

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
качеству образования – первый  
проректор  
\_\_\_\_\_ / М. В. Загуров  
«29» мая 2020 г.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.17 Комплексный анализ

Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Специализация: Фундаментальная математика и ее приложения;  
Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг

Форма обучения: очная

Квалификация: Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2020

Рабочая программа дисциплины Б1.О.17 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил:

Щербаков Е.А., профессор, доктор физ.-мат. наук \_\_\_\_\_

Рабочая программа дисциплины Б1.О.17 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ утверждена на заседании кафедры теории функций протокол № 8 «17» марта 2020 г.

Заведующий кафедрой теории функций Голуб М.В. \_\_\_\_\_

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры протокол № 9 «10» апреля 2020 г.

Заведующая кафедрой функционального анализа и алгебры Барсукова В.Ю. \_\_\_\_\_

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук протокол № 2 «30» апреля 2020 г.

Председатель УМК факультета Шмалько С.П. \_\_\_\_\_

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины.**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

Формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка в области комплексного анализа, овладение современным аппаратом с целью дальнейшего использования в других областях математической науки и её приложениях.

### **1.2 Задачи дисциплины.**

1. Формирование знаний о поле комплексных чисел, связи между алгебраическими и геометрическими структурами в нём.
2. Формирование знаний о классах, дифференцируемых в комплексном смысле функций, их интегральных представлениях и их представлениях с помощью рядов.
3. Формирование знаний об особенностях однозначных аналитических функций, их поведении в окрестностях особых точек.
4. Формирование знаний об аналитическом продолжении функций, многозначных аналитических функциях и их особых точках.
5. Формирование знаний о римановых поверхностях аналитических функций как аналитических многообразий, о связи компактных римановых поверхностей с алгебраическими кривыми.
6. Формирование знаний о различных способах конструирования мероморфных и целых функций.
7. Формирование знаний о полях дwoякопериодических функций, их представлении с помощью функции Вейерштрасса.
8. Формирование знаний о тэта- функциях, их связях с дwoякопериодическими функциями и с задачей обращения эллиптических интегралов.
9. Формирование знаний о конформных и квазиконформных отображениях, классах дробно-линейных отображений и соответствующих им римановых поверхностей.
10. Овладение основными приёмами использования методов комплексного анализа при решении задач действительного анализа.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к блоку Б.1 обязательной части учебного плана по направлению подготовки 01.03.01.

Для изучения курса необходимы глубокие знания математического анализа, алгебры, топологии, дифференциальной геометрии. Методы комплексного анализа используются при изучении уравнений в частных производных, теоретической механики, теории вероятностей, вычислительных методах.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций УК-3, ОПК-1, ПК-1.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	УК-3	способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную	основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа	применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах	навыками применения методов математического анализа в других

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		стратегию для достижения поставленной цели		естественнонаучн ого содержания	областях математиче ского зна ния и дисциплин ах естествен нонаучного содержани я
2.	ОПК-1	способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Различные формы представления комплексных чисел, определения и свойства операций над ними, их геометрическую интерпретацию, основные понятия топологии комплексной плоскости.</li> <li>•Эквивалентные определения понятия голоморфности и функции комплексного переменного.</li> <li>•Понятие конформного отображения, геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции.</li> <li>•Определения и геометрические свойства элементарных функций</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•производить арифметические операции над комплексными числами, используя различные формы представления комплексных чисел, их геометрическую интерпретацию;</li> <li>•определять различными способами дифференцируемость в смысле комплексного анализа и голоморфность (аналитичность) комплекснозначных функций двух вещественных переменных;</li> <li>•вычислять значения в точке элементарных функций комплексного переменного;</li> <li>•определять конформность в точке отображения, осуществляемого голоморфной функцией, и применять знания о геометрическом смысле модуля и аргумента производной;</li> </ul>	навыками практическ ого использова ния методов и результато в комплексн ого анализа при решении различны х задач.

