

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ: _____
Директор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор _____
Хагуров Т.А.
_____ 05 _____ 2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Б1.О.06 «ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ»**

Направление
подготовки/специальность 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем
(код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность (профиль) / специализация
Технология программирования
(наименование направленности (профиля) специализации)

Форма обучения _____ очная _____
(очная, очно-заочная, заочная)

Квалификация _____ бакалавр _____

Краснодар
2020

Рабочая программа дисциплины «Геометрия и топология» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

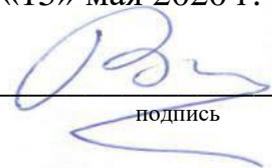
Программу составили:

Е.Е. Полупанова, старший преподаватель кафедры вычислительных технологий, кандидат технических наук


_____ подпись

Рабочая программа дисциплины «Геометрия и топология» утверждена на заседании кафедры вычислительных технологий протокол № 8 «15» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Вишняков Ю.М.
фамилия, инициалы


_____ подпись

Рабочая программа дисциплины «Геометрия и топология» обсуждена на заседании кафедры интеллектуальных информационных систем протокол № 8 «22» мая 2020 г.

И. о. заведующего кафедрой (выпускающей) Юнов С.В.
фамилия, инициалы


_____ подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 2 «22» мая 2020 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.
фамилия, инициалы


_____ подпись

Рецензенты:

Схаляхо Ч.А., доцент КВВУ им. С.М. Штеменко, кандидат физико-математических наук, доцент

Гаркуша О.В. доцент КИТ ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», кандидат физико-математических наук, доцент

1. Цели и задачи изучения дисциплины (модуля)

1.1 Цель освоения дисциплины

Цели изучения дисциплины «Геометрия и топология» определены федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», в рамках которой преподается дисциплина.

1.2 Задачи дисциплины

Основной задачей освоения дисциплины является овладение студентами математическим аппаратом, применяемым в прикладной математике и информатике, и служащим основой для разработки информационных технологий.

1.3 Место дисциплины (модуля) в образовательной программе

Дисциплина «Геометрия и топология» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана. Для изучения дисциплины необходимо знание обязательного минимума содержания среднего образования, в особенности математики и информатики, а также знание дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел». Знания, получаемые при изучении дисциплины «Геометрия и топология», используются при изучении таких дисциплин учебного плана бакалавра как «Компьютерное моделирование», «Основы компьютерной графики».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих **профессиональных компетенций**:

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся **универсальных/ общепрофессиональных/ профессиональных компетенций (УК/ОПК/ПК)**

№ п.п	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций		
		знает	умеет	владеет
1.	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Способы применения фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук для построения сложных геометрических конструкций	Использовать полученные знания для решения задач геометрического моделирования, решать вычислительные и теоретические задачи, доказывать свойства и теоремы	Способностью применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, достаточными для решения вычислительных и теоретических задач геометрии и топологии, и использовать их в профессиональной деятельности
2.	ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	Основные математические и программные решения в области математического моделирования геометрических конструкций	Демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования, синтезировать геометрические модели и вычислительные процессы для решения задач в области информационных технологий	Способностью демонстрировать базовые знания математических и естественных наук в области информационных технологий, методов анализа и синтеза геометрических моделей с использованием специализированных программных пакетов

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		5	6	7	8
Контактная работа, в том числе:	72,2	72,2			
Аудиторные занятия (всего):	68	68			
Занятия лекционного типа	34	34	-	-	-
Лабораторные занятия	34	34	-	-	-
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-
Иная контактная работа:					
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4			
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2			
Самостоятельная работа, в том числе:	35,8	35,8			
Курсовая работа	-	-	-	-	-
Проработка учебного (теоретического) материала	28	28	-	-	-
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)	5	5	-	-	-
Реферат	-	-	-	-	-
Подготовка к текущему контролю	2,8	2,8	-	-	-
Контроль:	зачет	зачет			
Подготовка к экзамену	-	-	-	-	-
Общая трудоемкость	час.	108	108	-	-
	в том числе контактная работа	72,2	72,2		
	зач. ед	3	3		

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые во 2 семестре (очная форма).

