

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
Методическому образованию – первый  
проректор  
\_\_\_\_\_ Хагуров Т.А.  
« 05 » \_\_\_\_\_ 2020 г.



## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ** Б1.О.09 «Дифференциальные уравнения»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Форма обучения очная

Квалификация Бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Программу составил:

А.Д. Колотий кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры прикладной математики

Рабочая программа дисциплины Дифференциальные уравнения утверждена на заседании кафедры прикладной математики протокол № 10 «22» мая 2020 г.  
Заведующий кафедрой (разработчика) Уртенев М.Х.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры протокол № 10 «22» мая 2020 г.  
Заведующий кафедрой (выпускающей) Уртенев М.Х.

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 2 «22» мая 2020 г.  
Председатель УМК факультета Коваленко А.В.

Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна  
Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук,  
профессор. Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

Марков Виталий Николаевич  
Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСиИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ»

# 1 Цели и задачи изучения дисциплины

## 1.1 Цель освоения дисциплины

- ознакомить студентов с начальными навыками математического моделирования;
- показать возникающие принципиальные трудности при переходе от реального объекта к его математической идеализации;
- показать разницу между «хорошими» и «плохими» моделями.

## 1.2 Задачи дисциплины

- формирование у студента представления о дифференциальных уравнениях, как математических моделях явлений и процессов различной природы;
- выработка навыков использования классических методов «Дифференциальных уравнений»;
- освоение студентами синтеза классических методов теории дифференциальных уравнений с современными идеями качественных, численных и асимптотических методов.

## 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части Блока 1 "Дисциплины" учебного плана.

Данная дисциплина тесно связана с дисциплинами базовой части Блока 1: математический анализ, алгебра и аналитическая геометрия, дискретная математика, методы оптимизации, численные методы, комплексный анализ, математический анализ II, уравнения математической физики.

## 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ОПК-1, ПК-1

№ п.п.	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции		
		знает	умеет	владеет
1.	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	основные понятия и определения теории обыкновенных дифференциальных уравнений	применять основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем уравнений	навыками интегрирования дифференциальных уравнений и систем
2.	ПК-1 Способен решать актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики	основные понятия, положения и методы дифференциальных уравнений	применять знания по теории дифференциальных уравнений для решения практических задач	навыками применений по теории дифференциальных уравнений для решения практических задач

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 9 зач. ед. (324 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице  
(для студентов ОФО)

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)			
			3	4		
<b>Контактная работа, в том числе:</b>						
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>						
Занятия лекционного типа		66	34	32		
Лабораторные занятия		66	34	32		
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		-	-	-		
<b>Иная контактная работа:</b>						
Контроль самостоятельной работы (КСР)		10	6	4		
Промежуточная аттестация (ИКР)		1	0,5	0,5		
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>						
Курсовая работа						
Проработка учебного (теоретического) материала		60	20	40		
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)						
Реферат						
Подготовка к текущему контролю		40,6	13,8	26,8		
<b>Контроль:</b>						
Подготовка к экзамену		80,4	35,7	44,7		
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>324</b>	<b>144</b>	<b>180</b>		
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>143</b>	<b>74,5</b>	<b>68,5</b>		
	<b>зач. ед</b>	<b>9</b>	<b>4</b>	<b>5</b>		

### 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 3 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	16	4		8	4
2.	Геометрические и физические задачи.	6			4	2
3.	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	5	3			2
4.	Свойства решений линейных однородных систем.	8	5			3
5.	Уравнения, не разрешенные относительно производной.	4			2	2

6.	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	5	3			2
7.	Разные уравнения первого порядка.	12			8	4
8.	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.	7	3		2	2
9.	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	11	4		4	3
10.	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	10	4		4	2
11.	Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов.	6	4			2
12.	Зависимость решения от начальных значений и параметров.	8	4			4
15.	Обзор пройденного материала и прием зачета.	3,8			2	1,8
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	101,8	34		34	33,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	6				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	35,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	144	34		34	33,8

