Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук
Кафедра теории функций

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
________________ Хагуров Т.А.

«29» мая 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.11 Математический анализ

Направление подготовки: 03.03.03 Радиофизика

Направленность: Радиофизические методы по областям применения (биофизика)

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.11 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 12.03.04 Биотехнические системы и технологии

Программу составил:

Яременко Л.А., канд. физ-мат. наук, доцент ______________

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.11 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ утверждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 8 «17» марта 2020 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Голуб М.В. ________________

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры радиофизики и нанотехнологий протокол № 6 «20» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Копытов Г.Ф. _______________

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 2 «30» апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. ________________

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

1 Цели и задачи изучения дисциплины

Математический анализ является базовой учебной дисциплиной, целями и задачами которой является теоретическое и практическое освоение студентами математических методов, необходимых при изучении общих и специальных учебных дисциплин различного содержания.

В природе и технике всюду встречаются движения, процессы, которые описываются функциями. Законы явлений природы также обычно описываются функциями. Отсюда объективная важность математического анализа как средства изучения функций.

Математический анализ это часть математики, в которой методами пределов изучаются функции. Основу математического анализа составляет теория действительного числа, теория пределов, теория рядов, дифференциальное и интегральное исчисление для вещественных функций одной вещественной переменной и их непосредственные приложения.

В результате дальнейшего развития дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной и обобщения встречающихся в нем понятий появились такие разделы математического анализа как дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных. В дисциплине изучаются также непосредственные приложения дифференциального и интегрального исчисления, такие как теория экстремумов, теория неявных функций, ряды Фурье.

1.1 Цель дисциплины– изучение теоретических основ математического анализа, освоение методов исследования функций и формирование у студентов навыков корректного использования математических формул и методов вычисления, способности применять полученные знания для практического использования математических методов при анализе и решении профессиональных задач.

1.2 Задачи дисциплины.

Важнейшей задачей подготовки бакалавра на ФТФ университета является формирование у студентов высоких профессиональных качеств. Значительная роль при этом отводится математическим дисциплинам.

Органически связать изучение математического анализа с прохождением физико-технических дисциплин помогают межпредметные связи, которые в процессе обучениянеобходимо расширять и углублять.

Основными в курсе математического анализа являются понятия вещественного числа, множества, функции, предела, производной, интеграла. Без этих понятий были бы невозможны многие расчеты в современной физике, механике и т.п.Поэтому необходимо знать физическую сущность фундаментальных понятий, теоретические основы этих понятий, законы и методы математического анализа и способы их применения в физических дисциплинах и других областях знаний.

Поэтому должное внимание следует уделять овладению студентами методами исследования и решения прикладных задач, предполагающих предварительную математизацию ситуации. Такая работа побуждает студентов к анализу знаний курса математического анализа, физики, аналитической геометрии и др., к поиску соответствующих гипотез, позволяющих объединять эти знания, учит умению переводить условие физической задачи на математический язык и полученные результаты интерпретировать на языке исходной задачи.

Общими задачами дисциплины являются обучение студентов основным математическим методам, необходимым для моделирования реальных процессов и явлений. Формирование у студентов способности применять полученные знания к построению и анализу математических моделей различных процессов при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений.

Формирование у студента фундаментальных понятий и знаний:

- формирование знаний о действительных числах и операциях с действительными числами;
- формирование знаний о свойствах пределов последовательностей и пределов функций одной и многих переменных. Овладение методами вычисления пределов;
- формирование знаний о локальных и глобальных свойствах непрерывных функций одной и многих переменных;
- формирование знаний о производных, их геометрическом и физическом смысле, дифференцируемых функциях одной и нескольких переменных, а также навыков их применения к исследованию свойств функций и отысканию их приближенных значений;
- формирование знаний об интегрировании функций одной и многих переменных, включая определенные, криволинейные, кратные и поверхностные интегралы; овладения навыками их вычисления и применения;
- формирование представлений об основных элементах теории поля, овладение навыками применения формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса;
- формирование знаний о числовых, функциональных и степенных рядах, умений и навыков использования представления функций в виде ряда Тейлора;
- формирование знаний о рядах Фурье, навыков разложения функций в ряды Фурье.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина **«Математический анализ»** относится к базовой части профессионального цикла Б1 для направления **03.03.03 Радиофизика,** являющегося структурным элементом ООП ВО. Дисциплина читается в первом и втором семестрах.

Для изучения дисциплины **«Математический анализ»** требуются знания из курса математики средней школы в объеме, включающем алгебру, начала анализа, тригонометрию, планиметрию и стереометрию.

Знания, полученные в этом курсе, используются в функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации, в физических дисциплинах, таких как оптика, теоретическая механика др.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций ОПК-1

п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОПК-1	способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в про-	• фундаментальные понятия, основные положения и принципы математического анализа, прикладные аспекты дисциплины; • понятие действительного числа, свойства операций над	• выявлять математическую сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и корректно использовать для их решения соответствующий физико-математический аппарат;	*навыками корректного использования методов математического анализа к построению и анализу математических