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СРС
			Л	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Векторная алгебра	10	4	-	2	4
2	Прямая на плоскости	14	6	-	4	4
3	Плоскость	12	2	-	6	4
4	Прямая в пространстве	19	3	-	8	8
5	Плоскость и прямая в пространстве	10	4	-	2	4
6	Кривые второго порядка	13	6	-	4	3
7	Поверхности второго порядка	9	3		2	4
8	Топология метрических и линейных нормированных пространств	13	6		4	3
9	Подготовка к текущему контролю	3,8		-	2	1,8
	ИКР	0,2				
	КСР	4				
	Итого по дисциплине:	108	34	-	34	35,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, КРС – контрольно-самостоятельная работа студента, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1	Векторная алгебра	Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости и линейной независимости. Базис. Проекция вектора на ось. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства, геометрический смысл и выражение в декартовых прямоугольных координатах. Преобразование системы координат (параллельный перенос, поворот).	ЛР
2	Прямая на плоскости	Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Отклонение и расстояние точки от прямой.	ЛР
3	Плоскость	Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости, перпендикулярной данному вектору и проходящей через данную точку. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и параллельной двум неколлинеарным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние точки от плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.	ЛР
4	Прямая в пространстве	Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей (общие уравнения прямой). Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.	ЛР
5	Плоскость и прямая в	Точка пересечения прямой и плоскости. Угол	ЛР

	пространстве	между прямой и плоскостью. Уравнение плоскости, проходящей через прямую и точку. Уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые. Уравнение плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между параллельными прямыми в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми в пространстве.	
6	Кривые второго порядка	Эллипс и его каноническое уравнение. Исследование формы эллипса. Гипербола и её каноническое уравнение. Исследование формы гиперболы. Парабола и её каноническое уравнение. Исследование формы параболы. Классификация кривых второго порядка. Приведение общего уравнения кривой к каноническому виду методом Лагранжа, параллельным переносом и поворотом осей координат и методом инвариантов.	ЛР
7	Поверхности второго порядка	Основные поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперboloиды, параболоиды, цилиндры, вырожденные поверхности. Классификация поверхностей второго порядка. Приведение общего уравнения поверхности к каноническому виду методом Лагранжа.	ЛР
8	Топология метрических и линейных нормированных пространств	Определение линейного пространства. Базис линейного пространства. Разложение элемента линейного пространства по базису. Понятие метрического пространства. Примеры. Открытые и замкнутые множества. Понятие сходимости. Полнота метрического пространства. Примеры полных и неполных метрических пространств. Понятие нормы. Определение нормированного пространства. Примеры. Понятие сходимости. Определение евклидова пространства. Понятие ортогонального и ортонормированного базиса. Процесс ортогонализации. Понятие топологического пространства. Различные способы задания топологий. Аксиомы отделимости. Понятие сходимости. Компактность.	ЛР

2.3.2 Занятия семинарского типа

Учебным планом не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

№ работы	Наименование лабораторных работ	Форма текущего
----------	---------------------------------	----------------

		контроля
1	Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости и линейной независимости. Базис.	ЛР
2	Проекция вектора на ось. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства, геометрический смысл и выражение в декартовых прямоугольных координатах. Преобразование системы координат (параллельный перенос, поворот).	ЛР
3	Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.	ЛР
4	Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Отклонение и расстояние точки от прямой.	ЛР
5	Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости, перпендикулярной данному вектору и проходящей через данную точку.	ЛР
6	Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и параллельной двум неколлинеарным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние точки от плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.	ЛР
7	Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей (общие уравнения прямой).	ЛР
8	Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.	ЛР
9	Точка пересечения прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Уравнение плоскости, проходящей через прямую и точку. Уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые.	ЛР
10	Уравнение плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между параллельными прямыми в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми в пространстве.	ЛР
11	Эллипс и его каноническое уравнение. Исследование формы эллипса.	ЛР
12	Гипербола и её каноническое уравнение. Исследование формы гиперболы.	ЛР
13	Парабола и её каноническое уравнение. Исследование формы параболы.	ЛР
14	Классификация кривых второго порядка. Приведение общего уравнения кривой к каноническому виду методом Лагранжа, параллельным переносом и поворотом осей координат и методом инвариантов.	ЛР
15	Основные поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры, вырожденные поверхности.	ЛР
16	Классификация поверхностей второго порядка. Приведение	ЛР

