

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор



«29» мая 2020 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Б1.В.ДВ.04.02 Задачи повышенной сложности по математике**

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Направленность (профиль): Преподавание математики и информатики

Форма обучения: очная

Квалификация: бакалавр

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.04.02 ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.01 Математика

Программу составил:

Гаврилюк М.Н., доцент, кандидат физ.-мат. наук \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.04.02 ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ утверждена на заседании кафедры теории функций  
протокол № 8 «17» марта 2020 г.

Заведующий кафедрой теории функций Голуб М.В. \_\_\_\_\_

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теории функций  
протокол № 8 «17» марта 2020 г.

Заведующий кафедрой теории функций Голуб М.В. \_\_\_\_\_

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук  
протокол № 2 «30» апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. \_\_\_\_\_

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

# 1 Цели и задачи изучения дисциплины

## 1.1 Цель дисциплины

**Основной целью** освоения дисциплины «Задачи повышенной сложности по математике» подготовить будущих педагогов к преподаванию

Основных методов решения задач повышенной сложности.

## 1.2 Задачи дисциплины

**Задачей** курса является изучение основных методов в решении алгебраических задач. А также изучение основных методов и приемов в решении геометрических задач на построение и на доказательство.

## 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Задачи повышенной сложности по математике» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана Б1.В.ДВ.04.02.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных по стандарту высшего образования, и является основой для решения исследовательских задач. Для успешного освоения дисциплины студент должен владеть обязательным минимумом содержания основных образовательных программ по математике и информатике для бакалавров.

## 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ПК-1 и ПК-3.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	<i>ПК-1</i>	способен решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики	основные типы задач, которые ставятся в рамках элементарной математики	корректно поставить задачу и подобрать метод ее решения	основными методами, используемым и для решения аэродинамических задач
2.	<i>ПК-3</i>	способен публично представлять собственные и известные	основные утверждения классической математики, доказываемы в	формулировать результат, видеть следствия	основные типы математических объектов, используемых

№ п.п.	Индекс компете ции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		научные результаты	в виде теорем	полученного результата	при доказательств а строгих утверждений в элементарной математике

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа, из них – 56,2 ч. контактной работы: лекционных 18 ч., лабораторных 36 ч., КСР 2 ч., ИКР 0,2 ч.; 15,8 ч. СР).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		6
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>54,2</b>	<b>54,2</b>
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>52</b>	<b>52</b>
Занятия лекционного типа	18	18
Лабораторные занятия	34	34
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>2,2</b>	<b>2,2</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>	<b>17,8</b>	<b>17,8</b>
Проработка домашнего задания	6	6
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	6	6
Подготовка к текущему контролю	5,8	5,8
<b>Контроль:</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
Подготовка к экзамену	-	-
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>72</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>54,2</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>2</b>

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре (для студентов ОФО).

№	Наименование разделов	Количество часов
---	-----------------------	------------------

раз-дела		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ЛР	ПЗ	
1	Уравнения	20	4	12	-	6
2	Неравенства	24	6	12	-	8
3	Геометрия	25,8	8	12	-	3,8
	<i>Итого по дисциплине:</i>		18	36	-	17,8

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Уравнения	1.1 Алгебраические уравнения. 1.2 Показательные и логарифмические уравнения. 1.3 Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения.	Опрос
2	Неравенства	2.1 Метод интервалов. Алгебраические неравенства. 2.2 Показательные и логарифмические неравенства. 2.3 Тригонометрические неравенства.	Опрос
3	Геометрия	3.1 Задачи на вычисление (треугольник, многоугольник, окружность). 3.2 Задачи на доказательство (треугольник, многоугольник, окружность). 3.3 Задачи на построение – метод геометрических мест, метод подобия, метод симметрии, метод параллельного переноса, метод	Опрос

		<p>вращения, метод инверсии.</p> <p>3.4 Стереометрия – пирамиды, призмы, тела вращения.</p> <p>3.5 Пространственные геометрические места точек.</p>	
--	--	---	--

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№ разд-дела	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
2	См. таблицу 2.3.1	Решение алгебраических, показательных и логарифмических, тригонометрических уравнений.	Опрос
2 – 3	См. таблицу 2.3.1	Метод интервалов. Решение алгебраических, показательных и логарифмических, тригонометрических неравенств.	Опрос
3	См. таблицу 2.3.1	Задачи на вычисление, доказательство, построение.	Опрос

