МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
______________ Хагуров Т.А.

29 мая 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.24 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):	Математика, Информатика
Форма обучения:	очная
Квалификация:	бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины Б1.О.24 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Программу составил:

Мавроди Н.Н., доцент, кандидат физ.-мат. наук ______________

Рабочая программа дисциплины Б1.О.24 ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО утверждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 8 «17» марта 2020 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Голуб М.В. ________________

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики
протокол № 11 «14» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Грушевский С.П. ______________

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 2 «30» апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. ________________

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины.

Теория функций комплексного переменного – область математического анализа, в которой изучаются свойства функций комплексного переменного. Теория функций дает логическую и естественную классификацию функций, первая попытка которой была предпринята Леонардом Эйлером в середине XVIII века. Попытка создания теории функций увенчалась успехом лишь в середине XIX века в работах О.Коши, К. Вейерштрасса и Б. Римана, которые начали изучение функций комплексного переменного

Понятие комплексного числа возникло в первую очередь в результате потребностей автоматизации вычислений. Даже простейшая операция над действительными числами – извлечение корня – выводит за пределы действительных чисел, поскольку дает примеры, с одной стороны, чисел чисто действительных, а с другой стороны, чисто мнимых $y\sqrt{-1}$, где y обозначает действительное число. Числа вида $x+iy$, где $x, y -$ действительные числа, $i^2=-1$, называются комплексными числами. Комплексные числа дают единственное расширение поля действительных чисел с сохранением свойств арифметических операций. Введение комплексных чисел и функций комплексного переменного дало возможность глубже изучить элементарные функции и установить интересные связи между ними.

Множество функций комплексного переменного образовывает замкнутую систему по отношению к основным операциям арифметики, алгебры и анализа, т.е. эти операции (простейшие арифметические действия, решение алгебраических уравнений, дифференцирование и интегрирование), примененные к функциям этого множества, не должны выводить за его пределы.

Теория функций комплексного переменного дает эффективные методы вычисления интегралов и получения асимптотических оценок, новые способы решений дифференциальных уравнений, позволяет изучать специальные векторные поля, встречающиеся в разнообразных приложениях.

Основной класс функций комплексного переменного – класс регулярных функций – находится в тесной связи с решениями уравнения Лапласа, к которому приводятся многие задачи механики и физики.

Методы теории функций комплексного переменного находят многочисленные применения в различных прикладных математических дисциплинах, таких как, теоретическая физика, гидродинамика, теория упругости, небесная механика и других естественных наук.

1.1 Цель дисциплины: «Теория функций комплексного переменного» состоит в освоении студентами методов исследования функций комплексного переменного и приложений этих методов к решению задач комплексного и вещественного анализа.

1.2 Задачи дисциплины:

- освоение студентом фундаментальных понятий теории функций комплексного переменного: регулярная функция, конформные отображения, интеграл от функции, ряды голоморфных функций, особые точки, вычет функции;
- формирование знаний о свойствах регулярных (аналитических) функциях, гармонических функциях, рядах регулярных функций, теории интеграла Коши;
- формирование навыков построения конформных отображений с помощью элементарных функций, разложения функций в ряды Лорана, определения характера особенностей функции;
- формирование знаний о теории вычетов; овладение умениями и навыками применения теории вычетов к вычислению некоторых типов определенных интегралов;
- формирование умений и навыков применения методов теории функций комплексного переменного в различных прикладных математических дисциплинах и задачах естественнонаучного содержания.

1.3 Место дисциплины в структуре (модуля) образовательной программы

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к блоку Б.1 обязательной части учебного плана по направлению подготовки 44.03.05.

Для изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» требуются знания из курса математического анализа в объеме, включающем математический анализ функций одного и нескольких переменных (теорию пределов, непрерывность и дифференцируемость функций одного и нескольких переменных, элементы топологии евклидовой плоскости (открытые, замкнутые, компактные, связные множества), определенный (в том числе несобственный), криволинейный и двойной интеграл, формулу Грина, числовые и функциональные ряды, ряды Фурье), курса высшей алгебры, которые изучаются для направлений подготовки 44.03.05 **педагогическое образование**

Знания, полученные в этом курсе, используются в математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, теории чисел, методах оптимизации и др.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций: ПКО-6.