	общего уравнения поверхности к каноническому виду методом Лагранжа.	
17	Базис линейного пространства. Разложение элемента линейного пространства по базису.	ЛР
18	Понятие метрического пространства. Открытые и замкнутые множества. Понятие сходимости. Полнота метрического пространства. Примеры полных и неполных метрических пространств.	ЛР
19	Понятие нормы. Определение нормированного пространства. Понятие сходимости.	ЛР
20	Определение евклидова пространства. Понятие ортогонального и ортонормированного базиса. Процесс ортогонализации.	ЛР
21	Понятие топологического пространства. Различные способы задания топологий. Аксиомы отделимости. Понятие сходимости. Компактность.	ЛР

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебным планом не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Индивидуальное задание в среде конструкторского проектирования AutoCAD	Полупанов А.А., Полупанова Е.Е. Лабораторный практикум «Геометрическое моделирование в AutoCAD» по дисциплине «Геометрия и топология», утвержденный кафедрой вычислительных технологий, протокол № 10 от 11.05.2017.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся и числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии

При проведении занятий по дисциплине используются следующие образовательные технологии:

- технология разноуровневого обучения (дифференцированное обучение);
- технология коллективного взаимодействия (организованный диалог, коллективный способ обучения).

Технология адаптивного обучения (индивидуализированное обучение).

Семестр	Вид занятия (Л, ПР, ЛР)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
2	Л	Компьютерные презентации и обсуждение	34
	ЛР	Разбор конкретных ситуаций (задач), тренинги по решению задач, компьютерные симуляции (программирование алгоритмов)	34
Итого:			68

4. Оценочные и методические материалы

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Геометрия и топология».

4.2 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ, средств итоговой аттестации (зачет во 2 семестре).

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения лабораторных работ;
- ответов на теоретические вопросы при сдаче лабораторных работ;
- ответа на зачете (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины). Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Векторная алгебра	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 1-7
2	Прямая на плоскости	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 8-13
3	Плоскость	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 14-20
4	Прямая в пространстве	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 21-25
5	Плоскость и прямая в пространстве	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 26-27
6	Кривые второго порядка	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 28-32
7	Поверхности второго порядка	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 33-35
8	Топология метрических и линейных нормированных пространств	ОПК-1, ПК-1	ЛР	Впросы 36-42

Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенций	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично/зачтено
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<i>Знает</i> – Некоторые способы применения знаний в области математических наук для построения геометрических конструкций	<i>Знает</i> – Способы применения фундаментальных знаний в области математических наук для построения геометрических конструкций	<i>Знает</i> – Способы применения фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук для построения сложных геометрических конструкций
	<i>Умеет</i> – Использовать полученные знания для решения задач геометрического моделирования, решать простейшие вычислительные задачи	<i>Умеет</i> – Использовать полученные знания для решения задач геометрического моделирования, решать вычислительные задачи, доказывать основные теоремы	<i>Умеет</i> – Использовать полученные знания для решения задач геометрического моделирования, решать вычислительные и теоретические задачи, доказывать свойства и теоремы

	<i>Владеет</i> – знаниями, необходимыми для решения вычислительных задач геометрии и топологии	<i>Владеет</i> - Способностью применять знания, полученные в области математических наук, достаточными знаниями, достаточными знаниями для решения вычислительных задач геометрии и топологии	<i>Владеет</i> – Способностью применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, достаточными для решения вычислительных и теоретических задач геометрии и топологии, и использовать их в профессиональной деятельности
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	<i>Знает</i> – Некоторые математические решения в области математического моделирования геометрических конструкций	<i>Знает</i> – Основные математические решения в области математического моделирования геометрических конструкций	<i>Знает</i> – Основные математические и программные решения в области математического моделирования геометрических конструкций
	<i>Умеет</i> – Демонстрировать поверхностные знания математических наук, синтезировать некоторые геометрические модели для решения задач в области информационных технологий	<i>Умеет</i> – Демонстрировать базовые знания математических наук, синтезировать геометрические модели и вычислительные процессы для решения задач в области информационных технологий	<i>Умеет</i> – Демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования, синтезировать геометрические модели и вычислительные процессы для решения задач в области информационных технологий
	<i>Владеет</i> – Способностью демонстрировать базовые знания математических наук в области информационных технологий	<i>Владеет</i> – Способностью демонстрировать базовые знания математических наук в области информационных технологий, методов синтеза геометрических моделей с использованием программных пакетов	<i>Владеет</i> –Способностью демонстрировать базовые знания математических и естественных наук в области информационных технологий, методов анализа и синтеза геометрических моделей с использованием специализированных программных пакетов