п.	Индекс компе-тенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		фессиональ-ной дея-тельности	действительными числами; • основные понятия топологии действи-тельной прямой, *n*-мерного евклидова пространства, • понятие функции, композиции функ-ции, обратной функ-ции; функции, задан-ной параметрически, неявно и уравнения-ми в полярных коор-динатах; свойства функций; • определение пре-дела последователь-ности и функции, их свойства; методы нахождения пределов функции одной и многих переменных; • понятие непре-рывности функции в точке и на множе-стве, свойства непре-рывных функций од-ной и многих пере-менных; • понятия диффе-ренцируемости функции, дифферен-циала, правила диф-ференцирования, • геометрический и механический смысл производной и диф-ференциала функции одной и многих пе-ременных; • формулу Тейлора; разложения основных элементарных функ-ций по формуле Тей-лора; • понятие экстрему-ма функции одной и многих переменных;	• производить арифме-тические действия над действительными числа-ми; • производить опера-ции над функциями, находить область опре-деления и множество значений, устанавливать четность и нечетность, периодичность, строить графики функций; • находить пределы числовых последова-тельностей и функций; • исследовать непре-рывность функций в точке и на множестве; • находить производ-ные и дифференциалы функций, используя производные основных элементарных функций и правила дифференци-рования; • использовать геомет-рический и механиче-ский смысл производной в решении прикладных задачах; использовать дифференциал для при-ближённых вычислений значений функций; • проводить исследова-ние поведения функций с помощью производ-ных, выполнять постро-ение графиков функций, находить наибольшее и наименьшее значения функций на отрезке; • оценивать с помо-щью формулы Тейлора погрешность при замене функции многочленом; • находить первообраз-ную функции и неопре-делённый интеграл, ис-пользуя основные мето-	моделей фи-зических процессов и применять их в профес-сиональной деятельно-сти

п.	Индекс компе-тенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			теоремы об исследовании функции на экстремум; • понятие первообразной и неопределённого интеграла, их свойства; основные методы интегрирования; • определение и свойства интеграла Римана; приложения определенного интеграла к геометрическим и физическим задачам; • понятие несобственного интеграла первого и второго рода, их свойства, вычисление и признаки сходимости; • понятие двойного, тройного интеграла; их свойства и приложения к геометрическим и физическим задачам; • понятие криволинейного и поверхностного интегралов первого и второго рода, их свойства и применения; • основные понятия теории поля, векторные интерпретации формул Остроградского и Стокса и их приложения; • определение числового ряда, суммы ряда, свойства и признаки сходимости рядов; понятие абсолютной и условной сходимости ряда; • понятие функционального ряда, суммы	ды интегрирования; • вычислять определённый интеграл, используя формулы Ньютона-Лейбница, методы замены переменной и интегрирование по частям; находить несобственные интегралы и исследовать их сходимость; • находить частные производные и дифференциалы функции многих переменных; • находить локальный и условный экстремумы функций многих переменных; наибольшее и наименьшее значения функций на компакте; • вычислять двойные и тройные интегралы, используя замену переменных: полярные, цилиндрические и сферические координаты; • применять интегралы функций одной и многих переменных в геометрических и физических задачах; • вычислять криволинейные и поверхностные интегралы и применять их в геометрических и физических задачах; • , сводя их к определенным интегралам; • использовать в решении задач условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования; находить работу силового поля;. • использовать основные понятия теории поля и применять формулы	

п.	Индекс компе-тенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			ряда, равномерной сходимости, свойства и признаки сходимости; • определение степенного ряда, ряда Тейлора, основные разложения элементарных функций в степенные ряды; • понятие тригонометрического ряда Фурье и условия его сходимости.	Грина, Остроградского и Стокса в геометрических и физических задачах; • находить суммы числовых рядов и исследовать ряды на сходимость; • находить радиус и область сходимости степенного ряда, разлагать элементарные функции в степенные ряды; применять ряды в приближённых вычислениях; представлять функции тригонометрическим рядом Фурье.	

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 13 зач.ед. (468 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)	
			1-й семестр	2-й семестр
Контактная работа, в том числе:				
Аудиторные занятия (всего):		**272**	**144**	**128**
Занятия лекционного типа		136	72	64
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)		136	72	64
Иная контактная работа:				
Контроль самостоятельной работы (КСР)		8	6	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		1	0,5	0,5
Самостоятельная работа, в том числе:				
СРС		93,6	80,8	12,8
Подготовка к текущему контролю		40	30	10
Контроль:			экзамен	экзамен
Подготовка к экзамену		53,4	26,7	26,7
Общая трудоемкость	**час.**	**468**	**288**	**180**
	в том числе контактная работа	**281**	**150,5**	**130,5**
	зач. ед	**13**	**8**	**5**

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

2.2.1 Разделы дисциплины, изучаемые в **первом** семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	4
1.	Введение в анализ	20	6	6		10
2.	Предел последовательности	26	8	8		10
3.	Предел и непрерывность функции	56	18	18		20
4.	Дифференцирование функций одной переменной	42	10	12		20
5.	Неопределённый интеграл	40	10	10		20
6.	Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы	68,8	20	18		30,8
	Итого:		**72**	**72**	**-**	**110,8**

2. Разделы дисциплины, изучаемые во **втором** семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	4
1.	Функции многих переменных	18	8	8		2
2.	Дифференцирование функций многих переменных	22	10	10		2
3.	Кратные интегралы и их приложения.	30	12	12		6
4.	Криволинейные интегралы.	14	6	6		2
5.	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	24	10	10		4
6.	Ряды	41,8	18	18		5,8
	Итого:		**64**	**64**		**22,8**
	Всего по дисциплине:		**136**	**136**		**133,6**

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ раздела	**Наименование раздела**	**Содержание раздела**	**Форма текущего контроля**
1	Введение в анализ	Предмет математического анализа. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика. Мощность множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел. Множество действительных чисел. Свойства действительных чисел. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков. Представление действительных чисел десятичными дробями. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Функции, заданныенеявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах. Гиперболические функции, их свойства и графики	Р
2	Предел последовательности.	Определение предела последовательности. Свойства сходящейся последовательности: единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами Предел монотонной последовательности. Число «е». Принцип стягивающихся отрезков. Примеры вычисления пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой по-	Устный опрос