№ п.п.	Индекс компете нции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			<p>комплексного переменного.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Разные способы классификации и изолированных особых точек голоморфных функций.</li> <li>• Понятие вычета и способы применения вычетов для вычисления криволинейных и несобственных интегралов.</li> <li>• основные понятия и теоремы комплексного анализа и способов применения в других областях знаний</li> <li>• Определение и основные свойства голоморфных функций нескольких комплексных переменных.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• осуществлять элементарные геометрические преобразования на плоскости с использованием дробно-линейных отображений;</li> <li>• вычислять криволинейные интегралы от функций комплексного переменного;</li> <li>• восстанавливать голоморфную функцию по ее вещественной или мнимой части;</li> <li>• находить коэффициенты разложения в ряд Тэйлора голоморфных функций и радиус сходимости степенного ряда;</li> <li>• находить коэффициенты разложения в ряд Лорана функций, голоморфных в кольце, и, в частности, в окрестности изолированной особой точки (м.б. бесконечно удаленной);</li> <li>• использовать приемы разложения в ряд Лорана голоморфных функций для разложения в ряд Фурье функций вещественного переменного;</li> </ul>	

№ п.п.	Индекс компет енции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
				<ul style="list-style-type: none"> <li>• определять различными способами характер изолированной особой точки голоморфной функции, определять вычетов;</li> <li>• применять конформные отображения для решения задачи Дирихле.</li> <li>• решать задачи комплексного анализа, а также применять знания комплексного анализа при решении задач других дисциплин. порядок нуля и порядок полюса;</li> <li>• различными методами вычислять вычеты голоморфных функций в изолированных особых точках;</li> <li>• находить значения криволинейных интегралов с помощью вычетов;</li> <li>• вычислять некоторые типы определенных (в том числе несобственных) интегралов с помощью вычетов;</li> <li>• применять конформные</li> </ul>	

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
				отображения для решения задачи Дирихле. • решать задачи комплексного анализа, а также применять знания комплексного анализа при решении задач других дисциплин.	
3.	ПК-1	способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	аппаратом комплексного анализа, методами применения этого аппарата к решению задач

## 2. Структура и содержание дисциплины.

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет: 7 зачетные единицы (252 часов, из них – 144,5 ч. контактной работы: лекционных 68 ч., лабораторных 68 ч., КСР 8 ч., ИКР 0,5 ч.; 53,8 ч. СР, 53,7 ч. Контроль).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)	
		4	5
<b>Контактная работа, в том числе:</b>	<b>144,5</b>	<b>72,2</b>	<b>72,3</b>
<b>Аудиторные занятия (всего):</b>	<b>144</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
Занятия лекционного типа	72	34	34
Лабораторные занятия	72	34	34
<b>Иная контактная работа:</b>	<b>8,5</b>	<b>4,2</b>	<b>4,3</b>
Контроль самостоятельной работы (КСР)	8	4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5	0,2	0,3
<b>Самостоятельная работа (всего), в том числе:</b>	<b>53,8</b>	<b>35,8</b>	<b>18</b>
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	40	30	10
Подготовка к текущему контролю	13,8	5,8	8
<b>Контроль</b>	<b>53,7</b>	<b>-</b>	<b>53,7</b>
Подготовка к экзамену	53,7	-	53,7
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час</b>	<b>252</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>144,5</b>	<b>72,2</b>

	зач. ед.	7	3	4
--	----------	---	---	---

## 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в четвёртом семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1		3	4	5	6	7
1.	Поле комплексных чисел. Компактификация топологического пространства комплексных чисел.	21	8	-	8	5
2.	Дифференцируемые функции на комплексном проективном пространстве, их интегралы и особенности.	27	10	-	12	5
3.	Аналитическое продолжение ростков. Римановы поверхности многозначных аналитических функций.	37,8	12	-	10	15,8
4.	Конструирование целых и мероморфных функций.	18	4	-	4	10
	<i>Итого по дисциплине:</i>		<b>34</b>	-	<b>34</b>	<b>35,8</b>

Разделы дисциплины, изучаемые в пятом семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1		3	4	5	6	7
5.	Конструирование целых и мероморфных функций.	14	4	-	4	6
6.	Поле двоякопериодических функций.	22	8	-	8	6
7.	Тэта функции	18	8	-	8	2
8.	Конформные и квазиконформные отображения	16	6	-	8	2
9.	Эллиптические интегралы, их обращение. Интегрируемые системы. Приложения к механике.	16	8	-	6	2
	<i>Итого по дисциплине:</i>		<b>34</b>	-	<b>34</b>	<b>18</b>