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Пример типового задания

Вариант 1

1. Даны вершины $A(1; 2)$ и $B(8; 10)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины.
2. Составить уравнения сторон треугольника ABC , если даны его вершина $A(1; 6)$ и уравнения двух его высот $4x - 5y + 3 = 0$, $3x - 2y - 13 = 0$.
3. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси ординат симметрично относительно начала координат, если асимптоты задаются уравнениями $y = \pm \frac{4}{3}x$, а расстояние между фокусами равно 20.
4. Определить вид кривой, приведя ее уравнение $9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0$ к простейшему виду.
5. Вычислить проекцию вектора $\vec{a} = (3; 2; 2)$ на ось вектора $\vec{b} + 3\vec{c}$, если $\vec{b} = (-1; 4; -6)$ и $\vec{c} = (3; 2; -1)$.
6. Средствами векторной алгебры вычислить длину высоты CP треугольника с вершинами в точках $A(6; 0; -2)$, $B(-2; 1; 2)$ и $C(1; 10; -1)$.
7. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{N} = (1; 3; -2)$ и отсекающей на оси Ox отрезок $a = 5$.
8. Составить уравнения плоскостей, которые делят пополам двугранный угол, образованный плоскостями $-16x + 15y - 12z - 5 = 0$ и $x + 2y - 2z + 5 = 0$.
9. Найти точки пересечения поверхности $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1$ с прямой $\frac{x-4}{4} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-1}{1}$.
10. Найти полуоси и вершины линии пересечения плоскости $z - 6 = 0$ и однополостного гиперболоида $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} + \frac{z^2}{9} = 1$.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC найти угол между стороной BC и медианой, проведенной из вершины A , если $A = (-3; 3)$, $B = (1; -2)$, $C = (13; -2)$.
2. Составить уравнения сторон треугольника ABC , если даны его вершина $A(0; 5)$ и уравнения высоты $5x - 4y - 1 = 0$ и медианы $x + 10y - 11 = 0$, проведенных из одной вершины.
3. Составить уравнение параболы, если ее вершина находится в начале системы координат, парабола симметрична относительно оси Ox и проходит через точку $(-1; 3)$.
4. Пользуясь инвариантами, привести к простейшему виду уравнение кривой $6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$. Определить ее тип.
5. Найти разложение вектора $\vec{c} = (1; 4; 2)$ по базису состоящему из векторов $\vec{p} = (1; 5; 3)$, $\vec{q} = (4; 0; 2)$, $\vec{r} = (3; -7; -9)$.
6. Векторы \vec{a} и \vec{b} взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 8$, вычислить $\vec{X} \times \vec{Y}$ при условии, что $\vec{X} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{Y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$.
7. Вычислить углы, образуемые нормалью к плоскости $\sqrt{3}x + y - 4 = 0$, и расстояние p от начала координат до плоскости.

8. Вычислить расстояние от точки $P(3, 3, 5)$ до прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$.
9. Найти точки пересечения поверхности $5x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 12xy - 6zx + 12x - 36z = 0$ с прямой $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{1}$.
10. Установить, что двуполостный гиперболоид $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2-1}{12} = -1$ и плоскость $2y + z + 2 = 0$ имеют одну общую точку, и найти координаты этой точки.