		следовательности.	
3	Предел и непрерывность функции	Понятие предела функции. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений. Определение предела функции на языке окрестностей. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Общее определение предела функции на языке окрестностей. Свойства пределов функций. Арифметические операции над функциями, имеющими пределы. Свойства предела функции, связанные с неравенствами. Предел композиции функций. Пределы монотонных функций. Критерий Коши существования предела функции. Первый замечательный предел: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ и его следствия. Второй замечательный предел: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$.Следствия второго замечательного предела. Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций, непрерывных в точке.Точки разрыва функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении функции). Следствие теоремы. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции). Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении функцией экстремальных значений). Сравнение функций. О – символика. Теоремы об эквивалентных функциях. Сравнение бесконечно малых функций	Доказательство теорем по аналогии (по усмотрению лектора)
4	Дифференцирование функций одной переменной	Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных основных элементарных функций. Дифференциал функции. Геометрический и физический смысл дифференциала Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций. Производная обратной функции, функции, заданной неясно и параметрически. Таблица производных основных элементарных функций. Производная композиции функций. Инва-	Проверка существенности условий теорем (по усмотрению лектора) К

		риантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Многочлен Тейлора и формула Тейлора дифференцируемой функции, различные формы записи остаточного члена. Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций. Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты. Экстремальные значения функции на отрезке.	
5	Неопределённый интеграл	Первообразная функции и неопределенный интеграл, свойства. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: замена переменного, интегрирование по частям. Простые дроби и их интегрирование. Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций. Подстановки Чебышева.	Ат
6	Определённый интеграл и его приложения	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница. Понятие длины кривой. Дифференциал дуги гладкой кривой. Вычисление длины дуги с помощью определенного интеграла. Понятие площади плоской фигуры. Выражение площади интегралом. Понятие объема пространственной области. Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения. Приложение определенного интеграла к задачам физики.	Устный опрос

		Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения и некоторые условия их сходимости.	
7	Функции многих переменных	Линейное пространство R^m. Норма, сходимость последовательности точек. Открытые и замкнутые множества, их свойства, окрестности. Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Двойные и повторные пределы. Предел функции многих переменных, непрерывность. Локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компакте.	Устный опрос
8	Дифференцирование функций многих переменных	Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных. Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных. Формула Тейлора функции многих переменных. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Достаточные условия локального экстремума. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Вычисление производных функций, заданных неявно. Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.	Письменный опрос
9		Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного инте-	Р

	Кратные интегралы и их приложения.	грала. Мера Жордана. Измеримые множества на плоскости. Суммы Дарбу. Условия существования двойного интеграла. Свойства двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач*	
10	Криволинейные интегралы.	Криволинейные интегралы I-го и 2-го рода, их свойства. Геометрический смысл криволинейного интеграла I-го рода. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения $P(x,y)dx+Q(x,y)dy$.Работа силового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.	Р Устный опрос
11	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.	Письменный опрос
12	Ряды	Числовой ряд. Определение суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда.	Доказательство теорем

		Ряд геометрической прогрессии. Свойства сходящихся рядов. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сходимости рядов: сравнения, Даламбера и Коши, интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Понятие функционального ряда, его суммы. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^r$, $\ln(1+x)$. Использование разложения функции в ряд Тейлора в приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции. Ряды Фурье. Условия представимости функции рядом Фурье. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, заданной в произвольном промежутке. Разложение в ряд Фурье только по косинусам или только по синусам.	по аналогии (по указанию лектора)

2.3.2 Занятия семинарского типа

№ раздела	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	Введение в анализ	Операции над множествами. Логическая символика. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Абсолютная величина числа. Решение числовых неравенств уравнений, содержащих модуль. Множества на прямой, окрестности. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Композиция функций. Обратная функция. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Композиция функций, обрат-	Решение задач

		ная функция, функции, заданные неявно, параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах, гиперболические функции, их свойства построение графиков. Верхняя и нижняя грани функции.	
2	Предел последовательности.	Вычисление предела последовательностей. Арифметические операции над сходящимися последовательностями. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами Вычисление пределов последовательностей с помощью принципа сходимости монотонной последовательности. Частичные пределы числовой последовательности. Верхний и нижний пределы. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.	Решение задач
	1,2	«Построение эскизов графиков функций, предел последовательности».	Из-1, Кр-1
3	Предел и непрерывность функции	Техника вычисления пределов функций (раскрытие неопределённостей, замена переменного при вычислении предела). Использование замечательных пределов при вычислении пределов. Вычисления пределов функций с помощью асимптотических формул и теорем об эквивалентных функциях. Пределы монотонных функций. Первый замечательный предел и и его следствия. Второй замечательные предел Следствия второго замечательного предела. Сравнение функций. О – символика. Сравнение бесконечно малых функций. Исследование функции на непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Непрерывность элементарных функций. Исследование функции на непрерывность. Классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	Дз, Решение задач
	3	«Предел и непрерывность функции»	Из-2, Кр-2
4	Дифференцирование функций одной переменной	Нахождение производной функции, заданной явно, используя правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций, композиции функций. Нахождение производной обратной функции, функции, заданной параметрически и неявно, дифференциала функции. Решение задач прикладного характера, используя геометрический и физический смысл производной и дифференциала.	Решение задач Ат