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Поле комплексных чисел. Компактификация топологического пространства комплексных чисел	Расширение поля действительных чисел. Алгебраические операции в поле комплексных чисел, их геометрический смысл, построения с помощью циркуля и линейки на плоскости. Сфера Римана как комплексное двумерное многообразие.	Опрос на занятиях



2.	Дифференцируемые функции на комплексном проективном пространстве, их интегралы и особенности.	Комплексификация и овеществление отображений. Дифференцируемые в вещественном смысле отображения и дифференцируемые в комплексном смысле функции комплексной переменной. Условия Эйлера – Даламбера(Коши-Римана) дифференцируемости в комплексном смысле функций. Классические теоремы о дифференцируемости рядов и дифференцируемость в комплексном смысле степенных рядов в области их сходимости. Интегрирование функций комплексной переменной. Теорема Коши, теорема Морера, интегральные представления Коши, локальные разложения в ряды дифференцируемых функций, ростки дифференцируемых функций. Интеграл типа Коши. Особые точки дифференцируемых функций, вычеты, теоремы о вычетах. Теоремы о нулях и полюсах дифференцируемых функций, их применения.	Опрос на занятиях
3.	Аналитическое продолжение ростков. Римановы поверхности многозначных аналитических функций.	Аналитическое продолжение ростков по кривым Аналитическое продолжение элемента аналитической функции по цепи областей, , многозначные аналитические функции, теорема о монодромии, ветви многозначных аналитических функций, римановы поверхности аналитических функций, абстрактные римановы поверхности.	Опрос на занятиях
4.	Конструирование целых и мероморфных функций.	Теорема Миттаг - Леффлера о построении мероморфной функции по заданным нулям и главным частям, исследование сходимости представляющих рядов, случай простых полюсов.	Опрос на занятиях
5.	Конструирование целых и мероморфных функций.	Метод Коши построения мероморфных функций. Конструирование целых функций по заданному набору нулей. Представление мероморфных функций с помощью целых функций.	Опрос на занятиях
6.	Поле двойкопериодических функций	Построение функции Вейерштрасса, дзета и сигма функций. Представление двойкопериодических функций с помощью функции Вейерштрасса. Разветвлённое накрытие сферы Римана тором. Представление тора алгебраической кривой.	Опрос на занятиях
7.	Тэта функции	Сигма функции и тэта функции. Периодические целые функции. Общий вид квази-двойкопериодических функций. Группа Гейзенберга и её подгруппы. Кольцо двойкопериодических целых функций, базис тэта функций в нём, их нули. Вложение тора в проективное пространство произвольной	Опрос на занятиях

		размерности, применение к исследованию уравнения Копте Вега-де Фриза.	
8.	Конформные и квазиконформные отображения	Геометрический смысл дифференциала комплекснозначной функции. Квазиконформные и конформные отображения. Задачи геометрии и механики, к ним приводящие. Группа дробно-линейных преобразований, ангармоническое отношение четырёх точек, канонические преобразования, теорема Римана об отображениях на канонические области, её обобщения на случай квазиконформных отображений. Принцип симметрии Римана –Шварца, метод Каратеодори отражения относительно аналитических кривых, формула Кристоффеля –Шварца для отображения полуплоскости на многоугольник. Модулярные функции и теорема Пикара для целых функций.	Опрос на занятиях
9.	Эллиптические интегралы, их обращение. Интегрируемые системы. Приложения к механике	Двокопериодические функции, обратные функциям, отображающим полуплоскость на прямоугольник, их представление с помощью этих функций. Движение математического маятника, обращение эллиптические интегралов, описывающих его движение. Понятие об интегрируемых системах уравнений.	Опрос на занятиях

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

### 2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Поле комплексных чисел. Компактификация топологического пространства комплексных чисел	Расширение поля действительных чисел. Алгебраические операции в поле комплексных чисел, их геометрический смысл, построения с помощью циркуля и линейки на плоскости. Сфера Римана как комплексное двумерное многообразие.	Решение задач
2.	Дифференцируемые функции на комплексном проективном пространстве, их интегралы и особенности.	Комплексификация и овеществление отображений. Дифференцируемые в вещественном смысле отображения и дифференцируемые в комплексном смысле функции комплексной переменной. Условия Эйлера – Даламбера(Коши-Римана) дифференцируемости в комплексном смысле функций. Классические теоремы о дифференцируемости рядов и дифференцируемость в комплексном смысле степенных рядов в области их сходимости. Интегрирование функций комплексной переменной. Теорема	Решение задач