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

*Курсовые работы УП не предусмотрены.*

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Уравнения	<p>1. Бачурин, В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Бачурин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 712 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/2102">https://e.lanbook.com/book/2102</a></p> <p>2. Лунгу, К.Н. Основные методы решения задач по элементарной математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2015. — 336 с. — Режим доступа:</p>

		<a href="https://e.lanbook.com/book/91183">https://e.lanbook.com/book/91183</a>
2	Неравенства	<p>1. Бачурин, В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Бачурин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 712 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/2102">https://e.lanbook.com/book/2102</a></p> <p>2. Лунгу, К.Н. Основные методы решения задач по элементарной математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2015. — 336 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/91183">https://e.lanbook.com/book/91183</a></p>
3	Геометрия	<p>1. Бачурин, В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Бачурин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 712 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/2102">https://e.lanbook.com/book/2102</a></p> <p>2. Лунгу, К.Н. Основные методы решения задач по элементарной математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2015. — 336 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/91183">https://e.lanbook.com/book/91183</a></p>

### 3. Образовательные технологии:

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Задачи повышенной сложности по математике» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, в ходе дискуссий. Также используются занятия-визуализации и доклады студентов.

### Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения

задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объём использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

Описание модели.

Исследование модели или поиск различных способов решений задачи.

Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

#### **Занятие-визуализация.**

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и т. п. (например, с помощью слайдов).

Всего учебным планом предусмотрено 36 часа в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
7	Лабораторные занятия	Занятие-визуализация: «Задачи на построение»	16
		Дискуссия «Задачи на вычисление»	10
		Занятие-визуализация: «Стереометрия – пирамиды, призмы, тела вращения»	10
Итого:			36

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.



## 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

#### Перечень примерных контрольных вопросов и задач для самостоятельной работы.

1. Высота  $BD$  прямоугольного треугольника  $ABC$ , опущенная на гипотенузу, равна 12 и  $\sin \angle A = 3/5$ . Найдите гипотенузу.
2. Катет  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) равен 15 и  $\operatorname{tg} \angle A = 3/4$ . Найдите высоту, опущенную на гипотенузу.
3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $D$  лежит на катете  $AB$ , причем расстояние от нее до гипотенузы равно расстоянию до вершины  $A$  и равно  $\sqrt{3}$ . Найдите катет  $AC$ , если  $\angle B = 30^\circ$ .
4. Точка  $D$  – основание высоты, опущенной на гипотенузу  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Найдите  $AC$ , если  $AD = 3$  и  $BD = 9$ .
5. Найдите меньший катет прямоугольного треугольника, у которого гипотенуза равна 169, а высота, опущенная на нее, равна 60.
6. Найдите в градусах наибольший угол треугольника со сторонами 3, 5 и 7.
7. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  тупой,  $\sin \angle A = \sqrt{15}/4$ ,  $AB = 2$  и  $AC = 3$ . Найдите  $BC$ .
8. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = 3$ ,  $\sin \angle B = 6/11$  и  $\cos \angle C = \sqrt{21}/11$ . Найдите сторону  $AB$ .
9. Найдите в градусах угол  $C$  треугольника  $ABC$ , если  $AB = 5$ ,  $AC = 1$  и  $\cos \angle A = 0,8$ .
10. Найдите сторону  $BC$  треугольника  $ABC$ , если  $AB = 7$ ,  $AC = 9$  и  $\sin \angle A = 8\sqrt{5}/21$ .
11. Найдите площадь треугольника со сторонами  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{13}$  и 4.
12. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 4 и 5, а косинус угла между ними равен 0,6.
13. Найдите площадь тупоугольного равнобедренного треугольника, у которого две высоты равны 15 и 24.
14. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , у которого  $AC = 4$  и для некоторой точки  $D$ , лежащей на стороне  $AC$ , выполняются условия:  $BD = 5$  и  $\cos \angle BDC = 0,8$ .
15. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , у которого  $AB = 13$ ,  $BC = 15$  и  $\operatorname{tg} \angle C = 4/3$ .
16. В треугольнике со сторонами 1,  $\sqrt{3}$  и 2 найдите в градусах угол между высотой и медианой, проведенными из вершины наибольшего угла.
17. Найдите в градусах угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины наименьшего угла в треугольнике со сторонами 16, 21 и 35.

18. Найдите медиану равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AC$ , проведенную на боковую сторону, если  $AB = 4$  и  $AC = \sqrt{10}$ .

19. Найдите биссектрису угла  $A$  треугольника  $ABC$ , у которого  $AB = 15$ ,  $AC = 12$  и  $\cos \angle A = 1/8$ .

20. Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  пересекает в середине его медиану, проведенную из вершины  $B$ . Найдите в градусах угол  $B$ , если  $\sin \angle C = \sqrt{3}/4$ .

21. Около равностороннего треугольника описана окружность радиуса  $4\sqrt{39}/3$ . Точка  $D$  лежит на стороне  $AC$  и делит ее в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $A$ . Найдите длину отрезка  $BD$ .

22. Медиана, проведенная из вершины прямого угла треугольника, равна 3, а радиус вписанной в него окружности равен 1. Найдите периметр этого треугольника.

23. В равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AC$  вписана окружность радиуса  $2\sqrt{21}$ , пересекающая высоту  $BD$  в точке  $E$ . Точка  $E$  делит отрезок  $BD$  в отношении  $3 : 4$ , считая от конца  $B$ . Найдите полупериметр треугольника  $ABC$ .

24. Найдите площадь равнобедренного треугольника с углом при основании в  $15^\circ$ , если радиус описанной около него окружности равен  $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ .

25. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , у которого высота, проведенная из вершины  $B$ , равна 15, а также известно, что  $\sin \angle A = 3/5$  и  $\sin \angle C = 15/17$ .

26. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность радиуса  $12/\pi$ , причем  $\angle BAC = \pi/8$  и  $\angle DBC = \pi/6$ . Найдите длину дуги  $BCD$ .

27. Точки  $A$  и  $B$  лежат на разных дугах, стягиваемых хордой  $CD$  окружности радиуса  $2\sqrt{3/(\pi - 3)}$ . Найдите площадь сегмента, ограниченного хордой  $AC$  и меньшей из стягиваемых ею дуг, если  $\angle ACD = 10^\circ$  и  $\angle CBD = 25^\circ$ .

28. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность с центром  $O$ , причем  $\angle BAD = 50^\circ$  и  $\angle BDC = 10^\circ$ . Найдите угол  $COD$ .

29. Найдите острый угол между диагоналями четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, если  $\angle ACB = 75^\circ$  и  $\angle CAD = 70^\circ$ .

30. Окружность проходит через вершины  $A$  и  $B$  треугольника  $ABC$  и пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  соответственно в точках  $D$  и  $E$ . Касательная к окружности в точке  $A$  образует со стороной  $AB$  угол  $75^\circ$  и  $\angle ACB = 45^\circ$ . Найдите угловую величину дуги  $DE$ , расположенной внутри треугольника  $ABC$ .

31. Стороны  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  пересекает прямая, параллельная  $AC$ , соответственно в точках  $D$  и  $E$ . Периметр и площадь треугольника  $ABC$  равны 12 (ед. и ед.<sup>2</sup>). Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $BDE$ , если  $DA + AC + CE = 6 + DE$ .

32. Около треугольника  $ABC$  описана окружность. Продолжение медианы  $AD$  пересекает окружность в точке  $E$ . Найдите длину отрезка  $CE$ , если  $AB = 8$ ,  $AD = 12$ ,  $AE = 15$ .

33. В треугольнике  $ABC$  точка  $D$  лежит на стороне  $AC$ , причем  $AD = 2$ ,  $DC = 7$  и  $\angle A = 45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ABD$ , если  $\angle ABD = \angle ACB$ .

34. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Найдите  $DE$ , если  $AB/AD = 3$  и  $BC = 15$ .

35. На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая прямые  $AB$  и  $BC$  в двух точках  $D$  и  $E$  соответственно. Найдите сторону  $BC$ , если известно, что  $AB = 1$  и  $AC = 2 \cdot DE = \sqrt{21}$ .

36. В пятиугольник с площадью 22 вписали окружность радиуса 2. Найдите наименьшую из его сторон, если их длины относятся как  $3 : 2 : 1 : 2 : 3$ .

37. В правильном шестиугольнике  $A_1 A_2 \dots A_6$  проекция диагонали  $A_1 A_3$  на диагональ  $A_3 A_6$  равна  $\frac{6}{\sqrt{\pi}}$ . Найдите площадь вписанного в этот шестиугольник круга.

38. Около правильного многоугольника  $A_1 A_2 \dots A_n$  с внешним углом  $30^\circ$  описана окружность радиуса  $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ . Найдите расстояние от точки  $A_1$  до прямой  $A_3 A_8$ .

39. Найдите диаметр окружности, описанной около четырехугольника со сторонами 7, 15, 20 и 24.