Вариант 3

1. Найти координаты вершины C треугольника ABC , если известны координаты вершин $A = (-3; -3)$, $B = (15; -2)$ и точка $O = (-3; 2)$ пересечения медиан.
2. Составить уравнения сторон треугольника ABC , если даны его вершина $A(-1; -5)$ и уравнения высоты $5x - y - 10 = 0$ и медианы $2x + 5y - 1 = 0$, проведенных из одной вершины.
3. Составить уравнение параболы, если фокус параболы находится в точке $(-2; 1)$, а ее вершина имеет координаты $(-4; 1)$.
4. Найти линию пересечения поверхности $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz + 6zx + 2x - 6y - 2z = 0$ с плоскостью $x + y + 1 = 0$ и определить ее тип.
5. Будут ли компланарными векторы $\vec{a} = (2; 1; -2)$, $\vec{b} = (2; 1; 1)$ и $\vec{c} = (1; -2; 2)$?
6. Найти разложение вектора $\vec{c} = (3; 2; 3)$ по базису, состоящему из векторов $\vec{p} = (2; -4; 6)$, $\vec{q} = (4; -11; -2)$, $\vec{r} = (5; 0; 5)$.
7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 2; 4)$ и $B(-2; 3; 11)$ параллельно оси Oz .
8. Вычислить расстояние от точки $P(3, 8, 1)$ до прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y-7}{-4} = \frac{z+1}{-3}$.
9. Установить, какая линия является сечением эллипсоида $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{1} + \frac{(z+1)^2}{4} = 1$ плоскостью $x + 3 = 0$, и найти ее центр.
10. Найти точки пересечения эллиптического параболоида $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z$ и прямой $\frac{x+2}{4} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-2}{0}$.

Вариант 4

1. Зная две соседние вершины параллелограмма $A = (-4; -1)$, $B = (5; 2)$ и точку $O = (-13; 7)$ пересечения диагоналей, найти площадь параллелограмма $ABCD$.
2. Составить уравнения сторон треугольника ABC , если даны его вершина $A(-7; 2)$ и уравнения двух его высот $x + 5y - 35 = 0$, $3x + 2y - 27 = 0$.
3. Установить, что уравнение $x^2 - 2x + 3y - 5 = 0$ определяет параболу, найти координаты ее вершины, величину параметра и уравнение директрисы.
4. Пользуясь инвариантами, привести к простейшему виду уравнение кривой $5x^2 + 12xy - 22x - 12y - 19 = 0$. Определить ее тип.
5. Средствами векторной алгебры вычислить длину высоты CP пирамиды с вершинами в точках $A(2; -1; 3)$, $B(-5; 5; 3)$, $C(4; 3; 2)$ и $D(4; 3; 3)$.

6. Даны координаты точек $A = (1; 1; 1)$, $B = (1; 2; 3)$, $C = (13; -2)$.
Вычислить $(2\vec{AB} - \vec{CD}) \cdot (2\vec{BC} + \vec{DA})$, $\sqrt{(\vec{AB})^2}$, $\sqrt{(\vec{AC})^2}$.
7. Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x + 2y + 3z + 12 = 0$ и координатными плоскостями.
8. Вычислить радиус сферы, которая касается плоскостей $6x - 2y + 3z - 3 = 0$ и $6x - 2y + 3z - 20 = 0$.
9. Найти полуоси и вершины линии пересечения плоскости $z - 3 = 0$ и однополостного гиперболоида $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{3} = 1$.
10. Найти длину отрезка прямой $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-1}{-2}$, заключенной внутри конуса $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} - z^2 = 0$.

Вариант 5

1. Дана прямая $2x + 3y + 4 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 1)$ под углом 45° к данной прямой.
2. Даны две вершины треугольника $A(-10; 2)$ и $B(6; 4)$. Определить координаты третьей вершины, если его высоты пересекаются в точке $H(5; 2)$.
3. Эллипс проходит через точку $(3; 12/5)$ и касается прямой $4x + 5y = 25$. Написать уравнение этого эллипса и найти точку, в которой он касается данной прямой. Оси координат совпадают с осями эллипса.
4. Найти асимптоты гиперболы $3x^2 + 7y^2 + 10xy + 4x + 2y + 1 = 0$.
5. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 60° , причем $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 5$. Определить
6. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a} = (2; 1; -2)$ и $\vec{c} = (1; -2; 2)$.
7. Составить уравнение плоскости, параллельной вектору $\vec{b} = (2; 1; 1)$ и отсекающей на осях Ox и Oy отрезки 3 и -7 соответственно.
8. Составить канонические уравнения прямой $\begin{cases} x + 5y - z = 7 \\ 3x + 4y - z + 8 = 0 \end{cases}$.
9. Установить, какая линия является сечением гиперболического параболоида $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = z$ и плоскости $x + z - 1 = 0$, и найти центр полученной линии.
10. Показать, что двуполостный гиперболоид $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = -1$ имеет одну общую точку с плоскостью $5x + 2z + 5 = 0$, и найти ее координаты.