№ п.п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ПКО-6	Способность поддерживать самостоятельность, инициативность обучающихся, способствовать развитию их творческих способностей в рамках учебно-исследовательской деятельности	• фундаментальные понятия, основные утверждения, прикладные аспекты теории функций; глубокие межпредметные связи между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла • различные формы представления комплексных чисел, определения и свойства операций над ними, их геометрическую интерпретацию, основные понятия топологии комплексной плоскости. • понятие о функции комплексного переменного, дифференцируемости функции в смысле комплексного анализа; • понятие конформного отображения, геометрический смысл модуля и аргумента производной регулярной функции; • понятие гармонической функции, свойства гармонических функций; • определения и геометрические свойства элементарных функций комплексного переменного; • понятие криволинейного	• опираясь на базовые знания, исследовать и решать практические задачи в образовательной и профессиональной деятельности; осуществлять поиск, накопление и обработку информации • производить арифметические операции над комплексными числами, используя различные формы представления комплексных чисел, их геометрическую интерпретацию; • определять разными способами дифференцируемость в смысле комплексного анализа; • вычислять значения в точке элементарных функций комплексного переменного; • строить конформные отображения и находить образ области при заданном конформном отображении; • вычислять криволинейные интегралы от функций комплексного переменного; • восстанавливать регулярную функцию по ее вещественной или мнимой ча-	навыками практического использования методов и результатов комплексного анализа при решении различных задач в профессиональной деятельности.

№ п.п	Индекс компе-тенции	Содержание ком-петенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
			интеграла от функции комплексного переменного; • интегральную теорему Коши для односвязной и многосвязной области, интегральную формулу Коши; • свойства степенных рядов и равномерно сходящихся рядов регулярных функций; • способы классификации изолированных особых точек регулярных функций; • понятие вычета и способы применения вычетов для вычисления криволинейных и несобственных интегралов;	сти; • находить коэффициенты разложения в ряд Тейлора регулярных функций и радиус сходимости степенного ряда; • находить коэффициенты разложения в ряд Лорана функций, регулярных в кольце; • определять характер изолированной особой точки регулярной функции, определять порядок нуля и порядок полюса; • вычислять вычеты регулярных функций в изолированных особых точках; • находить значения криволинейных интегралов и некоторых типов определенных интегралов с помощью вычетов.	

2. Структура и содержание дисциплины

2.1. Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (2 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр
		5
В том числе:		
Аудиторные занятия (всего)	**36**	**36**
В том числе:		
Занятия лекционного типа	18	18
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	18	18
Самостоятельная работа (всего)	**36**	**36**
В том числе:		
СРС	33	33
Курсовая работа	нет	нет
КСР	3	3
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	зачет	зачет
Общая трудоемкость	**72** **2 зач. ед.**	**72** **2 зач. ед.**

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 5 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа (СРС+КСР)
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
.	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	14	4	4		6
.	Комплексная дифференцируемость. Конформные отображения.	11	2	2		6+1
.	Теория интеграла.	20	6	6		8
	Степенные ряды и ряды регулярных функций	11	2	2		6+1
	Теория вычетов и ее применения	16	4	4		7+1
	Итого по дисциплине:	**72**	**18**	**18**		**33+3**

2.3 Содержание разделов дисциплины:

Виды и формы текущего контроля знаний студентов по дисциплине

№ п/п	Вид контроля	Форма контроля
1	Ат – аттестация по итогам первой половины семестра	По плану деканата
2	Дз – общее домашнее задание	Проверка тетрадей для практических занятий
3	К – коллоквиум – устный или письменный опрос по теоретическому материалу	Дифференцированная оценка
4	Кр – контрольная работа по индивидуальным карточкам	Дифференцированная оценка
5	Ср – самостоятельная работа работа по индивидуальным карточкам	Дифференцированная оценка
6	О – опрос по основным теоретическим положениям	Устный опрос на практических занятиях
7	Р – индивидуальная работа реферативного характера	Составление реферата
8	Д – доклад, сообщение	Выступление с сообщением
9	Т – тестирование – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний	Дифференцированная оценка
10	Из – индивидуальное типовое задание	Проверка тетрадей с выборочной защитой

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа и арифметические операции над ними. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексного чис-	О

		ла. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Предел последовательности комплексных чисел. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость. Множества и кривые на комплексной плоскости. Понятие n-связной области. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	
2.	Комплексная дифференцируемость. Конформные отображения.	Функции комплексного переменного; предел, непрерывность, однолистность. Примеры однолистных функций. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Понятие регулярной функции. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения, общие свойства. Дробно-линейные отображения: непрерывность, однолистность, конформность, круговое свойство. Понятие инверсии, свойство сохранения симметричных точек. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями: линейной $w = az + b$, показательной $w = e^z$, логарифмической $w = Lnz$, функциями $w = z^2$ и $w = \quad z$, функцией Жуковского, тригонометрическими и гиперболическими функциями.	Письменный опрос
3.	Теория интеграла.	Определение и свойства криволинейного интеграла от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Неопределенный интеграл в комплексной области. Формула Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций. Бесконечная дифференцируемость регулярных функций.	Р, Д.