		Коши, теорема Морера, интегральные представления Коши, локальные разложения в ряды дифференцируемых функций, ростки дифференцируемых функций. Интеграл типа Коши. Особые точки дифференцируемых функций, вычеты, теоремы о вычетах. Теоремы о нулях и полюсах дифференцируемых функций, их применения.	
3.	Аналитическое продолжение ростков. Римановы поверхности многозначных аналитических функций.	Аналитическое продолжение ростков по кривым Аналитическое продолжение элемента аналитической функции по цепи областей, , многозначные аналитические функции, теорема о монодромии, ветви многозначных аналитических функций, римановы поверхности аналитических функций, абстрактные римановы поверхности.	Решение задач
4.	Конструирование целых и мероморфных функций.	Теорема Миттаг - Леффлера о построении мероморфной функции по заданным нулям и главным частям, исследование сходимости представляющих рядов, случай простых полюсов. Метод Коши построения мероморфных функций. Конструирование целых функций по заданному набору нулей. Представление мероморфных функций с помощью целых функций.	Решение задач
5.	Поле дwoякопериодических функций	Построение функции Вейерштрасса, дзета и сигма функций. Представление дwoякопериодических функций с помощью функции Вейерштрасса. Разветвлённое накрытие сферы Римана тором. Представление тора алгебраической кривой.	Решение задач
6.	Тэта функции	Сигма функции и тэта функции. Периодические целые функции. Общий вид квази-дwoякопериодических функций. Группа Гейзенберга и её подгруппы. Кольцо дwoякопериодических целых функций, базис тэта функций в нём, их нули. Вложение тора в проективное пространство произвольной размерности, применение к исследованию уравнения Кортэ Вега-де Фриза.	Решение задач
7.	Конформные и квазиконформные отображения	Геометрический смысл дифференциала комплекснозначной функции. Квазиконформные и конформные отображения. Задачи геометрии и механики, к ним приводящие. Группа дробно-линейных преобразований, ангармоническое отношение четырёх точек, канонические преобразования, теорема Римана об отображениях на канонические области, её обобщения на случай квазиконформных отображений. Принцип симметрии Римана –Шварца, метод	Решение задач

		Каратеодори отражения относительно аналитических кривых, формула Кристоффеля – Шварца для отображения полуплоскости на многоугольник. Модулярные функции и теорема Пикара для целых функций.	
8.	Эллиптические интегралы, их обращение. Интегрируемые системы. Приложения к механике	Двокопериодические функции, обратные функциям, отображающим полуплоскость на прямоугольник, их представление с помощью этих функций. Движение математического маятника, обращение эллиптические интегралов, описывающих его движение. Понятие об интегрируемых системах уравнений.	Решение задач

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы - не предусмотрены

### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Поле комплексных чисел. Компактификация топологического пространства комплексных чисел	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322</a> Шабунин М.И. Сидоров Ю.В., Теория функций комплексного переменного, «Лаборатория знаний», 2-е издание (электронное), 2013, 248 с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610</a>
2	Дифференцируемые функции на комплексном проективном пространстве, их интегралы и особенности.	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322</a>
3	Аналитическое продолжение ростков. Римановы поверхности многозначных аналитических функций.	Шабунин М.И. Сидоров Ю.В., Теория функций комплексного переменного, «Лаборатория знаний», 2-е издание (электронное), 2013, 248 с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610</a>
4	Конструирование целых и мероморфных функций.	Свешников А.Г., Тихонов А.Н. — Теория функций комплексной переменной. Учеб.: Для вузов. – 6 изд., стереот. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. -336 с. <a href="http://e.lanbook.com/view/book/48167/">http://e.lanbook.com/view/book/48167/</a>
5	Конструирование целых и мероморфных функций.	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=322</a>