Пример тестового задания

- Суммой векторов $a=\{4,-2\}$ и $b=\{2,3\}$ является вектор:
 - $\{6,-1\}$;
 - $\{6,1\}$;
 - $\{2,-5\}$.
- Скалярное произведение векторов $a=\{3,-1,5\}$ и $b=\{2,1,-6\}$ равно:
 - -25 ;
 - 5 ;
 - $6i-j-30k$.
- Векторное произведение векторов $a=\{1,-1,2\}$ и $b=\{0,1,3\}$ равно:
 - $-5i+3j+k$;
 - 5 ;
 - $-5i-3j+k$;
- Векторы $a=\{1,3,10\}$ и $b=\{0.5, 1.5, 5\}$ являются
 - коллинеарными;
 - перпендикулярными;
 - пересекающимися под углом, не равным 90^0 .
- Площадь параллелограмма, построенного на векторах $a=\{1,2,2\}$ и $b=\{3,1,0\}$, равна:
 - $\sqrt{65}$;
 - 5 ;
 - 1 .
- Векторы $a=i$, $b=j$ и $c=i+k$:
 - образуют правую тройку векторов;
 - не образуют правой тройки векторов;
- Объем параллелепипеда, построенного на векторах $a=\{1,0,1\}$, $b=\{2,-1,4\}$ и $c=\{0,1,2\}$ равен:
 - -4 ;
 - 2 ;
 - 4 .
- Векторы $a=\{2,3,1\}$, $b=\{-1,0,-1\}$ и $c=\{2,2,2\}$ в трехмерном пространстве:
 - образуют базис;
 - не образуют базис.
- Разложение вектора $p=\{-2,4,7\}$ по базису $e_1=\{0,1,2\}$, $e_2=\{1,0,1\}$, $e_3=\{-1,2,4\}$ имеет вид:
 - $e_1 - 2 e_2 + e_3$.
 - $-e_1 + e_2 + 3 e_3$.
 - $2 e_1 - e_2 + e_3$.

10. Уравнение прямой

$$y = 2x + 3$$

называется:

- а) каноническим уравнением прямой;
- б) уравнением прямой, проходящей через две точки;
- в) уравнением прямой «в отрезках»;
- г) нормальным уравнением прямой;
- д) уравнение прямой с угловым коэффициентом.

11. Точки $M_1(0, -1)$ и $M_2(3, 1)$ лежат от прямой

$$2x + y - 6 = 0$$

- а) по одну сторону;
- б) по разные стороны.

12. Следующие уравнения

$$\begin{cases} 2x + 3y + z + 1 = 0 \\ x - y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$$

являются уравнениями:

- а) плоскости;
- б) каноническими уравнениями прямой;
- в) параметрическими уравнениями прямой;
- г) прямой как линии пересечения плоскостей.

13. Нормальный вектор плоскости

$$3x + 2y - z = 0$$

имеет следующие координаты:

- а) $\{-3, 2, -1\}$;
- б) $\{-1, 2, 3\}$;
- в) $\{3, 2, -1\}$.

14. Плоскости, задаваемые уравнениями

$$2x + 3y - z - 1 = 0, \quad 3x + y + z + 5 = 0,$$

являются:

- а) параллельными;
- б) перпендикулярными;
- в) пересекающимися под острым углом.

15. Расстояние от точки $M(3, 1, -1)$ до плоскости

$$22x + 4y - 20z - 45 = 0$$

равно:

- а) $3/2$;
- б) $2/3$;
- в) 45.