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 4 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1.	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	17	4		5	8
2.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	14	3		3	8
3.	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	14	4		2	8
4.	Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	19	5		6	8
5.	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	15	3		4	8
6.	Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	13	3		2	8
7.	Краевые задачи.	19	6		5	8
8.	Уравнения с частными производными первого порядка.	15	4		3	8
9.	Обзор пройденного материала и прием зачета.	4,8			2	2,8

	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	130,8	32		32	66,8
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5				
	Подготовка к текущему контролю	44,7				
	Общая трудоемкость по дисциплине	180	32		32	66,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

## 2.3 Содержание разделов (тем) дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (темы)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	Понятие дифференциального уравнения и его решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка. Лемма Гронуолла-Белмана.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
2.	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	Теоремы Пикара для одного дифференциального уравнения и систем. Теорема Пиано. Теорема о гладкости решения дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности для линейных систем.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
3.	Свойства решений линейных однородных систем.	Пять теорем о свойствах решений линейных однородных систем. Теорема Лиувилля для линейных систем.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
4.	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	Понятие фундаментальной матрицы и её свойств. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем. Утверждение о линейных неоднородных системах и следствие из него.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
5.	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.	Эквивалентность уравнения n-ого порядка и системы. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-ого порядка. Пять теорем о свойствах решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Теорема Лиувилля. Понижение порядка линейного однородного уравнения.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
6.	Линейные однородные	Случай простых и кратных характеристических чисел для линейного однородного	Резюме, аналитический

	дифференциальные уравнения $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	дифференциального уравнения $n$ -ого порядка. Построение общего вещественного решения. Лемма о линейной независимости функции.	обзор по проблеме.
7.	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Поиск частного решения неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами в нерезонансном, резонансном и вещественном случаях.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
8.	Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов.	Две леммы о свойствах нулей решения дифференциальных уравнений. Следствие из них. Теорема сравнения Штурма. Замечание и четыре следствия из неё. Понятие решения дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
9.	Зависимость решения от начальных значений и параметров.	Лемма Адамара. Теорема о непрерывности и дифференцируемости решений от параметров. Следствие из неё. Получение задач для производных по параметру и начальным условиям.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
10.	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	Вид общего решения однородной системы линейных дифференциальных уравнений в случае матрицы простой структуры и матрицы общего вида. Выделение вещественных решений. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения линейной однородной системы.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
11.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Поиск частного решения линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами методом неопределенных коэффициентов в нерезонансном, резонансном и вещественном случаях.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
12.	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с	Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости нулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Преобразование линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Две леммы и три теоремы об устойчивости нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.

	постоянными коэффициентами.		
13.	Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	Теорема Четаева о неустойчивости. Критерий Рауса-Гурвица. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
14.	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	Вид особой точки: узел, седло, фокус, центр. Случаи дикритического и вырожденного узла.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
15.	Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	Теорема о поведении траектории вблизи фокуса. Понятие предельного цикла. Поведение траекторий вблизи предельного цикла.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
16.	Краевые задачи.	Альтернатива Фредгольма и следствие из неё. Определение функции Грина. Теорема о существовании функции Грина. Свойства функции Грина. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема о свойствах собственных значений и собственных функций.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.
17.	Уравнения с частными производными первого порядка.	Теоремы о решениях линейного однородного уравнения. Задача Коши и построение общего решения квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.	Резюме, аналитический обзор по проблеме.

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

Не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.	Проверка выполнения лабораторной работы
2.	Геометрические и физические задачи.	Проверка выполнения лабораторной работы



3.	Однородные уравнения и приводящиеся к ним.	Проверка выполнения лабораторной работы
4.	Линейные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли и Риккати. Методы их решения.	Проверка выполнения контрольной работы
5.	Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним. Интегрирующий множитель.	Проверка выполнения лабораторной работы, проверка коллоквиума
6.	Уравнения, не разрешенные относительно производной.	Проверка выполнения лабораторной работы
7.	Разные уравнения первого порядка.	Проверка выполнения контрольной работы
8.	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы их решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
9.	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	Проверка выполнения лабораторной работы
10.	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
11.	Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных дифференциальных уравнений.	Проверка выполнения контрольной работы
12.	Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Леувилля.	Проверка выполнения лабораторной работы
13.	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.	Проверка выполнения лабораторной работы
14.	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
15.	Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.	Проверка выполнения контрольной работы, проверка коллоквиума
16.	Устойчивость. Исследование на устойчивость по первому приближению. Исследование на устойчивость с помощью функций Ляпунова.	Проверка выполнения лабораторной работы
17.	Положение равновесия. Исследование на устойчивость нулевого решения.	Проверка выполнения лабораторной работы
18.	Особые точки. Исследование особой точки.	Проверка выполнения лабораторной работы