6	Поле дwoякопериодических функций	Шабунин М.И. Сидоров Ю.В., Теория функций комплексного переменного, «Лаборатория знаний», 2-е издание (электронное), 2013, 248 с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=42610">http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=42610</a>
7	Тэта функции	Свешников А.Г., Тихонов А.Н. — Теория функций комплексной переменной. Учеб.: Для вузов. – 6 изд., стереот. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. -336 с. <a href="http://e.lanbook.com/view/book/48167/">http://e.lanbook.com/view/book/48167/</a>
8	Конформные и квазиконформные отображения	Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=322">http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&amp;p11_id=322</a>
9	Эллиптические интегралы, их обращение. Интегрируемые системы. Приложения к механике	Шабунин М.И. Сидоров Ю.В., Теория функций комплексного переменного, «Лаборатория знаний», 2-е издание (электронное), 2013, 248 с. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=42610">http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=42610</a>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Комплексный анализ» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, в ходе дискуссий. Также используются занятия-визуализации и доклады студентов.

### **Дискуссия**

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение

выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

Описание модели.

Исследование модели или поиск различных способов решений задачи.

Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

#### **Занятие-визуализация.**

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и т. п. (например, с помощью слайдов).

Всего учебным планом предусмотрено 36 часа в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
4-5	Лабораторные занятия	Занятие-визуализация: «Сигма функции и тэта функции. Периодические целые функции»	6
		Дискуссия «Общий вид квазидвоякопериодических функций».	20
		Занятие-визуализация: «Основные формулы комплексного анализа»	10
Итого:			36

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

#### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

##### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

1. Вычислить интегралы

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^2}, a > 0,$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^n},$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^n + 1},$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^n dx}{x^{2n} + 1}, n \geq 2, n \in \mathbb{N}$$

2. Пусть  $X = \mathbb{R}^2$ . Для любого  $U \in \tau_{\mathbb{R}^2}$  определим

$$\varphi_U(x, y) = \frac{x}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} + i \frac{y}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Доказать, что  $\{(U, \varphi_U)\}$  - набор комплексных карт. Являются ли они биголоморфно согласованными?

3. Доказать, что голоморфная биекция между открытыми множествами комплексной плоскости  $\mathbb{C}$  сохраняет локальную ориентацию.

4. Пусть

$$\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{C}, \operatorname{Im} \frac{\omega_1}{\omega_2} \neq 0$$

и

$$\Gamma = \{n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2 | n_1, n_2 \in \mathbb{Z}\}.$$

Пусть  $\mathbb{C}/\Gamma$  – фактор пространство, соответствующее решётке  $\Gamma$  и  $\pi: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}/\Gamma$  – каноническое отображение. Определим топологию в  $\mathbb{C}/\Gamma$ , полагая множество  $U \subset \mathbb{C}/\Gamma$  открытым тогда и только тогда, когда  $\pi^{-1}(U)$  открыто в  $\mathbb{C}$ .

Доказать, что

а)  $\mathbb{C}/\Gamma$  – хаусдорфово пространство

б)  $\pi: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}/\Gamma$  – непрерывное отображение

в)  $\mathbb{C}/\Gamma$  – связное множество

г)  $\mathbb{C}/\Gamma$  – компакт

д)  $\pi: C \rightarrow C/\Gamma$  – открытое отображение

5. Пусть  $V \in \tau_c$  – множество, не содержащее эквивалентных точек относительно решётки  $\Gamma$  из пункта 4, и  $U = \pi^{-1}(V)$ . Доказать, что карты

$$(U, \varphi) = (U, \pi^{-1})$$

биголоморфно согласованы между собой.

6. Построить риманову поверхность функции  $\sqrt{z}$ , склеивая различные экземпляры плоскости.

7. Построить риманову поверхность функции  $\sqrt{z}$ , склеивая различные экземпляры полусферы.

8. Доказать, что риманова поверхность функции  $\log z$  топологически эквивалентна плоскости.

#### **4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации. Пример экзаменационных билетов по дисциплине**

##### **Билет № 1**

1. Поле комплексных чисел. Представление комплексных чисел в тригонометрической и экспоненциальной формах. Группа корней  $n$ -степени из единицы.
  2. Формула Кристофеля для функции, отображающей полуплоскость на многоугольник.
  3. Задача.
- 

##### **Билет № 2**

1. Компактификация топологического пространства  $C$ . Проективное пространство  $CP^1$ . Сфера Римана как аналитическое многообразие.
  2. Конструкция Каратеодори построения точек, симметричных относительно аналитической кривой. Принцип Римана-Шварца.
  3. Задача.
- 

##### **Билет № 3**

1. Кольцо непрерывных функций на  $CP^1$ . Комплексификация и овеществление отображений.
  2. Дробно-линейное преобразование круга на себя. Модель Пуанкаре планиметрии Лобачевского.
  3. Задача.
- 

##### **Билет № 4**

1. Дифференцируемые отображения  $f: CP^1 \rightarrow CP^1$ . Отображения, дифференцируемые в комплексном смысле. Пространства  $T_{z_0}C$ ,  $z_0 \in C$ . Дифференциал отображения, дифференцируемого в комплексном смысле отображения.