		Нахождение производных и дифференциалов высших порядков. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.Применения формулы Тейлора к нахождению пределов и значений функций. Исследование функций: условия постоянства и монотонности; экстремумы, направление выпуклости графика функции, точки перегиба, асимптоты. Нахождение экстремальных значений функции на отрезке. Общая схема исследования функции и построения графика.	
	4	«Дифференцирование функции одной переменной»	Из-3, Кр-3
5	Неопределённый интеграл	Вычисление интегралов, « близких »к табличным, используя основные методы интегрирования (замена переменного, интегрирование по частям).Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и гиперболических функций. Подстановки Чебышева. Вычисление интегралов с помощью степенных рядов.	Р
6	Определённый интеграл и его приложения.	Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле. Вычисление длины кривой, площади плоской фигуры, объема тела с помощью поперечных сечений, объема тела вращения, площадей поверхностей вращения. Применение определенного интеграла к физическим задачам. Вычисление несобственных интегралов. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций. Признаки сравнения и некоторые условия сходимости несобственных интегралов.	Вычисление интегралов различными методами
	5,6	«Интегрирование функций одной переменной»	Из-4, Кр-4
7	Функции многих переменных	Вещественная функция двух переменных и ее график, линии уровня. Вычисление двойных и повторных пределов. Нахождение областей определения функций многих переменных, линий и поверхностей уровня, предела, исследовать на непрерывность функции многих переменных.	Дз Решение задач
8	Дифференцирование функций многих переменных	Различные способы нахождение частных производных и дифференциалов функции многих переменных. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Вычисление производных функций, заданных неявно. Нахождение про-	Решение задач

		изводной по направлению, градиента функции. Геометрический смысл полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков. Формула Тейлора. Экстремум функции двух переменных. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Экстремум функции многих переменных. Нахождениеусловного экстремума методом неопределенных множителей Лагранжа. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функций на компакте.	
	7,8	«Дифференцирование функций многих переменных»	Из-5, Кр-5
9	Кратные интегралы и их приложения.	Вычисление двойных интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной областей. Замена переменных в двойном интеграле.Полярные координаты. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.	Р Решение задач
	9	«Кратные интегралы и их приложения»	Из-6, Кр-6
10	Криволинейные интегралы.	Вычисление криволинейных интеграловпервого и второго рода. Геометрический смысл криволинейного интеграла I-го рода. Вычисление криволинейных интеграловвторого рода с помощью формулы Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Нахождение первообразной для подынтегрального выражения $P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ Вычисление работысилового поля. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.	Р Решение задач
11	Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	Вычисление площадь поверхности. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Поток вектора через поверхность. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.	Дз Решение задач Ат

	10,11	«Криволинейные и поверхностные интегралы»	Из-7, Кр-7
12	Ряды	Нахождение суммы ряда. Ряд геометрической прогрессии.Исследование сходимости рядов с положительными членами. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Признак Лейбница. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда, области сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Использование разложения функции в ряд Тейлорав приближённых вычислениях и при вычислении пределов функции. Разложение в ряд Фурье периодической функции. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, функции, заданной в произвольном промежутке. Разложение в ряд Фурье только по косинусам или только по синусам.	Опрос Решение задач
	12	«Ряды»	Из-8, Кр-8

Примечание: Дз – проверка домашнего задания; Кр – контрольная работа; Из – индивидуальное задание, Р –написание реферата, К- коллоквиум, Ат - аттестация.

2.3.3 Лабораторные занятия – *не предусмотрены.*

2.3.4 Курсовые работы (проекты)– *не предусмотрены*

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Реферат на тему: «Гиперболические функции, их свойства и графики. Доказательство некоторых тождеств».	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с.
2	Реферат на тему «О некоторых подходах к интегрированию функций».	Берман Г.Н.Сборник задач по курсу математического анализа : задачник — Москва : Эколит, 2015. — 432 с
3	Реферат на тему : «Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона».	Кратные интегралы: Практикум. Яременко Л.А. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.
4	Реферат на тему: «Независимость криволинейного инте-	Криволинейные и поверхностные интегралы. Яременко Л.А., Подберезкина А.И.

	грала 2-го рода от пути интегрирования в пространстве»	Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
–в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа,
Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Преподавание дисциплины включает следующие формы работы:

- лекции;
- практические занятия;
- контрольные работы;
- коллоквиумы;
- консультации преподавателей;
- экзамен;
- самостоятельная работа студентов:

(изучение теоретического материала; выполнение домашних заданий, выполнение индивидуальных типовых заданий; подготовка к опросу; подготовка и выступление с докладом;подготовка к экзамену).

Глубокому усвоению учебного материала дисциплины содействуют коллективные формы интеллектуальной деятельности, а также методы работы, способствующие саморазвитию и самообразованию студента.

Образовательные технологии, используемые в учебном процессе:

- лекции с проблемным изложением;
- дискуссии по сложным вопросам;
- подготовка реферата;
- технология развития критического мышления;
- работа, направленнаяна усвоение знаний и способов действий по самоконтролю;
- консультации преподавателей.

Примерные вопросы, вынесенные на дискуссию

1. Индукция и аналогия в математике. Доказательство математических утверждений по аналогии (по усмотрению лектора).
2. Проверка существенности условий теорем (по усмотрению лектора).
3. Доказательство теорем с данной формулировкой и планом доказательства (по усмотрению лектора).
4. Решение задач различными способами.
5. Совместный поиск решения задачи.
6. Составление плана решения задачи.
7. Взаимная и самопроверка знаний и обсуждение полученных результатов.

Примерные темы рефератов

1. Гиперболические функции, их свойства и графики. Доказательство некоторых тождеств.
2. О некоторых подходах к интегрированию функций.
3. Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.
4. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования в пространстве

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и решения задач на аудиторных занятиях. В течение каждого семестра проводятся контрольные работы, предполагается выполнение типовых индивидуальных заданий для самостоятельной работы. Решение задач без помощи преподавателя способствует активизации самостоятельной деятельности студента, формированию умений и навыков в решении задач по соответствующему разделу математического анализа, позволяет глубже освоить теоретический материал, способствует приобретению и развитию навыков самоконтроля.

