4	0	8	4

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Лек	ПЗ	ЛР	
2.	Условная вероятность .Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	20	8	-	8	4
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли . Предельные теоремы схемы Бернулли.	30	12	-	8	10
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	30	14	-	6	10
5.	Функции от случайных величин.	18	8	-	8	2
6.	Моментные характеристики случайных величин.	16	4	-	8	4
7.	Закон больших чисел.	18	8	-	8	2
8.	Многомерные случайные величины.	14	4	-	8	2
9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	17,8	6	-	6	5,8
	<i>Всего:</i>		68	-	68	37,8

### 2.3 Содержание разделов дисциплины:

#### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
2	3	4
1. Вероятностное пространство.	Введение: предмет теории вероятностей, случайные явления, вероятность и частота, математическая модель. Вероятностное пространство: пространство элементарных событий, алгебра событий, аксиомы вероятности, свойства вероятности. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Гипергеометрическая вероятность. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.	Опрос
2. Условная вероятность. Прямое произведение	Независимые и зависимые события. Условная вероятность. Теоремы произведения вероятностей. Полная	Опрос

вероятностных пространств. Полная вероятность.	вероятность. Формула Байеса.	
3.Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Независимые испытания. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Обратная задача схемы Бернулли.	Опрос
4.Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Закон распределения и плотность распределения случайной величины. Свойства плотности. Основные распределения дискретных и непрерывных случайных величин.	Опрос
5.Функции от случайных величин.	Функции от дискретных и непрерывных случайных величин. Теоремы о функциях от случайных аргументов.	Опрос
6.Моментные характеристики случайных величин.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины; их свойства. Моменты более высоких порядков. Вычисление математического ожидания и дисперсии некоторых известных распределений.	Опрос
7.Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос
8.Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос
9.Предельные теоремы теории вероятностей.	Производящие и характеристические функции; их свойства. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема. Многомерное нормальное распределение; неравенство Колмогорова; усиленный закон больших чисел.	Опрос

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
2	3	4
1. Вероятностное пространство.	Введение: предмет теории вероятностей, случайные явления, вероятность и частота, математическая модель. Вероятностное пространство: пространство элементарных событий, алгебра событий, аксиомы вероятности, свойства вероятности. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Гипергеометрическая вероятность. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Парадокс Бертрана.	Опрос
2. Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Независимые и зависимые события. Условная вероятность. Теоремы произведения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса.	Опрос
3. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Независимые испытания. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Обратная задача схемы Бернулли.	Опрос
4. Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Функция распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Закон распределения и плотность распределения случайной величины. Свойства плотности. Основные распределения дискретных и непрерывных случайных величин.	Опрос
5. Функции от случайных величин.	Функции от дискретных и непрерывных случайных величин. Теоремы о функциях от случайных аргументов.	Опрос
6. Моментные характеристики случайных величин.	Математическое ожидание и дисперсия случайной величины; их свойства. Моменты более высоких порядков. Вычисление математического ожидания и дисперсии некоторых известных распределений.	Опрос
7. Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос

8. Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос
9. Предельные теоремы теории вероятностей.	Производящие и характеристические функции; их свойства. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема. Многомерное нормальное распределение; неравенство Колмогорова; усиленный закон больших чисел.	Опрос

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Вероятностное пространство.	Операции над событиями. Построение математических моделей вероятностных задач.	Опрос
2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная вероятность.	Условная вероятность. Произведение вероятностей зависимых и независимых событий. Полная вероятность. Формула Байеса.	Самостоятельная работа. Проверка домашнего задания.
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.	Формула Бернулли. Формулы Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа. Обратная задача Схемы Бернулли. Вероятность отклонения вероятности «успеха» от частоты «успеха».	Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	Построение функции распределения по известной плотности и наоборот. Построение закона распределения дискретной случайной величины. Построение графиков функции и плотности распределения вероятностей.	Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
5.	Функции от случайных величин.	Построение функции распределения функции от случайного аргумента; нахождение плотности распределения случайной функции от случайного	Проверка домашнего задания. Опрос.



		аргумента.	
6.	.Моментные характеристики случайных величин.	Вычисление математических ожиданий и дисперсий дискретных и непрерывных случайных величин. Вычисление моментов более высоких порядков: начальных и центральных.	Опрос. Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа.
7.	Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева; теорема Чебышева. Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.	Опрос. Проверка домашнего задания.
8.	Многомерные случайные величины.	Многомерные случайные величины (вектора), многомерная функция распределения, многомерная плотность распределения, их свойства. Численные характеристики многомерных случайных величин. Ковариация, коэффициент корреляции двумерной случайной величины.	Опрос. Проверка домашнего задания.
9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	Вычисление производящих и характеристических функций. Прямая и обратная теоремы для характеристических функций; формула обращения для характеристических функций. Центральная предельная теорема.	Опрос. Проверка домашнего задания.