2. Круговое свойство дробно-линейных преобразований. Доказать, что симметричные относительно окружности точки переходят в симметричные, относительно ее образа, точки при дробно-линейных преобразованиях.

3. Задача.

---

Билет № 5

1. Необходимое и достаточное условия комплексной дифференцируемости отображений. Комплексная дифференцируемость полиномиальных функций.

2. Ангармоническое отношение четырех точек. Инвариантность ангармонического отношения четырех точек при дробно-линейных преобразованиях.

3. Задача.

---

Билет № 6

1. Теоремы классического анализа почленной интегрируемости и дифференцируемости рядов. Дифференцируемость степенных рядов.

2. Группа дробно-линейных преобразований плоскости на себя. Неподвижные точки дробно-линейных преобразований. Классификация дробно-линейных преобразований.

3. Задача.

---

Билет № 7

1. Поле комплексных чисел. Представление комплексных чисел в тригонометрической и экспоненциальной формах. Группа корней  $n$ -степени из единицы.

2. Функции  $\Theta_{a,b}$ . Теорема о нулях функций  $\Theta_{a,b}$ .

3. Задача.

---

Билет № 8

1. Интегрирование функций комплексной переменной. Необходимое условие комплексной дифференцируемости, теорема Коши.

2. Теорема о неприводимости действия группы  $\Gamma$  на  $V_e$ .

3. Задача.

---

Билет № 9

1. Представление комплексно дифференцируемой функции в круге с помощью формулы Коши. Представление комплексно дифференцируемой функции в многосвязной области.

2. Подгруппы  $\Gamma$  и  $e\Gamma$  группы Гейзенберга. Необходимое о достаточное условие инвариантности целой функции относительно преобразований группы  $e\Gamma$ .

3. Задача.

---

Билет № 10

1. Разложение комплексно дифференцируемой функции в ряд Тейлора. Понятие роста комплексно дифференцируемой функции.

2. Действие группы Гейзенберга в пространстве целых функций.
  3. Задача.
- 

Билет № 11

1. Бесконечная дифференцируемость комплексно дифференцируемой функции.
  2.  $\Theta$ -функция. Общий вид двояко-квазипериодических функций. Связь между  $\Theta$ -функцией и  $\nu$ -функцией.
  3. Задача.
- 

Билет № 12

1. Достаточное условие дифференцируемости функции. Теорема Морера.
  2.  $\sigma$ -функция и  $\nu$ -функция.
  3. Задача.
- 

Билет № 13

1. Представление комплексно дифференцируемой функции в кольце. Ряд Лорана.
  2. Определение  $\sigma$ -функции её связь с  $\wp$ -функцией и  $\zeta$ -функцией.
  3. Задача.
- 

Билет № 14

1. Изолированные особые точки комплексно дифференцируемых функций на сфере Римана. Примеры. Устранимые особые точки.
  2. Построение римановой поверхности (тора), соответствующей решётке точек в  $\mathbb{C}$ .
  3. Задача.
- 

Билет № 15

1. Предельное множество комплексно дифференцируемой функции в существенно особой точке.
  2. Точки ветвления  $\wp$ -функции. Характер накрытия сферы Римана тором.
  3. Задача.
- 

Билет № 16

1. Вычеты комплексно дифференцируемой функции в точке. Способы вычисления вычетов.
  2. Двоякопериодичность функции Вейерштрасса. Теорема о числе нулей и полюсов двоякопериодической функции.
  3. Задача.
- 

Билет № 17

1. Теоремы о вычетах. Примеры применения теоремы о вычетах.

2.  $\wp$ -функция Вейерштрасса её связь с  $\zeta$ -функцией. Исследование сходимости рядов их представляющих.