40. В четырехугольник с перпендикулярными диагоналями вписана окружность. Найдите ее радиус, если известно, что какие-то две стороны четырехугольника равны 13 и 15, а одна из его диагоналей равна 24.

41. Окружность, проходящая через вершину  $A$  квадрата  $ABCD$ , касается его сторон  $BC$  и  $CD$  соответственно в точках  $E$  и  $F$ . Найдите радиус этой окружности, если площадь треугольника  $AEF$  равна  $2 + 2\sqrt{2}$ .

42. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $E$  лежит на диагонали  $AC$ . Найдите отношение площадей треугольников  $ABE$  и  $ADE$ .

43. Найдите в градусах тупой угол между диагоналями параллелограмма с площадью  $\sqrt{3}$ , около которого можно описать окружность радиуса 1.

44. В параллелограмм с одним из углов, равным  $\arcsin \frac{4}{3\pi}$ , вписан круг. Найдите отношение площадей параллелограмма и круга.

45. Биссектриса острого угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает прямые  $BC$  и  $CD$  в двух точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите отношение большей высоты параллелограмма и меньшей, если  $AE/EF = 3$ .

46. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию с углом  $30^\circ$  и площадью 8.

47. Около равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD = 63$  и  $BC = 33$  описана окружность. Найдите диаметр окружности, если  $AB = 39$ .

48. Диагонали трапеции равны 17 и 25, а высота – 15. Найдите площадь трапеции.

49. Боковые стороны трапеции равны 17 и 25, а диаметр вписанной в нее окружности равен 15. Найдите меньшее основание трапеции.

50. Найдите меньшее основание трапеции, в которую вписана окружность с диаметром 15 и боковые стороны которой равны 17 и 25.

51. Найдите высоту трапеции, у которой стороны равны 3; 4; 5 и 1.

52. Используя известные формулы школьной планиметрии и стереометрии, решить геометрическую задачу:

53. Медиана, проведенная к боковой стороне равнобедренного треугольника, делит его периметр на две части, длины которых равны 12 и 30. Найти основание треугольника.

54. В ромб вписана окружность радиуса 2. Определить площадь ромба, если один из его углов равен  $60^\circ$ .

55. Длины оснований трапеции относятся как 3:7 и различаются на 8. Найти длину средней линии трапеции.

56. Около круга описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 28. Определить боковую сторону трапеции.

57. Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $BC$  на отрезки  $BK=4$  и  $KC=3$ . Найти периметр этого параллелограмма.

58. Найти объем прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания его равны 4 и 5, а диагональ параллелепипеда – 9.

59. Объем правильной треугольной призмы равен  $27\sqrt{3}$ . Радиус окружности, описанной около основания, равен 2. Найти высоту призмы.

60. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6, боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найти площадь полной поверхности пирамиды.

61. Площадь осевого сечения цилиндра равна 24. Найти площадь его боковой поверхности.

62. Образующая конуса равна 4 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найти объем конуса.

63. Найти косинус угла между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ , где  $A(1;2)$ ,  $B(3;1)$  и  $C(4;3)$ .

64. При каких значениях  $m$  вектор  $\vec{a}\{m; \sqrt{5}; 4\}$  имеет длину 5?

65. При каких значениях  $m$  векторы  $\vec{a}\{3; 7; 5\}$  и  $\vec{b}\{m; 4; 1\}$  перпендикулярны?

66. Определить значения  $k$  и  $m$ , при которых векторы  $\vec{a}\{k; m; -3\}$  и  $\vec{b}\{2; 1; 3\}$  коллинеарны.

67. Найти угол между векторами  $\vec{a}\{m; 1; -2\}$  и  $\vec{b}\{3; m-1; 1\}$ , зная, что их длины равны.

68. Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом, которая: А) проходит через точку  $A(1;3)$  параллельно прямой  $y = 2x + 3$ ; Б) проходит через точку  $A(0;2)$  и образует с осью  $Ox$  угол  $60^\circ$ ; В) проходит через точки  $A(3;5)$  и  $B(5;9)$ ; Г) проходит через точку  $A(2;4)$  перпендикулярно к прямой  $y = -2x + 1$ .

69. Указать значения  $k$  и  $b$ , при которых прямые, заданные уравнениями  $y = 3x + 2$  и  $y = kx + b$ , А) совпадают; Б) параллельны; В) пересекаются.

70. Найти тангенс угла между прямыми, заданными уравнениями  $y = 3x + 1$  и  $y = x + 2$ .