19.	Фазовая плоскость. Фазовое пространство. Автономные системы и траектории.	Проверка выполнения лабораторной работы
20.	Краевые задачи. Функция Грина.	Проверка выполнения лабораторной работы
21.	Уравнения с частными производными первого порядка.	Проверка выполнения контрольной работы

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

- Методические указания для подготовки к лекционным занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №10 от 15.05.2019 г.
- Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №10 от 15.05.2019 г.
- Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ» протокол №10 от 15.05.2019 г.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.	Жабко, А.П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] : учеб. / А.П. Жабко, Е.Д. Котина, О.Н. Чижова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 320 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/60651">https://e.lanbook.com/book/60651</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
2	Геометрические и физические задачи.	Жабко, А.П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] : учеб. / А.П. Жабко, Е.Д. Котина, О.Н. Чижова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 320 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/60651">https://e.lanbook.com/book/60651</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN

		9785484011063 : 242.65.
3	Однородные уравнения и приводящиеся к ним.	Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 608 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/306">https://e.lanbook.com/book/306</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
4	Линейные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли и Риккати. Методы их решения.	Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 608 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/306">https://e.lanbook.com/book/306</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
5	Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним. Интегрирующий множитель.	Петровский, Иван Георгиевич. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для механико-мат. фак. ун-тов / И. Г. Петровский. - Изд. 6-е, стер. - М. : [Едиториал УРСС], 2003. - 272 с. : ил. - ISBN 5354001838 : 109/00. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
6	Уравнения, не разрешенные относительно производной.	Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Текст] / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина ; [под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова]. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 431 с. : ил. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 10). - Библиогр. : с. 430-431. - ISBN 5922102761 : 260.00. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
7	Разные уравнения первого порядка.	Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. :

		URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
8	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы их решения.	Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
9	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям ( типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Болотюк [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/51934">https://e.lanbook.com/book/51934</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
10	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям ( типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Болотюк [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/51934">https://e.lanbook.com/book/51934</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
11	Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных дифференциальных уравнений.	Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/1542">https://e.lanbook.com/book/1542</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
12	Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Леувилля.	Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/1542">https://e.lanbook.com/book/1542</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
13	Линейные однородные	Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных

	системы с постоянными коэффициентами.	уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/1542">https://e.lanbook.com/book/1542</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
14	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Эльсгольц, Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения [Текст] : [великолепное изложение теоретического материала ; 150 подробно решенных примеров ; 200 задач разного уровня сложности с ответами] : учебник для физ. и физ.-матем. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 6-е. - М. : [КомКнига] : URSS, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 306. - ISBN 5484004098. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
15	Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных систем.	Эльсгольц, Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения [Текст] : [великолепное изложение теоретического материала ; 150 подробно решенных примеров ; 200 задач разного уровня сложности с ответами] : учебник для физ. и физ.-матем. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 6-е. - М. : [КомКнига] : URSS, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 306. - ISBN 5484004098. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
16	Устойчивость. Исследование на устойчивость по первому приближению. Исследование на устойчивость с помощью функций Ляпунова.	Жабко, А.П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] : учеб. / А.П. Жабко, Е.Д. Котина, О.Н. Чижова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 320 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/60651">https://e.lanbook.com/book/60651</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
17	Положение равновесия. Исследование на устойчивость нулевого решения.	Жабко, А.П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] : учеб. / А.П. Жабко, Е.Д. Котина, О.Н. Чижова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 320 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/60651">https://e.lanbook.com/book/60651</a> . Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию

		дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
18	Особые точки. Исследование особой точки.	Эльсгольц, Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения [Текст] : [великолепное изложение теоретического материала ; 150 подробно решенных примеров ; 200 задач разного уровня сложности с ответами] : учебник для физ. и физ.-матем. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 6-е. - М. : [КомКнига] : URSS, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 306. - ISBN 5484004098. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
19	Фазовая плоскость. Фазовое пространство. Автономные системы и траектории.	Краснов, Михаил Леонтьевич. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - Изд. 7-е. - М. : URSS : [ЛИБРОКОМ], 2009. - 253 с. : ил. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 9785397002066 : 177.00. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
20	Краевые задачи. Функция Грина.	Краснов, Михаил Леонтьевич. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - Изд. 7-е. - М. : URSS : [ЛИБРОКОМ], 2009. - 253 с. : ил. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 9785397002066 : 177.00. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.
21	Уравнения с частными производными первого порядка.	Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла,
- в печатной форме на языке Брайля.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии**

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематические обзоры дифференциальных уравнений.

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в традиционных аудиториях. Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе исследования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем исследовании имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

## **22. Оценочные и методические материалы**

### **4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме опроса, разноуровневых заданий и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к экзамену и зачету.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 1-3
2	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 4-7
3	Свойства решений линейных однородных систем.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 8-10
4	Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 11-12
5	Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 13-17
6	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной	Вопрос на экзамене 18-20



	общего решения.		неаудиторной работы, контрольная работа по теме	
7	Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 21-23
8	Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 24-27
9	Зависимость решения от начальных значений и параметров.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 28-30
10	Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 31-33
11	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 34-35
12	Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 36-38
13	Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 39-41
14	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 42-45
15	Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 46-48
16	Краевые задачи.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 49-52

17	Уравнения с частными производными первого порядка.	ОПК-1, ПК-1	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 53-55
----	--	-------------	--	--------------------------

### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенций	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично /зачтено
<b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знает - термины, конкретные факты, методы и процедуры, основные понятия, правила разделов	Знает - методы решения дифференциальных уравнений, необходимые для решения стандартных математических задач.	Знает - методы решения дифференциальных уравнений, необходимые для решения математических поставленных нестандартных задач.
	Умеет - использовать стандартные понятия, правила и принципы	Умеет - использовать виды процедур и методов решения экономико-математических задач, в том числе и в нестандартных ситуациях	Умеет - применять дифференциальные уравнения в конкретных практических ситуациях, в выборе инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленными профессиональными задачами
	Владеет - методами выбора инструментальных средств дифференциальных уравнений, необходимых для решения экономико-математических задач	Владеет - методами сбора, анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач в любых, в том числе и нестандартных профессиональных ситуациях	Владеет - методами выбора инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленными задачами; анализом результатов расчетов и обосновывать полученные результаты, анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач в любых, в том числе и нестандартных профессиональных ситуациях
<b>ПК-1</b> Способен решать актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики	Знает – учебный и лекционный материал	Знает – понятия и методы решения значимых прикладных задач	Знает - высокого уровня самостоятельного анализа и реализации полученных знаний.
	Умеет – приводить логичные аргументы, решать значимые задачи прикладной математики и информатики	Умеет – анализировать практические ситуации, излагать материал информативно и понятно	Умеет – увязывать знания, полученные при изучении различных дисциплин, анализировать практические ситуации и принимать соответствующие решения
	Владеет – практическими навыками, анализом междисциплинарных связей	Владеет - навыками и методами решения значимых задач прикладной математики и	Владеет - навыками и приемами на высоком уровне, способность дать собственную оценку изучаемого материала

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

**Вопросы для семинаров, коллоквиумов, собеседования**

*Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-1.*

**БИЛЕТ 1**

1. Теорема существования и единственности для линейных систем.
2. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем.
3. Задача. Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним.

**БИЛЕТ 2**

1. Простейшие классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 1, 2, 3).
3. Задача. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

**БИЛЕТ 3**

1. Утверждение о представлении решения неоднородной системы, следствие.
2. Лемма о линейной независимости функций вида  $x^k e^{\lambda_j x}$ .
3. Задача. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

**БИЛЕТ 4**

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения  $n$ -ого порядка.
2. Поиск частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами (резонансный случай).
3. Задача. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.