3. Задача.

---

Билет № 18

1. Лемма Жордана. Примеры применения.

2. Построение целой функции по её нулям. Представления мероморфных функций с помощью целых функций.

3. Задача.

---

Билет № 19

1. Теорема Лиувилля. Примеры применения.

2. Целые функции. Представления периодических целых функций.

3. Задача.

---

Билет № 20

1. Теорема Руше, её применение.

2. Метод Коши построения мероморфных функций.

3. Задача.

---

Билет № 21

1. Аналитическое продолжение функций по цепи областей и вдоль кривой.

Эквивалентность такого рода продолжений друг другу. Многозначные аналитические функции.

2. Оценка скорости сходимости рядов в теореме Миттаг — Леффлера. Случай простых полюсов.

3. Задача.

---

Билет № 22

1. Аналитическое продолжение функций по гомотопным кривым. Мощност множества значений аналитической функции в точке.

2. Поле мероморфных функций. Теорема Миттаг - Леффлера о построении мероморфной функции по её полюсам и главным частям в них.

3. Задача.

---

Билет № 23

1. Изолированные особые точки аналитических функций. Разложение аналитических функций в ряд, по дробным степеням переменной, в окрестности алгебраической особой точки.

2. Построение аналитической функции  $\ln(z)$ .

3. Задача.

---

Билет № 24

1. Теорема о монодромии. Разделение ветвей аналитических функций. Примеры.
  2. Риманова поверхность аналитической функции в широком смысле (включая точки ветвления). Примеры.
  3. Задача.
- 

Билет № 25

1. Построение аналитической функции  $\sqrt[n]{z}$ .
  2. Риманова поверхность аналитической функции в узком смысле (за исключением точек ветвления). Примеры.
  3. Задача.
- 

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

**5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

**5.1 Основная литература:**

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Лань, стереотипное издание, 2009, 432с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_cid=25&p11\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=322)

2. Шабунин М.И. Сидоров Ю.В., Теория функций комплексного переменного, «Лаборатория знаний», 2-е издание (электронное), 2013, 248 с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=42610](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=42610)

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечной системе «Лань».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1, Лань, 2004. - 336 с.
2. Волковыцкий И.М., Лунц, Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2763](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763)

### **5.3. Периодические издания:**

Периодические издания – не предусмотрены

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека онлайн» - <http://biblioclub.ru>
2. Электронно-библиотечная система «Лань» - <http://e.lanbook.com/books>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

### **Методические рекомендации к сдаче зачета**

Студенты обязаны сдать зачет в соответствии с расписанием и учебным планом. Зачет является формой контроля усвоения студентом учебной программы по дисциплине или ее части, выполнения практических, контрольных, реферативных работ.

Результат сдачи зачета по прослушанному курсу должны оцениваться как итог деятельности студента в семестре, а именно - по посещаемости лекций, результатам работы на практических занятиях, выполнения самостоятельной работы. Студенты, у которых количество пропусков превышает установленную норму, не выполнившие все виды работ и неудовлетворительно работавшие в течение семестра, проходят собеседование с преподавателем, который опрашивает студента на предмет выявления знания основных положений дисциплины

### **Методические рекомендации к сдаче экзамена**

Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом.

Экзамен по дисциплине преследует цель оценить работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения экзамена: устно или письменно устанавливается решением кафедры.

Экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины.

Результат сдачи экзамена заносится преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта

между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

### **8.1 Перечень информационных технологий.**

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

### **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система «Лань» (<http://e.lanbook.com>)
2. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета



**Рецензия**  
на рабочую программу дисциплины  
**«Комплексный анализ»**  
по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика,  
очной формы обучения.  
Составитель рабочей программы:  
профессор каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Щербаков Е.А.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика.

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций.

Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Содержащийся перечень и количество практических занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объему знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

Информация о видах и объеме учебной работы содержит тематику лекционных занятий и лабораторных работ, призванных сформировать у студентов базовые знания и формирование основных навыков по комплексному анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности.

Самостоятельные задания развивают знания, умения и навыки, полученные в результате изучения предмета.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами комплексного анализа, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами комплексного анализа, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,  
Гусаков В.А.,  
канд. физ. – мат. наук,  
директор ООО «Просвещение–Юг».