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов) – курсовая работа не предусмотрена**

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1.	Вероятностное пространство.	1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г. 2. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007 3. Боровков А.А. Математическая статистика. Изд-во «Лань», 2010г.
2.	Условная вероятность. Прямое произведение вероятностных пространств. Полная	1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г. 2. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007 3. Теория вероятностей и математическая статистика в

	вероятность.	<p>задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005</p> <p>Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г.</p> <p>4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.</p>
3.	Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли	<p>1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.</p> <p>2. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007</p> <p>3. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005</p> <p>4. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г.</p> <p>5. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.</p>
4.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения.	<p>1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г.</p> <p>2. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.</p> <p>3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.</p> <p>4. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007</p> <p>5. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005</p>
5.	Функции от случайных величин.	<p>1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г.</p> <p>2. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.</p> <p>3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.</p> <p>4. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007</p>

		5. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005
6.	Моментные характеристики случайных величин.	<p>1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г.</p> <p>2. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.</p> <p>3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.</p> <p>4. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007</p> <p>5. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005</p>
7.	Закон больших чисел. Моментные характеристики случайных величин.	<p>1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г.</p> <p>2. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.</p> <p>3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.</p> <p>4. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007</p> <p>5. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005</p>
8.	Многомерные случайные величины.	<p>1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г.</p> <p>2. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г.</p> <p>3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г.</p> <p>4. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов втузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007</p> <p>5. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005</p>

9.	Предельные теоремы теории вероятностей.	1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. Изд-во «Лань», 2009г. 2. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. под ред. Свешникова А.А. Изд-во «Лань», 2008г. 3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов ВУЗов. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2009г. 4. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учебные пособия для студентов вузов. М. :ФИЗМАТЛИТ, 2007 5. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах: учебное пособие для студентов вузов. Под ред. Ватутина В.А. М.:Дрофа, 2005
----	---	---

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Теория вероятностей» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, в ходе дискуссий. Также используются занятия-визуализации и доклады студентов.

### **Дискуссия**

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения,

связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

Описание модели.

Исследование модели или поиск различных способов решений задачи.

Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

#### **Занятие-визуализация.**

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и т. п. (например, с помощью слайдов) .

Всего учебным планом предусмотрено 46 часа в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
5-6	Лабораторные занятия	Занятие-визуализация: «Закон больших чисел»	16
		Дискуссия «Неравенство Чебышева; теорема Чебышева.»	10
		Занятие-визуализация: «Теоремы Пуассона, Бернулли и т.д. закона больших чисел.»	20
Итого:			46

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспектирование лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и лабораторного практикума. В течение семестра проводятся контрольные работы, выполняются индивидуальные семестровые задания.

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

##### **Типовые расчеты и вопросы для самопроверки**

##### **Примерный перечень практических заданий на зачет:**

1. Классическая вероятность: гипергеометрическая формула, вероятность только одного из двух, трех и т.д. событий; хотя бы одного из  $n$  событий и т.д.
2. Геометрические вероятности.
3. Условная, полная вероятность. Произведение вероятностей зависимых, независимых событий. Формула Байеса.
4. Схема Бернулли; предельные формулы схемы Бернулли: Пуассона, локальная, интегральная формулы Муавра-Лапласа. Приложения схемы Бернулли.
5. Случайные величины: функции распределения, плотность распределения, закон распределения вероятностей.
6. Моментальные характеристики: математическое ожидание, дисперсия, моменты более высоких порядков.
7. Неравенство Чебышева, теорема Чебышева.
8. Производящие функции.
9. Характеристические функции.

##### **Примерный перечень практических заданий контрольных работ**

##### ***Контрольная работа №1***

1) Из полной колоды карт (36 карт) вынимают одновременно три карты. Найти вероятность того, что среди вынутых карт найдется хотя бы одна карта красной масти.

2) С первого автомата поступает на сборку 80%, со второго – 20% деталей. На первом автомате брак составляет 1%, на втором – 4%. Две проверенные детали, изготовленные одним и тем же автоматом, оказались бракованными. Найти вероятность того, что эти детали изготовлены на первом автомате.

3) Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания, но делает не более пяти бросков. Найти закон распределения числа бросков, если вероятность попадания в корзину равна 0,6 для каждого броска.

4) Задана плотность распределения случайной величины  $\xi$ :

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} C \cdot \sin 2x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x < 0, x > \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad c - \text{const.}$$

Найти: интегральную функцию распределения

$F_{\xi}(x)$ ,  $M\xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma(\xi)$ . Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина  $(X, Y)$  распределена равномерно внутри прямоугольной трапеции с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(0;5)$ ,  $B(3;5)$ ,  $C(8,0)$ . Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих  $X$  и  $Y$ .