4.	Степенные ряды и ряды регулярных функций	Ряды регулярных функций в комплексной области, теорема Вейерштрасса о равномерной сходимости. Степенные ряды в комплексной области, теорема Абеля, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Теорема Тейлора, единственность разложения регулярной функции в степенной ряд. Степенные ряды элементарных функций: $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \frac{1}{1-z}$, $w = \frac{1}{1+z}$, $w = \mathrm{s}hz$, $w = chz$. Ряды Лорана, область его сходимости. Разложение регулярной функции в ряд Лорана, единственность разложения.	К (письменный опрос)
5.	Теория вычетов и ее применения	Изолированные особые точки однозначного характера; классификация изолированных особых точек. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Приемы вычисления вычетов. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов вида $\int_{o}^{2\pi} R(\cos\varphi,\sin\varphi)d\varphi$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{i\alpha x}dx.$	Из, Р

2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1.	2.	1. 3	3.
	Комплексные числа и действия над ними. Геометрия и топология комплексной плоскости.	Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.	Решение задач. О, Дз, Ср
	Комплексная дифференцируемость.	Функции комплексного переменного. Предел функции и непрерыв-	Решение задач. Дз.

		ность. Элементарные функции комплексного переменного. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Регулярные и гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.	
	Конформные отображения	Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения. Дробно-линейная функция, ее свойства. Построение отображения по образам трех точек. Понятие инверсии, ее свойства. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями: линейной $w = az + b$, показательной $w = e^z$, логарифмической $w = Lnz$, функциями $w = z^2$ и $w = \quad z$, функцией Жуковского, тригонометрическими и гиперболическими функциями.	Из, Кр, А
	Теория интеграла.	Интеграл от функции комплексного переменного и его свойства. Интегральная формула Коши и ее применения. Неопределенный интеграл в комплексной области. Формула Ньютона – Лейбница.	Решение задач. Письменный опрос.
	Степенные ряды и ряды регулярных функций	Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Разложение регулярной функции в степенные ряды. Ряды Тейлора. ряд элементарных функций: $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \dfrac{1}{1-z}$, $w = \dfrac{1}{1+z}$, $w = \mathrm{s}hz$, $w = chz$. Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение функций в ряды Лорана.	Кр
	Теория вычетов и ее применения	Изолированные особые точки и их классификация. Вычеты, формулы для его вычисления. Основные теоремы о вычетах. Применение теории	Решение задач. Из,Кр

		вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов видов $\int_{o}^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)d\varphi$ и $\int_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{i\alpha x}dx.$	

***2.3.3* Лабораторные занятия –** *не предусмотрены*

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

не предусмотрено

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1-5		Сборник задач по теории аналитических функций и операционному исчислению. Учебное пособие/ под редакцией Мавроди Н.Н.; Кубан. гос. ун-т. Краснодар, 1997, 156 с. ISBN 5-230-21802-9.

3. Образовательные технологии

Образовательные технологии: активные и интерактивные формы, лекции, практиче- ские занятия, блиц - опросы, контрольные работы, коллоквиумы, зачёты. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому практическому занятию. Зачёт выставляется после отчёта по всем пройденным темам как минимум на «удовлетвори- тельно».

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

4.1. Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

4.1.1. Перечень примерных контрольных вопросов и задач для самостоятельной работы.

***Контрольная работа* №1**

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа $\frac{(1+i)^8}{(1-i)^{10}}$.
2. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами
$$\left\{ |z-i| \le \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{2} \right\}.$$
3. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенствам
$$\operatorname{Re}\frac{i}{z} < \frac{1}{2}.$$
4. Определить вид кривой $z = 1 + t + i\left(t^2 - 2t\right)$.

5. Найти коэффициент растяжения k и угол поворота α для отображения $f(z)=\dfrac{e^{iz}-i}{e^{iz}+i}$ в точке $z_0=\pi$.