**БИЛЕТ 5**

1. Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений.
2. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения.
3. Задача. Линейные уравнения первого порядка.

**Комплект заданий для контрольной работы**

*Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-1, ПК-1.*

**Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

Задание: Определить тип и решить каждое дифференциальное уравнение первого порядка.

Вариант 1

1.  $(2t + 3x - 1)dt = (5 - 4t - 6x)dx$ ;
2.  $xy' = e^y + 2y'$ ;
3.  $dy + (xy - xy^3)dx = 0$ ;
4.  $x^2y' - 2xy = 3y$ ;
5.  $y' - 1 = e^{x+2y}$ .

Вариант 2

1.  $y \sin x + y' \cos x = 1$ ;
2.  $2x^3 + y = xy'$ ;
3.  $x(x-1)y' + 2xy = 1$ ;
4.  $y' - 1 = \frac{y}{x(x+1)}$ ;
5.  $xy' - 2y = -2x^2$ .

**Тема 2.** Дифференциальные уравнения высших порядков.

Задание: Решить уравнение.

Вариант 1

1.  $xyy' - xy'^2 - yy' = 0$ ;
2.  $xy^{(5)} - y^{(4)} = 0$ ;
3.  $y^{(4)} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0$ ;
4.  $y^{(5)} + 8y''' + 16y' = 0$ ;
5.  $y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$ ;
6.  $y'' + 4y' + 3y = \cos x$ ;
7.  $y'' + y = \operatorname{tg} x$ ;
8.  $y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x}$ ;
9.  $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$ ;
10.  $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$ .

Вариант 2

1.  $y''' - 7y'' + 16y' - 12y = 0$ ;
2.  $y^{(4)} + 4y''' + 8y'' + 16y' + 16y = 0$ ;
3.  $y''^2 = 4(y' - 1)$ ;
4.  $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ ;
5.  $y''' + y' = \frac{1}{\cos x}$ ;
6.  $y''' + y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ ;
7.  $y'' - 4y' + 3y = \sin x$ ;
8.  $y'' - 5y' + 6y = \sin 2x$ ;
9.  $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$ ;
10.  $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$ .

**Тема 3.** Системы дифференциальных уравнений.

Задание: Решить систему уравнений.

Вариант 1

1. 
$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4x + 4y, \\ z' = -2x + y + 2z. \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} x' = 2x + 6y - 15z, \\ y' = x + y - 5z, \\ z' = x + 2y - 6z. \end{cases}$$
3. 
$$\begin{cases} x' = -x - 2y + 2e^t, \\ y' = -2x + 2y + 5e^t. \end{cases}$$
4. 
$$\begin{cases} x' = 4x + 2y, \\ y' = -x + y + 2e^t. \end{cases}$$

Вариант 2

$$1. \begin{cases} x' = 9x - 6y - 2z, \\ y' = 18x - 12y - 3z, \\ z' = 18x - 9y - 6z. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x' = 4x + 6y - 15z, \\ y' = x + 3y - 5z, \\ z' = x + 2y - 4z. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x' = -x + 3y, \\ y' = -x + 3y + e^{-t}. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 4x + y - e^{-2t}, \\ y' = -5x - 2y. \end{cases}$$

## Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)

### Вопросы для подготовки к экзамену

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель).

2. Линейные уравнения 1-ого порядка.

3. Лемма Гронуолла – Белмана.

4. Теорема о существовании и единственности решения (Пикара) для одного дифференциального уравнения.

5. Теорема Пиано (без доказательства). Теорема о гладкости решения дифференциального уравнения.

6. Теорема Пикара для систем.

7. Теорема существования и единственности для линейных систем.

8. Свойства решений линейных однородных систем. (Теоремы 1,2,3).

9. Свойства решений линейных однородных систем. (Теоремы 4,5).

10. Теорема Лиувилля для линейных систем.

11. Фундаментальная матрица и её свойства.

12. Линейные неоднородные системы. Утверждение и следствие. Метод вариации произвольных постоянных.

13. Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Эквивалентность уравнения n-ого порядка и системы. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-ого порядка.

14. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Теоремы 1,2,3.

15. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n-ого порядка. Теоремы 4,5.