71. При каких значениях  $k$  прямая  $y = kx - 1$  образует с прямой  $y = 3x$  угол  $45^\circ$ ?

72. Написать общее уравнение прямой, которая: А) проходит через точку  $A(-2;1)$  перпендикулярно к вектору  $\vec{a}\{2;3\}$ ; Б) проходит через точку  $A(1;2)$  параллельно вектору  $\vec{a}\{2;1\}$ ; В) проходит через точки  $A(-1;2)$  и  $B(3;-4)$ ; Г) проходит через точку  $A(1;-2)$  параллельно прямой  $2x - 3y + 1 = 0$ ; Д) проходит через точку  $A(2;-1)$  перпендикулярно к прямой  $3x - 2y - 1 = 0$ .

73. Найти расстояние от точки  $A(3;-2)$  до прямой  $3x - 4y + 3 = 0$ .

74. Найти косинус угла между прямыми  $2x + 3y - 1 = 0$  и  $x - 2y + 3 = 0$ .

75. При каких значениях  $a$  и  $b$  прямые  $ax + 2y - 1 = 0$  и  $2x + by + 1 = 0$ : А) совпадают; Б) параллельны; В) пересекаются?

76. При каких значениях  $a$  и  $b$  система уравнений  $\begin{cases} ax - y + 1 = 0 \\ 3x - by - 1 = 0 \end{cases}$ : А) имеет бесконечно много решений; Б) не имеет решений; В) имеет одно решение?

77. Дан треугольник  $ABC$ , точка  $H$  лежит на стороне  $AC$ , причем  $BH$  – высота треугольника и  $AH = 6$ ,  $CH = 15$ ,  $BH = 8$ . Методом координат найдите А)  $\cos \angle B$ ; Б) высоту, опущенную на сторону  $BC$ ; В) радиус окружности, описано около треугольника  $ABC$ .

78. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AA_1 = 1$ ,  $AB = 2$ ,  $AD = 3$ . Методом координат найдите: А) косинус угла между прямыми  $AC_1$  и  $A_1 B$ ; Б) косинус угла между плоскостями  $ABC$  и  $A_1 C_1 D$ ; В) синус угла между прямой  $B_1 D$  и плоскостью  $ACD_1$ .

79. Дана правильная пирамида  $SABCD$ , у которой ребро снования  $AB$  равно 2, а высота  $SO$  равна 1. Методом координат найти: А) расстояние от точки  $O$  до ребра  $SD$ ; Б) расстояние от вершины  $B$  до плоскости  $CDS$ ; В) расстояние между скрещивающимися ребрами  $AB$  и  $SD$ .

80. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 2. Методом координат найдите площадь сечения, проходящего через вершины  $A$ ,  $C$  и  $D_1$ .

## 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

### Вопросы к зачету по дисциплине

1. Иррациональные уравнения
2. Системы алгебраических уравнений.
3. Решение иррациональных уравнений с помощью систем
4. Метод интервалов
5. Алгебраические неравенства.
6. Показательные и логарифмические неравенства.
7. Обратные тригонометрические функции.
8. Тригонометрические уравнения и неравенства.
9. Уравнения с параметрами.
10. Неравенства с параметрами.
11. Арифметическая прогрессия.
12. Геометрическая прогрессия.
13. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
14. Планиметрия. Задачи на вычисление.
15. Планиметрия. Задачи на построение
16. Планиметрия. Задачи на доказательство.
17. Стереометрия. Задачи на построение – метод геометрических мест, метод подобия, метод симметрии.
18. Стереометрия- метод параллельного переноса, метод вращения, метод инверсии.
19. Стереометрия. Задачи на вычисление.
20. Стереометрия. Задачи на доказательство.

21. Критерии оценивания	Количество баллов
Ответ грамотный, логично изложенный, существенные неточности отсутствуют. Проявлена достаточная научная и образовательнокультурная эрудиция.	зачет
В ответе значительные пробелы в фундаментальных знаниях, допускаются существенные ошибки.	незачет

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1. Основная литература.**

1. Бачурин, В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Бачурин. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2005. — 712 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2102>

2. Лунгу, К.Н. Основные методы решения задач по элементарной математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2015. — 336 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91183>

### **5.2 Дополнительная литература**

1. Бачурин, Виктор Андреевич.

Задачи по элементарной математике и началам математического анализа [Текст] / В. А. **Бачурин**. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 709 с. : ил. - (ЕГЭ) (Библиотека физико-математической литературы для школьников и учителей) (10 шт.)