На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски, при проверке домашних и индивидуальных заданий. В первом семестре планируется проведения коллоквиума.

Итоговый контроль осуществляется в виде экзамена.

Контрольные, коллоквиумы, индивидуальные задания оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе выполнения студентами домашних заданий и решения задач на аудиторных занятиях. В течение каждого семестра проводятся контрольные работы, предполагается выполнение типовых индивидуальных заданий для самостоятельной работы. Решение задач без помощи преподавателя способствует активизации самостоятельной деятельности студента, формированию умений и навыков в решении задач по соответствующему разделу математического анализа, позволяет глубже освоить теоретический материал, способствует приобретению и развитию навыков самоконтроля.

На практических занятиях контроль осуществляется при ответе у доски, при проверке домашних и индивидуальных заданий. В первом семестре планируется проведения коллоквиума.

Итоговый контроль осуществляется в виде экзамена.

Контрольные, коллоквиумы, индивидуальные задания оцениваются по пятибалльной системе. Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

4.1.1 Типовые задачи для самостоятельной работы (ОПК-1)

I семестр

1. Построить графики функций:

а) $y=\left|\cos(x-\frac{\pi}{6})\right|$; б) $y=|x-2|+|3x|$; в) $y=3^{\sin x}$.

2. Найти пределы последовательностей:

а) $\lim\limits_{n\to+\infty}(\sqrt{n^2+5n}-\sqrt{n^2+2})$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+2+3+...+n}{n^2+5n}$; в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{2n-1}\right)^{n-3}$.

3. Найти пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos x-\cos^5 x}{x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to0}(2-\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$ в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{x^2}$.

4. Вычислить производные функций:

а) $f(x)=(\cos x)^{\sin x}$;б) $f(x)=(\ln x-2)\sqrt{1+\ln x}$; в) $f(x)=\frac{\arccos\ln\sqrt{2x+1}}{x^3-1}$.

5. Найти производные y'_x, y''_{x^2} функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases}x=2t-t^2\\ y=3t-t^3\end{cases}.$$

6. Найти производную y'_x функции $y=y(x)$, заданной неявно: $e^y+y=\ln x+x$.

7. Найти дифференциал функции $f(x,y)=\ln(x+\sqrt{x^2+y^2})$.

8. Найти df и d^2f для функции f, если $f(x)=(x+1)\cdot e^x$.

9. Найти дифференциал первого и второго порядка для функции $y=e^{3tg\,4x}$.

10. Найти y'', еслиy=$\frac{1}{6}$(e^{3x}+e^{-3x});

11. Найти производную порядка n для функции $y=\left(x^2+1\right)e^{3x}$.

12. Вычислить приближенно $\sqrt[3]{125,5}$.

13. Написать формулу Лагранжа для функции $y=\arcsin 2x$ на отрезке $[x_0, x_0+\Delta x]$.

14. Показать, что график функции $y=\ln(x^2-1)$ везде выпуклый.

15. Построить график функции $y=3x^3+4x^2+1$.

16. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int\frac{1}{x^2}\cos\frac{1}{x}dx$; б) $\int\frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$; в) $\int\frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}}dx$

17. Вычислить определенные интегралы

$a)\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx$; $б)\int_{-2}^{1}\frac{(2x+4)dx}{x^2+4x+13}$; $в)\int_{-2}^{1}\frac{(x+5)dx}{x^2+2x+10}$;

18. Вычислить несобственные интегралы

$a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{x^2+4x+13}$; $б)\int_0^{2}\frac{xdx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$;

19. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми: $x=\cos t, y=2\sin t$.

20. Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси Ох фигуры, ограниченной данными кривыми: $xy=1, y=0, x=1, x=2$.

П семестр

21. Найти частные производные второго порядка функции $f(x,y)=arctg(x/y)$.

22. Исследовать функцию на экстремум:

а) $f(x,y)=4x^2-4xy+y^2+4x-2y-7$; ;б) $u=\frac{x^3}{3}+2y^2-z^2x+z$

23. Найти наибольший объем, который может иметь прямоугольный параллелепипед, если сумма длин ребер его равна а.

24. Найти производные и полные дифференциалы первого порядка и второго порядка функции $z=x^2\ln y$, где $x=\frac{u}{v}$; $y=3u-2v$;

25. Дана функция $x\cos y+y\cos z+z\cos x=1$, заданная неявно. Найти частные производные и дифференциалы первого и второго порядков.

26. Найти экстремум функции $z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ при условии $2x+y=4$.

27. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в области $z=x^2-y^2,\quad D: x^2+y^2\le 4$;

28. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 dx\int_{-1}^{2}\left(x+2|y|\right)dy$; б) $\int_0^{\pi} xdx\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\left(x-y\right)dy$;

29. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z+x^2+y^2=1,\ x+y+z=1$;

30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми. $x^2+3y^2=4,\ y\le x,\ y\ge 0$.

31. Определить координаты центра тяжести однородного шарового слоя, заключенного между сферой $x^2+y^2+z^2=8$ и плоскостями $x=-1$ и $x=2$.

32. В двойном интеграле $\iint_{\Omega} f(x,y)dxdy$ расставить пределы интегрирования в том и другом порядке, если $\Omega-$ треугольник с вершинами $O(0;0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$;

33. В двойном интеграле $\iint_{\Omega} f(x,y)dxdy$ перейти к полярным координатам r и φ и расставить пределы интегрирования, если: $\Omega=\left\{x^2+y^2\le ax\right\},(a>0)$.

34. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми. $r=1+\cos\varphi, r=\sqrt{3}\sin\varphi$..

35. Найти массу пластинки, ограниченной кривыми: $x=1, y=x^2$, $y=-\sqrt[3]{x}$

где $\rho(x,y)=5x^2+4xy^2$ – поверхностная плотность.

36. Вычислить тройной интеграл

$\iiint\limits_T (x+y+z)\,dxdydz,$ где T: $z=x^2+y^2,\ z=1;$

37. Вычислить $\int\limits_L (x^2+y^2)dS$, где L – окружность $x^2+y^2=4x.$

38. Показать, чтоинтеграл $J=\int\limits_{(0;1)}^{(2;4)}(x+2y)dx+(y+2x)dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

39. Вычислить поверхностный интеграл:

$\iint\limits_T xds,$ где T – полусфера $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$.

40. Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами:

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n\sqrt[3]{n}}$.

41. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд:

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{5n(n+1)}$

42. Найти область сходимости степенного ряда

$\sum\limits_{n=o}^{\infty}\frac{n^2}{7^n(n+3)}(x+2)^n.$

43. Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию $y=1-3x$ в интервале $(-\pi;\pi)$

4.1.2 Примерный перечень контрольных вопросов к коллоквиуму (ОПК-1).

Определение и формулировки теорем

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
3. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
4. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
5. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
6. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

7. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.

8. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.

9. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.

10. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.

11. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.

12. Принцип сходимости монотонной последовательности.

13. Принцип стягивающихся отрезков. Число e.

14. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.

15. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.

16. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.

17. Бесконечно малые функции, их свойства. Бесконечно большие функции. Общее определение предела функции.

18. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.

19. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.

20. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.

21. Предел композиции функций.

22. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.

23. Сравнение функций, эквивалентные функции. Критерий эквивалентности функций.

24. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

25. Свойства функций, непрерывных в точке (локальная ограниченность, устойчивость знака, непрерывность суммы, произведения и частного функций). Непрерывность основных элементарных функций.

26. Непрерывность сложной функции. Непрерывность функции $x^{\alpha}, x > 0$

27. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.

28. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).

29. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).

30. Первый замечательный предел и его следствия.

31. Второй замечательный предел.Следствия второго замечательного предела

32. Теорема существования и непрерывности обратной функции. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Критерий Коши существования конечного предела функции.

33. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.

34. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.

35. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.

36. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.

37. Таблица производных основных элементарных функций (вывод формул).

38. Уравнения касательной и нормали к кривой. Скорость прямолинейного движения.

39. Понятие дифференциала. Его геометрический и физический смысл.

40. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.

41. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.

42. Производные и дифференциалы высших порядков; n-ые производные функций: $x^n, a^x, \sin x, \cos x$, $y = l\operatorname{og}_a x$, $(1+x)^\alpha$.

43. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков при нелинейной замене переменной

44. Теорема Ферма, её геометрический смысл.

45. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.

46. Теорема Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $0/0$ и ∞/∞.

47. Раскрытие неопределенностей видов ∞-∞, $0\times\infty, 1^\infty, \infty^0, 0^0$.

48. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.

49. Разложение по формуле Маклорена функций a^x, $\sin x$, $\cos x$, $y = l\operatorname{og}_a x$, $(1+x)^\alpha$.

50. Условия постоянства и монотонности функции.

51. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.

52. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.

53. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.

54. Экстремальные значения функции на отрезке. Асимптоты графика.

Доказательства утверждений

Введение в анализ

1. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
2. Принцип Архимеда.

Предел последовательности

3. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
4. Теоремы о бесконечно малых последовательностях.
5. Теоремы о пределах последовательностях, связанные с арифметическими операциями.
6. Теоремы о пределах последовательностях, связанные с неравенствами.
7. Принцип сходимости монотонной последовательности.
8. Число «е».

Предел функции

9. Теорема о единственности предела функции.
10. Теорема о локальной ограниченности функции, имеющей конечный предел.
11. Теорема о пределе композиции функций.

12. Теоремы о пределах функции, связанные с арифметическими операциями.
13. Теоремы о пределах функции, связанные с неравенствами.
14. Первый замечательный предел и его следствия.
15. Второй замечательный предел и его следствия.
16. Теоремы об эквивалентных функциях.

Непрерывность функции

17. Теорема о непрерывности композиции функций.
18. Теорема о пределе монотонной функции.

Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции).

19. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
20. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).

Дифференцирование функций одной переменной

21. Теорема о связи между существованием производной и дифференцируемостью функции.
22. Теоремы о дифференцировании суммы, произведения и частного функций.
23. Теоремы о дифференцировании обратной функции, функции, заданной параметрическими уравнениями.
24. Теорема о дифференцировании композиции функций. Инвариантность формы I дифференциала.
25. Теорема Ферма, её геометрический смысл.
26. Теоремы Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.
55. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $0/0$ и ∞/∞..

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

4.2.1 Вопросы для подготовки к экзамену

I семестр (ОПК-1)

1. Понятие множества. Операции над множествами. Логическая символика.
2. Множество действительных чисел. Свойства действительных чисел. Представление действительных чисел десятичными дробями.
3. Мощность множества. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел.
4. Расширенная числовая прямая. Абсолютная величина числа. Множества на прямой, окрестности.
5. Метод математической индукции. Бином Ньютона.
6. Ограниченные и неограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема существования верхней (нижней) грани числового множества.
7. Принцип Архимеда. Принцип вложенных отрезков.
8. Общее понятие функции (отображения). Композиция функций. Обратная функция. Числовые функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
9. Способы задания функций. Неявный способ задания функции. Функции, заданные параметрическими уравнениями и уравнениями в полярных координатах.
10. Определение последовательности и её предела. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
11. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.