16. Теорема Лиувилля. Понижение порядка линейного однородного уравнения.

17. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородного уравнения n-ого порядка.

18. Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами, случай простых характеристических чисел. Построение общего вещественного решения.

19. Лемма о линейной независимости функций вида  $x^k e^{\lambda mx}$ .

20. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами, случай кратных характеристических чисел.

21. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в нерезонансном случае.
22. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в резонансном случае.
23. Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения в вещественном случае.
24. Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Лемма 1,2. Следствие.
25. Теорема сравнения Штурма. Замечания.
26. Следствия 1,2,3,4.
27. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
28. Зависимость решения от начальных значений и параметров. Лемма Адамара.
29. Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений от параметров.
30. Следствие из теоремы о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений. Получение задач для производных по параметру и начальным условиям.
31. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Вид общего решения в случае матрицы простой структуры. Выделение вещественного решения.
32. Вид общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений в случае матрицы общего вида. Выделение вещественных решений.
33. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения линейной однородной системы.
34. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (нерезонансный случай).
35. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (резонансный случай). Вещественный случай.
36. Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости ненулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Геометрическая интерпретация. Преобразование линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
37. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Леммы 1,2.
38. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теоремы 1,2,3. Замечание.
39. Лемма Ляпунова.
40. Теорема Четаева о неустойчивости. Критерий Рауса-Гурвица (без доказательства).
41. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
42. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (узел, седло).
43. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (фокус, центр).
44. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (дикритический узел;  $\{\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = 0\}$ ).
45. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденный узел;  $\{\lambda_1 = \lambda_2 = 0\}$ ).
46. Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Теорема о поведении траекторий вблизи фокуса.

47. Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Узел, седло (без доказательства). Понятие предельного цикла. Поведение траекторий вблизи предельного цикла.

48. Устойчивость периодических решений.

49. Краевые задачи. Альтернатива Фредгольма. Следствия.

50. Определение функции Грина. Теорема о существовании функции Грина. Свойства функции Грина.

51. Утверждение о функции  $\tilde{G}(t, s)$ , удовлетворяющей условиям 1,2,3.

52. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема о свойствах собственных значений и собственных функций.

53. Уравнения с частными производными первого порядка. Теоремы о решениях линейного однородного уравнения.

54. Построение общего решения квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.

55. Задача Коши для линейного и квазилинейного уравнений с частными производными первого порядка.

*Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством*

**ОПК-1, ПК-1**

**4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

*Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на зачете:*

Студенты обязаны сдать зачет в соответствии с расписанием и учебным планом. Зачет является формой контроля усвоения студентом учебной программы по дисциплине «Дифференциальные уравнения» или ее части, выполнения практических, контрольных, работ, сдачи коллоквиумов.

Результат сдачи зачета по прослушанному курсу должен оцениваться как итог деятельности студента в семестре, а именно - по посещаемости лекций, результатам работы на лабораторных занятиях, выполнения самостоятельной работы. При этом допускается на очной форме обучения пропуск не более 20% занятий, с обязательной отработкой пропущенных семинаров. Студенты, у которых количество пропусков, превышает установленную норму, не выполнившие все виды работ и неудовлетворительно работавшие в течение семестра, проходят собеседование с преподавателем, который опрашивает студента на предмет выявления знания основных положений дисциплины.

**Критерии оценки:**

- **оценка «зачтено»:** студент владеет теоретическими знаниями по данному разделу, допускает незначительные ошибки, справляется с материалом без видимых затруднений; студент умеет правильно объяснять материал, подкрепляя его примерами, и, применяя полученные знания при решении практических задач.

- **оценка «не зачтено»:** материал не усвоен или усвоен частично, студент затрудняется привести примеры, решает задачи с видимыми затруднениями; довольно ограниченный объем знаний теоретического материала.

*Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на экзамене:*

Экзамен является заключительным этапом процесса формирования компетенции студента при изучении дисциплины или ее части и имеет целью проверку и оценку знаний студентов по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач. Экзамены проводятся по расписанию, сформированному учебным отделом и утвержденному проректором по учебной работе, в сроки, предусмотренные календарным графиком учебного процесса. Расписание экзаменов доводится до сведения студентов не менее чем за две недели до начала экзаменационной сессии. Экзамены принимаются преподавателями, ведущими лекционные занятия. В отдельных случаях при большом количестве групп у одного лектора или при большой численности группы с разрешения заведующего кафедрой допускается привлечение в помощь основному лектору преподавателя, проводившего практические занятия в группах.