б) Задана плотность распределения случайной величины  $X$ , возможные значения которой заключены в интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $Y = |X|$ .

7) Доказать, что если случайные величины  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  независимы, положительны, одинаково распределены, то  $M\left[\frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n}\right] = \frac{1}{n}$ .

### **Контрольная работа №2**

1) На заводе работает 15 сменных инженеров, из них – 3 женщины. В смену занято три человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранную смену мужчин окажется не менее двух.

2) Имеются две урны: в первой 3 белых и 2 черных шара; во второй – 2 белых и 4 черных шара. Из первой урны наудачу перекалывают во вторую два шара. После этого из второй урны берут наудачу один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

3) В магазин поступили 4 партии мужской обуви по 15 пар в каждой. Известно, что в каждой партии находится по 5 пар 41-го размера. Наудачу отбирается по одной паре из каждой партии. Найти закон распределения числа пар 41-го размера среди отобранных.

4) Задана плотность распределения случайной величины  $\xi$ :  
$$p_\xi(x) = \begin{cases} Cx - C, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x \leq 1; x > 2 \end{cases}, \quad C - \text{const.}$$
 Найти: интегральную функцию распределения  $F_\xi(x)$ ,

$M\xi, D\xi, \sigma(\xi)$ . Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина  $(X, Y)$  равномерно распределена внутри прямоугольного треугольника с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(0;8)$ ,  $B(8;0)$ . Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих  $X$  и  $Y$ .

б) Задана плотность распределения случайной величины  $X$ , возможные значения которой заключены в интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $Y = e^{-x^2}$ .

7) Случайная величина  $\xi$  принимает значения 0, 1, 2, 3, ... с вероятностью, убывающей по геометрической прогрессии. Найти  $P\{\xi = k\}$ , если  $M\xi = A$  (сделать проверку).

### **Контрольная работа №3**

1) Батарея из трех орудий производит залп по цели. Вероятность попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что будет только два попадания.

2) Для участия в соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй – 6, из третьей – 5. Вероятность того, что отобранный студент из первой, второй, третьей группы попадет в сборную университета равны соответственно 0,5; 0,4; 0,3. Наудачу выбранный участник соревнования попал в сборную. К какой из трех групп он вероятнее всего принадлежит?

3) В партии из 7 деталей имеется 5 деталей первого сорта. Наудачу отобраны три детали. Составить закон распределения числа деталей первого сорта среди отобранных.

4) Задана плотность распределения случайной величины  $\xi$ :  $p_{\xi}(x) = \begin{cases} C/x^4, & x \geq 3 \\ 0, & x < 3 \end{cases}$ ,

$C = \text{const}$ . Найти: интегральную функцию распределения  $F_{\xi}(x)$ ,  $M\xi$ ,  $D\xi$ ,  $\sigma(\xi)$ . Построить графики дифференциальной и интегральной функций.

5) Непрерывная двумерная случайная величина  $(X, Y)$  равномерно распределена внутри прямоугольного треугольника с вершинами  $O(0;0)$ ,  $A(0;6)$ ,  $B(-6;0)$ . Найти: 1) двумерную плотность вероятности системы; 2) плотности распределения составляющих  $X$  и  $Y$ .

6) Задана плотность распределения случайной величины  $X$ , возможные значения которой заключены в интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $Y = \frac{1}{1+X^2}$ .

7) Доказать, что для  $\xi \geq 0$   $M\xi = \int_0^{\infty} [1 + F_{\xi}(x)] dx$  (в том числе, когда  $M\xi = \infty$ ).

#### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

##### Примерный перечень вопросов к зачету:

1. Введение: предмет теории вероятностей; случайные явления; вероятность и частота; математическая модель.
2. Вероятностное пространство:
  - 2.1. Пространство элементарных событий; примеры.
  - 2.2. Алгебра событий.
  - 2.3. Вероятность: аксиомы вероятности; свойства вероятности.
3. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Примеры.
4. Абсолютно непрерывные вероятностные пространства. Геометрические вероятности. Задача Бюффона. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.
5. Условные вероятности. Примеры.
6. Вероятность произведения событий; примеры.
7. Формула полной вероятности. Примеры.
8. Формула Байеса (вероятности гипотез). Примеры.
9. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Примеры.
10. Предельные теоремы в схеме Бернулли:
  - 10.1. Теорема Пуассона.
  - 10.2. Теорема Муавра-Лапласа(локальная).
  - 10.3. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.
  - 10.4. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Примеры.
  - 10.5. Обратная задача схемы Бернулли. Примеры.
11. Случайные величины:
  - 11.1. Функция распределения, свойства функции распределения.
  - 11.2. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения
  - 11.3. Свойства плотности распределения вероятностей. Наиболее распространенные распределения.