12. Свойства сходящейся последовательности, связанные с неравенствами.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
14. Принцип сходимости монотонной последовательности.
15. Принцип стягивающихся отрезков. Число е.
16. Подпоследовательности и частичные пределы числовой последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
17. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности.
18. Определение предела функции в точке. Определение предела по Коши и по Гейне, эквивалентность определений. Предел функции на бесконечности.
19. Бесконечно малые функции, их свойства.
20. Бесконечно большие функции. Общее определение предела функции.
21. Общие свойства предела функции: единственность, локальная ограниченность.
22. Свойства предела функции, связанные с арифметическими операциями.
23. Свойства предела функции, связанные с неравенствами.
24. Предел композиции функций.
25. Односторонние пределы. Предел монотонной функции.
26. Сравнение функций, эквивалентные функции. Критерий эквивалентности функций.
27. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
28. Свойства функций, непрерывных в точке (локальная ограниченность, устойчивость знака, непрерывность суммы, произведения и частного функций). Непрерывность основных элементарных функций.
29. Непрерывность сложной функции. Непрерывность функции $x^{\alpha}, x > 0$
30. Теорема Больцано-Коши (о промежуточном значении непрерывной на сегменте функции). Следствие теоремы.
31. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на сегменте функции).
32. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на сегменте функции экстремальных значений).
33. Первый замечательный предел и его следствия.
34. Второй замечательный предел.Следствия второго замечательного предела
35. Теорема существования и непрерывности обратной функции. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Критерий Коши существования конечного предела функции.
36. Условие дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
37. Производная функции. Односторонние и бесконечные производные.
38. Связь между существованием производной и дифференцируемостью функции.
39. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного функций.
40. Таблица производных основных элементарных функций (вывод формул).
41. Уравнения касательной и нормали к кривой. Скорость прямолинейного движения.
42. Понятие дифференциала. Его геометрический и физический смысл.

43. Производная обратной функции, функции, заданной неявно и параметрически.

44. Производная сложной функции. Инвариантность формы I дифференциала.

45. Производные и дифференциалы высших порядков; n-ые производные функций: $x^n, a^x, \sin x, \cos x$, $y = l\,\mathrm{og}_a x$, $(1+x)^\alpha$.

46. Дифференциалы высших порядков от сложных функций. «Нарушение» инвариантной формы дифференциалов высших порядков при нелинейной замене переменной

47. Теорема Ферма, её геометрический смысл.

48. Теорема Лагранжа, Ролля, их геометрический смысл.

49. Теорема Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $0/0$ и ∞/∞.

50. Раскрытия неопределенностей видов ∞-$\infty, 0\times\infty, 1^\infty, \infty^0, 0^0$.

51. Формула Тейлора функции с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа.

52. Разложение по формуле Маклорена функций

a^x, $\sin x$, $\cos x$, $y = \ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$,

53. Условия постоянства и монотонности функции.

54. Локальный экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума.

55. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.

56. Точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия точек перегиба.

57. Экстремальные значения функции на отрезке. Асимптоты графика. Полная схема исследования функции и построение ее графика.

58. Понятие первообразной, ее свойства.

59. Определение неопределенного интеграла, основные свойства.

60. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.

61. Метод замены переменной и интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

62. Простые дроби и их интегрирование. Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций.

63. Интегрирование иррациональных функций.

64. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.

65. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции.

66. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости. Геометрический смысл определенного интеграла.

67. Мера Жордана. Измеримые множества. Суммы Дарбу и их свойства.

68. Критерий интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.

69. Свойства определённого интеграла, выраженные равенствами.

70. Свойства определённого интеграла, выраженные неравенствами. Теорема о среднем значении.

71. Приближенное вычисление определенных интегралов.

72. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

73. Метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.
74. Понятие длины дуги кривой. Выражение длины дуги интегралом.
75. Понятие площади плоской фигуры. Выражение площади интегралом.
76. Понятие объема пространственной области. Вычисление объема тела с помощью поперечных сечений. Объем тела вращения. Вычисление площадей поверхностей вращения.
77. Приложение определенного интеграла к задачам физики.
78. Несобственные интегралы с бесконечными пределами от неограниченных функций. Свойства и вычисление.
79. Признаки сходимости несобственных интегралов.

2 семестр (ОПК-1)

1. Понятие n-мерного евклидова пространства R^n.

Примеры множеств R^n.

2. Последовательность в R^n и ее предел.
3. Вещественная функции двух переменных и ее график, линии уровня.
4. Двойные пределы. Повторные пределы, условия их равенства.
5. Предел функции многих переменных.
6. Непрерывность функции многих переменных, свойства.
7. Частные производные и частные дифференциалы функции многих переменных.
8. Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал. Геометрический смысл частной производной и полного дифференциала.
9. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
10. Производная сложной функции, инвариантность формы первого дифференциала.
11. Производная по направлению. Градиент.
12. Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства вторых производных.
13. Формула Тейлора функции многих переменных.
14. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума.
15. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Достаточные условия локального экстремума.
16. Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.
17. Вычисление производных неявно заданных функций. Понятие об условном экстремуме. Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.
18. Наибольшее и наименьшее значения функции на компакте.
19. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
20. Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла.
21. Свойства двойных интегралов.
22. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
23. Сведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
24. Элемент площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.

25. Тройные интегралы и их вычисление. Замена переменных в тройном интеграле.

26. Применение кратных интегралов к решению геометрических и физических задач.

27. Понятие гладкой кривой. Криволинейные интегралы 1- рода, их свойства, геометрический смысл.

28. Ориентированные кривые. Криволинейные интегралы 2- рода, их свойства. Работа силового поля.