Экзамены проводятся в устной форме. Экзамен проводится только при предъявлении студентом зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой по изучаемой дисциплине (сведения фиксируются допуском в электронной ведомости). Студентам на экзамене предоставляется право выбрать один из билетов. Время подготовки к ответу составляет 30 минут. По истечении установленного времени студент должен ответить на вопросы экзаменационного билета. Результаты экзамена оцениваются по четырехбалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно») и заносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку. В зачетную книжку заносятся только положительные оценки.

#### **Критерии оценки**

##### **Оценка «отлично»:**

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

##### **Оценка «хорошо»:**

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основном теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;



- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

**Оценка «удовлетворительно»:**

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;
- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

**Оценка «неудовлетворительно»:**

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

***Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания опроса (семинара, коллоквиума, собеседования):***

Форма проведения – письменный опрос.

Длительность опроса – 60 минут.

**Критерии оценки:**

- **оценка «зачтено»** выставляется за: умение извлекать основную, полную и необходимую информацию из пройденного на лекционных занятиях материала, умение читать и понимать тексты по специальности

- **оценка «не зачтено»** выставляется за: отсутствие навыков изучающего, просмотрового и поискового чтения, неумение оперировать профессионально-ориентированной литературой, отсутствие понимания пройденного материала.

***Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания контрольных работ:***

Компонентом текущего контроля по дисциплине «Дифференциальные уравнения» являются две контрольные работы в виде письменного решения комплексных задач, предусматривающих применение знаний, освоенных при проработке практического материала.

На контрольной работе каждому студенту дается несколько комплексных задач. Максимальное количество баллов, которое студенты могут получить за правильное решение комплексных задач на контрольной работе, составляет 5 баллов.

Ступени уровней освоения компетенций	Вид задания	Количество баллов
Пороговый	Контрольная работа №1 (наименование) Контрольная работа №2 Контрольная работа №3	5-8
Базовый	Контрольная работа №1 Контрольная работа №2 Контрольная работа №3	9-12
Продвинутый	Контрольная работа №1 Контрольная работа №2 Контрольная работа №3	13-15

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Филиппов, Алексей Федорович. Введение в теорию дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для студентов вузов / А. Ф. Филиппов. - Изд. 3-е, испр. - М. : URSS : [КомКнига], 2010. - 239 с. : ил. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 234-236. - ISBN 9785484011063 : 242.65.

2. Жабко, А.П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] : учеб. / А.П. Жабко, Е.Д. Котина, О.Н. Чижова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/60651>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Краснов, Михаил Леонтьевич. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - Изд. 7-е. - М. : URSS : [ЛИБРОКОМ], 2009. - 253 с. : ил. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 9785397002066 : 177.00.

2. Эльсгольц, Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения [Текст] : [великолепное изложение теоретического материала ; 150 подробно решенных примеров ; 200 задач разного уровня сложности с ответами] : учебник для физ. и физ.-матем. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 6-е. - М. : [КомКнига] : URSS, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Библиогр.: с. 306. - ISBN 5484004098.

3. Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1542>.

4. Практикум и индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям (типовые расчеты) [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Болотюк [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/51934>.

5. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятием дифференциальных уравнений и освоиться в решении практических задач.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;
- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **7.1 Перечень информационно-коммуникационных технологий**

Информационно-коммуникационные технологии не предусмотрены.

### **7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения**

Программное обеспечение не предусмотрено.

### 7.3 Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. Справочно-правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)
3. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (<http://www.biblioclub.ru>)

## 8. Материально-техническое обеспечение по дисциплине

№	Вид работ	Наименование учебной аудитории, ее оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО): А305.
2.	Лабораторные занятия	Аудитория, оснащенная учебной мебелью (столы, стулья), соответствующей количеству студентов: 133.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория А305.
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория А305.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета: 102а