6. Найти образ области D при отображении функцией $w=f(z)$,

$$\left\{|z|\le 1,\ 0<\arg z<\frac{\pi}{6}\right\},\ w=z^3.$$

7. Найти образ области $D=\{z:|z|>1,\ \operatorname{Im} z>0\}$ при отображении дробно-линейной функцией $w=f(z)$, удовлетворяющей условиям

$$f(0)=\infty,\ f(1+i)=1,\ f(2i)=0\ .$$

Контрольная работа №2

1. Вычислить интеграл $\int\limits_L (iz^2-2z)\,dz$, где кривая L – отрезок, соединяющий точки $z_1=0$ и $z_2=\dfrac{\pi i}{2}$.

2. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки z=0 функцию

$$f(z)=\frac{\square z+1}{z^2+4z-5}$$

и найти радиус сходимости ряда

3. Разложить в ряд Лорана по степеням $z-a$ функцию

$$f(z)=\frac{z}{(z+1)(z-2)},\ \text{а) } a=0\ ,\ \text{б) . } a=i.$$

4. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\square\int\limits_{|z|=2}\frac{\square dz}{(z-3)(z^5-1)}.$$

5. Вычислить с помощью теории вычетов несобственные интегралы:

$$\text{а) } \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^2dx}{(x^2+1)(x^2+9)},\ \text{ б) } \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\cos x}{x^2-2x+10}dx.$$

6. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi}\ .$$

1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа z , если

$$z = -3(i-1)\left(\cos\frac{\pi}{5} - i\sin\frac{\pi}{5}\right).$$

2. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа z, если

$$z = \frac{(-1+i\sqrt{3})^5}{(1+i\sqrt{3})}.$$

3. Найти все значения корня и изобразить их на плоскости

$$\sqrt[3]{27i}.$$

4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами

1) $\left\{|z-3i| \geq 4,\quad -1 \leq \operatorname{Re} z < 3\right\}$, 2) $\left\{|z-i| \leq \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{2}\right\}$.

5. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенству

1) $\operatorname{Re} i\left(z^2+2z\right) \leq 0$, 3) $\operatorname{Re}\frac{i}{z} < \frac{1}{2}$.

Контрольная работа №2

1. Найти коэффициент растяжения k и угол поворота α касательной для отображения

$$f(z) = \frac{e^{iz}-i}{e^{iz}+i}$$

в точке $z_0 = \pi$.

2. Найти образ области D при отображении функцией $w = f(z)$,

$$\left\{|z| \leq 1,\ 0 < \arg z < \frac{\pi}{6}\right\},\ w = f(z) = z^3.$$

3. Найти образ области $D = \left\{z : |z| > 1, \operatorname{Im} z > 0\right\}$ при отображении дробно-линейной функцией $w = f(z)$, удовлетворяющей условиям

4. Вычислить интеграл $\int_L \left(iz^2 - 2z\right)dz$, где кривая L – отрезок, соединяющий точки

$$z_1 = 0 \text{ и } z_2 = \frac{\pi i}{2}.$$

Контрольная работа №3

1. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки z=0 функцию

$$f(z) = \frac{\square z+1}{z^2+4z-5}$$

и найти радиус сходимости ряда

2. Разложить в ряд Лорана по степеням $z-a$ функцию

$f(z)=\dfrac{z}{(z+1)(z-2)}$, а) $a=0$, б) $\cdot\ a=i$.

3. Найти вычеты функции $f(z)$ относительно всех ее изолированных особых точек и относительно бесконечно удаленной точки (если она не является предельной для особых точек).

$$f(z) = \frac{\sin z}{(z+1)^2}.$$

4. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z-3)(z^5-1)}.$$

5. Вычислить с помощью теории вычетов несобственные интегралы:

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)}, \quad \text{б) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\cos x}{x^2-2x+10} dx.$$

6. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi}.$$

4.1.2. Вопросы к коллоквиуму по дисциплине

Определения и формулировки теорем.

1. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.
2. Предел последовательности комплексных чисел.
3. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
4. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
5. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность.
6. Функция, дифференцируемая в смысле комплексного анализа. Условия Коши-Римана. Понятие регулярной функции.
7. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
8. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
9. Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства.
10. Теорема Коши для односвязной области
11. Теорема Коши для многосвязной области.
12. Интегральная формула Коши для односвязной области.
13. Интегральная формула Коши для многосвязной области.
14. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
15. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.
16. Теорема Абеля.
17. Теорема Коши о вычетах.