29. Связь между криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода. Способы сведения криволинейных интегралов к определенным интегралам.

30. Формула Грина. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов.

31. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Случай полного дифференциала. Первообразная для подынтегрального выражения $P(x,y)dx + Q(x,y)dy$.

32. Понятие гладкой поверхности. Векторно-параметрическая форма задания поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности.

33. Поверхностные интегралы I-го рода и их свойства.

34. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности и выбор стороны. Направляющие косинусы нормали.

35. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства.

36. Способы сведения поверхностных интегралов к двойным интегралам.

37. Ротор, дивергенция, циркуляция. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса, векторная запись. Условия потенциальности векторного поля в пространстве.

38. Определение числового ряда, суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов.

39. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости. Признаки сходимости (сравнения, Даламбера, Коши).

40. Интегральный признак сходимости. Обобщенный гармонический ряд и его сходимость.

41. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.

42. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.

43. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

44. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

45. Ряды Тейлора и Маклорена. Степенные ряды основных элементарных функций.Использование разложения функции в ряд Тейлорадля приближённых вычислений.

46. Ряды Фурье. Условия представимости функции рядом Фурье.

47. Разложение в ряд Фурье непериодической функции, заданной в произвольном промежутке.

48. Разложение функций в ряд Фурье по синусам или по косинусам.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

4.2.2 Примерные билеты к экзамену (ОПК-1)

1920

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «КубГУ»)
Билет № 1

(Математический анализ, 03.03.03, семестр 1, 2019 – 2020 уч. г.)

1. Простые дроби и их интегрирование. Разложение рациональной функции на простые дроби. Интегрирование рациональных функций.
2. Теорема Ферма, её геометрический смысл.

3.Задача. Найти дифференциал функции $f(x,y)=\ln(x+\sqrt{x^2+y^2})$.

Зав. кафедрой теории функций В.А. Лазарев

1920

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кубанский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «КубГУ»)
Билет № 2

(Математический анализ, 03.03.03, семестр 2, 2019 – 2020 уч. г.)

1. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.
2. Понятие дифференциала функции многих переменных. Его геометрический смысл.

3. Задача. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \left(1+x+y^2\right)dx,$ где область D ограничена линиями $y=x^2,\ x+y=2.$

Зав. кафедрой теории функций В.А. Лазарев

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

5.1 Основная литература:

1. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: учебник для бакалавров : учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям Т. 3 /Л. Д. Кудрявцев ; Моск. физико-техн. ин-т (Гос. ун-т) 6-е изд. -Москва: Юрайт, 2012

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: 2009. – 558 с.

3. Берман Г.Н.Сборник задач по курсу математического анализа : задачник — Москва : Эколит, 2015. — 432 с

4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2226).

5. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2227).

5.2 Дополнительная литература:

6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных. М.: Физматлит, 2003. – 472 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2220).

7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: учебник; в 2 ч. М., 2006. Ч. I. – 464с., Ч. II. – 646с.

8. Яременко Л.А. Кратные интегралы: Практикум. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2006.- 80 с.

9. Яременко Л.А., Подберезкина А.И. Криволинейные и поверхностные интегралы. Учебное пособие. Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2012.-109 с.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

Периодические издания: ***не предусмотрены***

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. http://www.alleng.ru/edu/math9.htm
2. http://www.matburo.ru/st_subject.php?p=ma
3. http://pdf-ka.ru/tags/matematicheskiy-analiz

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

Для контроля освоения курса и подготовки к экзамену студентам предлагается выполнение 8-ми контрольных работ,график которых с указанием тем приводится в планах семинарских занятий по математическому анализу.

В первом семестре планируется проведение коллоквиума с целью адаптации студентов к уровню требований, предъявляемых к ним на экзамене, и к форме проведения экзамена.

Предлагается также выполнение типовых индивидуальных заданий для самостоятельной работы по темам: «Построение эскизов графиков функций. Предел последовательности», «Предел и непрерывность функции», «Дифференцирование функции одной переменной», «Интегрирование функций одной переменной».

Во втором семестре – по темам: «Дифференцирование функций многих переменных», «Кратные интегралы и их приложения », «Криволинейные и поверхностные интегралы», «Ряды» Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради и проверяются преподавателем с выборочной защитой (типовые индивидуальные задания даны в приложении к РДП).

I семестр

Наименование тем	Сроки выполнения
Построение эскизов графиков функций. Предел последовательности.	3-я неделя
Предел и непрерывность функции.	7-я неделя
Дифференцирование функций одной переменной.	12-я неделя
Интегрирование функций одной переменной	17-я неделя

II семестр

Наименование тем	Сроки выполнения
Дифференцирование функций многих переменных.	4-я неделя
Кратные интегралы и их приложения	8-я неделя
Криволинейные и поверхностные интегралы. .	12-я неделя
Ряды.	17-я неделя

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностямиздоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующими индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта междупреподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностямиздоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

не предусмотрены

8.1 Перечень необходимого программного обеспечения

не предусмотрены

8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

не предусмотрены

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (http://www.consultant.ru)
2. Электронная библиотечная система LIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru)/

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, для проведения лекционных занятий, интерактивная доска
2.	Семинарские занятия	Учебные аудитории для проведения и семинарских занятий, интерактивная доска
3.	Лабораторные занятия	Рабочим планом не предусмотрены.
4.	Курсовое проектиро-	Рабочим планом не предусмотрены.

	вание	
5.	Групповые (индивидуальные) консультации	Учебная аудитория, оснащенная интерактивной доской
6.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Учебная аудитория, оснащенная интерактивной доской
7.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет»,программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.