2. Шапкин, Александр Сергеевич. Задачи по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию с решениями [Текст] : учебное пособие для студентов вузов / А. С. Шапкин. - 5-е изд. - М. : Дашков и К°, 2008. - 431 с. - Библиогр.: с. 428. (53 шт.)

### 5.3. Периодические издания:

Не используются при изучении курса.

## 6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», *необходимых* для освоения дисциплины:

1. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>
2. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>

## 7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Подготовка к зачету должна осуществляться в соответствии с вопросами зачета с оценкой и проводиться в форме собеседования. Вопросы к зачету объявляются на первом занятии по дисциплине «Задачи повышенной сложности по математике».

Во время подготовки к собеседованию обучающемуся рекомендуется:

1. Внимательно изучить вопросы, вынесенные на зачет, список рекомендованной литературы, требования, предъявляемые к ответу (уровень знаний и умений, критерии оценки ответа).

2. Подготовиться к повторению материала: обеспечить себя информационными ресурсами, которые предложены преподавателем, повторить конспекты лекций, изучить презентации, где выделены наиболее важные аспекты изучаемой темы.

3. Приступить к подготовке, используя имеющуюся литературу, конспекты лекций, сетевые ресурсы.

4. Выписать отдельно и уточнить на консультациях вопросы, вызывающие наибольшие трудности, и вопросы, ответы на которые неясны и вызывают сомнения.

5. Основную подготовку к зачету необходимо завершить за два дня до зачета. Оставшееся время следует посвятить повторению изученного материала, обращая особое внимание на точность определений математических понятий и понятий дисциплины.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Критерии оценивания	Количество баллов
Ответ грамотный, логично изложенный, существенные неточности отсутствуют. Проявлена достаточная научная и образовательнокультурная эрудиция.	зачет



В ответе значительные пробелы в фундаментальных знаниях, допускаются существенные ошибки.

незачет

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **8.1 Перечень информационных технологий**

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

- Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – <https://kubsu.ru/node/1145> (см. п. 6)
- Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

**Рецензия**  
на рабочую программу дисциплины  
**«Задачи повышенной сложности по математике»**  
по направлению подготовки 01.03.01 Математика,  
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:  
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Гаврилюк М.Н.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриата).

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Рабочая программа дисциплины ориентирована на формирование умений и навыков по решению нестандартных задач; развитие исследовательской и познавательной деятельности студентов, формирование навыков руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, создание условий для самореализации в процессе учебной деятельности, для развития математической культуры и интуиции посредством решения нестандартных задач.

Самостоятельные задания развивают знания, умения и навыки, полученные в результате изучения предмета.

Перечень средств обучения исчерпывающий и соответствует предъявляемым требованиям.

Рабочая программа дисциплины «Задачи повышенной сложности по математике» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,  
Гусаков В.А.,  
канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение-Юг».



**Рецензия**  
на рабочую программу дисциплины  
**«Задачи повышенной сложности по математике»**  
по направлению подготовки 01.03.01 Математика,  
очной формы обучения.

Составитель рабочей программы:  
доцент каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Гаврилюк М.Н.

Рецензируемая рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Рабочая программа дисциплины ориентирована на формирование критического мышления и развитие у студентов, прочного интереса к проблемам теории и методики преподавания математики; творческого подхода к решению проблем преподавания математики; умений и навыков самостоятельного анализа процесса обучения, исследования методических проблем.

Профильная направленности в программе реализуется путем использования приобретенных знаний и умений в решениях задач профильной направленности, выполнении исследовательских и проектных работ по своей специальности с использованием математических методов. Получения опыта использования математики в содержательных и профессионально значимых ситуациях.

Составителем грамотно определены формы в процессе текущего контроля: контрольные работы и проверочные работы, лабораторные работы, самостоятельные работы, зачёт. Перечень средств обучения исчерпывающий и соответствует предъявляемым требованиям.

Изучение дисциплины формирует весь необходимый перечень компетенций, предусмотренных ФГОС ВО. Представленная программа содержательна, отвечает требованиям ФГОС ВО по построению и содержанию, поставленным задачам, включает достаточное количество разнообразных элементов, направленных на развитие умственных, творческих способностей обучающегося.

Рецензент,  
Буныкин А.В.,  
канд. физ. – мат. наук,  
доцент кафедры оборудования нефтяных  
и газовых промыслов ФГБОУ ВО КубГУ



Подпись Буныкина А.В.  
УДОСТОВЕРЯЮ  
Начальник управления кадров  
А.В. Карантис Р.Р.  
«10» 04 20 18 г.