Доказательства утверждений

1. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле. Условия Коши-Римана.
2. Теорема Коши для односвязной области
3. Теорема Коши для многосвязной области.
4. Интегральная формула Коши для односвязной области.
5. Интегральная формула Коши для многосвязной области.

6. Интегральная формула Коши для производных регулярных функций.
7. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.
8. Теорема Абеля.
9. Теорема Тейлора.
10. Теорема Лорана.
11. Теорема Коши о вычетах.

4.2. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

4.2.1. Вопросы к зачету по дисциплине

1. Комплексные числа. Действия над ними. Геометрическая интерпретация.
2. Тригонометрическая и показательная форма представления комплексного числа.
3. Формулы Эйлера и Муавра.
4. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Понятие стереографической проекции, расширенная комплексная плоскость.
7. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность.
8. Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства интегралов.
9. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
10. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке в комплексном смысле.
11. Понятие регулярной функции. Гармонические функции. Восстановление регулярной функции по ее вещественной части.
12. Интегральная теорема Коши и ее применения.
13. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
14. Интегральная формула Коши и ее применения.
15. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения
16. Линейная функция $w = az + b$ и её свойства.
17. Показательная функция $w = e^z$ и её свойства. Функция $w = Lnz$
18. Отображение, осуществляемое функциями z^2 и $z = \sqrt{w}$.
19. Отображение $w = \dfrac{1}{z}$ и его свойства. Понятие инверсии, свойства.
20. Дробно-линейная функция, ее свойства.
21. Свойство сохранения симметричных точек при дробно-линейных отображениях.
22. Построение дробно-линейного отображения по заданному соответствию трех пар точек.
23. Функция Жуковского и ее свойства.
24. Тригонометрические и гиперболические функции.
25. Числовые ряды в комплексной плоскости. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная сходимость.
26. Функциональные ряды. Теорема Вейерштрасса.
27. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
28. Разложение регулярной функции в степенные ряды. Ряды Тейлора.
29. Разложение в степенной ряд элементарных функций:
30. 30. $w = e^z$, $w = \sin z$, $w = \cos z$, $w = \dfrac{1}{1-z}$, $w = \dfrac{1}{1+z}$, $w = \mathrm{s}\,hz$, $w = chz$.

31. Ряды Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение функций в ряды Лорана.
32. Изолированные особые точки и их классификация. Ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки.

33. Полюсы регулярной функции, порядок полюса, связь между нулями и полюсами.
34. Определение вычета в конечной изолированной особой точке, формулы для его вычисления.
35. Основная теорема о вычетах.
36. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.
37. Вычисление с помощью вычетов определенных интегралов вида $\int\limits_{o}^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)d\varphi$.
38. Вычисление с помощью вычетов несобственных интегралов вида:
$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} R(x)dx, \int\limits_{-\infty}^{+\infty} R(x)e^{i\alpha x}dx.$

4.2.2 Примерный перечень практических заданий

1. Найти действительную и мнимую часть комплексного числа

$$\frac{(-1+i\sqrt{3})^5}{(1+i)^{10}}$$

2. Представить в алгебраической форме

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{1-i}$$

3. Найти все значения корней и построить их на комплексной плоскости.

$$\sqrt[4]{-64i}\ .$$

4. Изобразить на плоскости множество точек, заданное неравенствами

$$\{|z-i|<1, |z+2i|\le 3\}.$$

5. Выяснить, какие множества z комплексной плоскости удовлетворяют неравенствам

$$\operatorname{Im} i\bar{z}^2 > 2\ ;$$

6. Найти образ области D при отображении функцией $w = f(z)$

$$\left\{|z|>2, \frac{\pi}{6}<\arg z<\frac{\pi}{2}\right\}, w = z^2;$$

7. Вычислить интеграл

$$\int\limits_L \left(z^3+2z\right)dz\ ,$$

где кривая L – отрезок, соединяющий точки $z_1 = 0$ и $z_2 = 1+2i$.

8. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$ функцию

$$f(z) = e^z \cos z.$$

9. Разложить в ряд Лорана по степеням $z-a$ функцию

$$f(z) = \frac{z}{(z+i)(z-1)},\ \text{а) } a=0,\ \text{б) } a=i\ .$$

10. Найти изолированные особые точки функции $f(z)$ и установить их характер

$$f(z)=\frac{\cos z^2-1}{z^3}.$$

11. Найти изолированные особые точки функции $f(z)$ и установит их характер

$$f(z)=\frac{z}{(z+2)(z-1)^3}.$$

12. Найти вычеты функции $f(z)$ относительно всех ее изолированных особых точек и относительно бесконечно удаленной точки (если она не является предельной для особых точек).

$$f(z)=\frac{\sin z}{(z+1)^2}.$$

13. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint\limits_{|z|=1}\frac{\cos\varphi dz}{z^3}.$$

14. Вычислить интеграл, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении

$$\oint\limits_{|z|=2,3}\frac{dz}{(z-3)(z^2-1)}.$$

15. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{5+3\cos\varphi}.$$

16. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интегралы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{xdx}{(x^2+4)(x^2+25)}.,$$

17. Вычислить с помощью теории вычетов несобственный интегралы:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\sin 3x}{x^2-2x+10}dx.$$

18. Вычислить с помощью теории вычетов определенный интеграл:

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{(4+3\cos\varphi)^2}.$$

19. Вычислить несобственный интеграл от рациональной функции с помощью теории вычетов.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\left(x^2+1\right)\left(x^2+9\right)}.$$

20. Вычислить несобственный интеграл от рациональной функции с помощью теории вычетов.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

21. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $z = 0$ функцию

$$f(z) = \frac{\square z + 1}{z^2 + 4z - 5}$$

и найти радиус сходимости ряда

22. Разложить в ряд Лорана по степеням $z - a$ функцию

$$f(z) = \frac{z}{(z+i)(z-1)}, \text{ а) } a = 0, \text{ б) } a = i$$

23. Исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i+2}{i-3}\right)^{3n}.$$

24. Найти функцию $w = f(z)$, конформно отображающую область D на верхнюю полуплоскость (C – расширенная комплексная плоскость).

$$D = \{ z : |z| < 1; \ |z - i| < 1 \}.$$

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

5.1. Основная литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с.

(см. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322)

2. Волковысский И.М., Лунц, Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с.

(см.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763).

5.2. Дополнительная литература:

1. Теория функций комплексного переменного/ Шабунин М.И.[и др.], М..БИНОМ. 2002.-248 с.

2. Сборник задач по теории аналитических функций и операционному исчислению. Учебное пособие/ под редакцией Мавроди Н.Н.; Кубан. гос. ун-т. Краснодар, 1997, 156 с. ISBN 5-230-21802-9.

5.3. Периодические издания:

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:
http://db.edu.kubannet.ru/infoneeds/guests/courseview.jsp?cid=56859
http://e.lanbook.com/books/pdf.php?book_id=322&p_id=25&bookid=3190 .

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

7.1. Образовательные технологии: активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию.

В семестре проводятся контрольные работы (на лабораторных занятиях). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы.

В семестре студенты должны выполнить типовые индивидуальные задания (Из) для самостоятельной работы по темам: «Дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного», «Теория вычетов и ее применение». Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы. Итоговый контроль осуществляется в форме экзамена

Интерактивные методы включают: метод презентации, дискуссии, метод текущего контроля, метод тестирования и др.

Вопросы, вынесенные на дискуссию

1. Проверка существенности условий теорем (по усмотрению лектора).
2. Самостоятельное доказательство теорем с данной формулировкой и планом доказательства (по усмотрению лектора)
3. Составление плана и поиск решения задачи.
4. Решение задач различными способами.
5. Взаимная и самопроверка знаний и обсуждение полученных результатов.
6. Самостоятельное составление задач по указанной теме.

Интерактивные методы включают: метод презентации, дискуссии, метод текущего контроля, метод тестирования и др.

Студентам предлагаются несколько тем для подготовки рефератов по разделам, выделенным для самостоятельного изучения. Например: «Гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости, гидродинамическое истолкование гармонических и аналитических функций»

7.2. График самостоятельной работы студента
График выполнения индивидуальных заданий (Из)
5 семестр

№ п.п	Наименование тем	Сроки выполнения
1	Дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного	10-я неделя
2	Теория вычетов и ее применение	16-я неделя

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

не предусмотрены

8.1 Перечень необходимого программного обеспечения

не предусмотрены

8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

не предусмотрены

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) «Теория функций комплексного переменного»: учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, интерактивная доска, доступ студентов к электронной библиотеке и сети Интернет.