12. Многомерные функции распределения:
  - 12.1. Многомерные функции и плотности распределения вероятностей, свойства.
  - 12.2. Независимость случайных величин.
13. Функции от случайных величин.
14. Моментные характеристики случайных величин:
  - 14.1. Математическое ожидание, свойства; примеры, математические ожидания наиболее распространенных распределений.
  - 14.2. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение; свойства; дисперсии наиболее распространенных распределений.
  - 14.3. Моменты.
  - 14.4. Ковариация, коэффициент корреляции.
15. Закон больших чисел:
  - 15.1. Определение закона больших чисел.
  - 15.2. Некоторые оценки распределений случайных величин: неравенство Чебышева, теорема Чебышева.
  - 15.3. Частные случаи теоремы Чебышева: теорема Бернулли; теорема Пуассона и др.
  - 15.4. Теорема Маркова.
  - 15.5. Усиленный закон больших чисел: неравенство Колмогорова; теорема Колмогорова.
16. Предельные теоремы.
  - 16.1. Производящие функции; свойства; теоремы, примеры.
  - 16.2. Характеристические функции; свойства; теоремы.
  - 16.3. Примеры (№1 – №7) подсчета характеристических функций.
  - 16.4. Предельные теоремы характеристических функций (прямая и обратная).
  - 16.5. Формула обращения для характеристических функций (теорема 1). Теорема 2 единственности.
  - 16.6. Центральная предельная теорема.
  - 16.7. Теорема Ляпунова.
  - 16.8. Понятие асимптотической нормальности.
17. Многомерное нормальное распределение.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1 Основная литература:**

1. Теория вероятностей и математическая статистика : электронный сборник тестов / сост. С.Г. Гутова ; Министерство образования и науки РФ, Кемеровский государственный университет, Кафедра автоматизации исследований и технической кибернетики. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2015. - 74 с. - Библиогр.: с. 71. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482910>
2. Лисьев, В.П. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В.П. Лисьев. - Москва : Евразийский открытый институт, 2010. - 200 с. - ISBN 5-374-00005-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90420>
3. Виленкин, Н.Я. Задачник-практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики : учебное пособие / Н.Я. Виленкин, В.Г. Потапов ; Министерство просвещения РСФСР, Московский государственный заочный педагогический институт. - Москва : Издательство «Просвещение», 1979. - 113 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458392>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Текст] : Учеб. пособие для втузов / Под общ. ред. А. А. Свешникова. - 2-е изд., доп. - М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970. - 656 с. : ил. - Библиогр. : с. 654-656. - 0.67. (18 шт.)
2. Халафян, Алексан Альбертович (КубГУ). Теория вероятностей, математическая статистика и анализ данных [Текст] : основы теории и практика на компьютере STATISTICA. Excel : более 150 примеров решения задач : учебное пособие для бакалавров специальностей нематематического направления, изучающих высшую математику - экономических, юридических, информационных технологий, технических, естественно-научных, гуманитарных / А. А. Халафян, В. П. Боровиков, Г. В. Калайдина. - Москва : URSS : [ЛЕНАНД], 2017. - 317 с. : ил. - Библиогр.: с. 299-300. - ISBN 978-5-9710-3040-9 : 492 р. 53 к. (72 шт.)

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Самостоятельная работа студентов заключается в еженедельном выполнении домашних заданий, написании контрольных работ, выполнении индивидуальных семестровых заданий.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система «Лань» ([http://e.lanbook.com](http://e.lanbook.com/))
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные)	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом

	консультации	
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

**Рецензия**  
на рабочую программу дисциплины  
**«Теория вероятностей»**  
по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика,  
очной формы обучения.  
Составитель рабочей программы:  
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Тлюстен С.Р.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика.

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций.

Информация о видах и объеме учебной работы содержит тематику лекционных занятий и лабораторных работ, призванных сформировать у студентов базовые знания и формирование основных навыков по теории вероятностей, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности.

Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Тематический план изучения дисциплины «Теория вероятностей», образовательные технологии, оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины, перечень основной и дополнительной литературы, а также материально-техническое обеспечение способствуют планомерному и качественному освоению данной дисциплины.

Для усиления самостоятельной работы и повышения качества знаний студентам предлагаются типовые задания для индивидуальной самостоятельной работы.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами теории вероятностей, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами теории вероятностей, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,  
Гусаков В.А.,  
канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение-Юг».