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет)

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. (ОПК-1, ПК-1)
2. Понятие линейной зависимости и линейной независимости. Базис. (ОПК-1, ПК-1)

3. Проекция вектора на ось. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства, геометрический смысл и выражение в декартовых прямоугольных координатах. (ОПК-1, ПК-1)
4. Преобразование системы координат (параллельный перенос, поворот). (ОПК-1, ПК-1)
5. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. (ОПК-1, ПК-1)
6. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. (ОПК-1, ПК-1)
7. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. (ОПК-1, ПК-1)
8. Нормальное уравнение прямой. Отклонение и расстояние точки от прямой. (ОПК-1, ПК-1)
9. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости, перпендикулярной данному вектору и проходящей через данную точку. (ОПК-1, ПК-1)
10. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и параллельной двум неколлинеарным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. (ОПК-1, ПК-1)
11. Угол между двумя плоскостями. (ОПК-1, ПК-1)
12. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. (ОПК-1, ПК-1)
13. Нормальное уравнение плоскости. (ОПК-1, ПК-1)
14. Отклонение и расстояние точки от плоскости. (ОПК-1, ПК-1)
15. Уравнение плоскости в отрезках. (ОПК-1, ПК-1)
16. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. (ОПК-1, ПК-1)
17. Прямая как линия пересечения двух плоскостей (общие уравнения прямой). (ОПК-1, ПК-1)
18. Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду. (ОПК-1, ПК-1)
19. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. (ОПК-1, ПК-1)
20. Точка пересечения прямой и плоскости. (ОПК-1, ПК-1)
21. Угол между прямой и плоскостью. (ОПК-1, ПК-1)
22. Уравнение плоскости, проходящей через прямую и точку. (ОПК-1, ПК-1)
23. Уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые. (ОПК-1, ПК-1)
24. Уравнение плоскости, проходящей через две пересекающиеся прямые. (ОПК-1, ПК-1)
25. Расстояние от точки до прямой в пространстве. (ОПК-1, ПК-1)
26. Расстояние между параллельными прямыми в пространстве. (ОПК-1, ПК-1)
27. Расстояние между скрещивающимися прямыми в пространстве. (ОПК-1, ПК-1)
28. Эллипс и его каноническое уравнение. Исследование формы эллипса. (ОПК-1, ПК-1)
29. Гипербола и её каноническое уравнение. Исследование формы гиперболы. (ОПК-1, ПК-1)
30. Парабола и её каноническое уравнение. Исследование формы параболы. (ОПК-1, ПК-1)
31. Классификация кривых второго порядка. (ОПК-1, ПК-1)
32. Приведение общего уравнения кривой к каноническому виду методом Лагранжа, параллельным переносом и поворотом осей координат и методом инвариантов. (ОПК-1, ПК-1)
33. Основные поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры, вырожденные поверхности. (ОПК-1, ПК-1)
34. Классификация поверхностей второго порядка. (ОПК-1, ПК-1)
35. Приведение общего уравнения поверхности к каноническому виду методом Лагранжа. (ОПК-1, ПК-1)
36. Определение линейного пространства. Базис линейного пространства. Разложение элемента линейного пространства по базису. (ОПК-1, ПК-1)
37. Понятие метрического пространства. Примеры. Открытые и замкнутые множества. Понятие сходимости. (ОПК-1, ПК-1)

38. Полнота метрического пространства. Примеры полных и неполных метрических пространств. (ОПК-1, ПК-1)
39. Понятие нормы. Определение нормированного пространства. Примеры. (ОПК-1, ПК-1)
40. Понятие сходимости. Определение евклидова пространства. (ОПК-1, ПК-1)
41. Понятие ортогонального и ортонормированного базиса. Процесс ортогонализации. (ОПК-1, ПК-1)
42. Понятие топологического пространства. Различные способы задания топологий. Аксиомы отделимости. Понятие сходимости. Компактность. (ОПК-1, ПК-1)

4.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

4.3.1 Методические рекомендации к сдаче зачета

Для успешной сдачи зачета необходимо освоить теорию в рамках перечисленных выше вопросов к зачету, успешно выполнить лабораторные работы и справиться с индивидуальными заданиями, примеры которых представлены выше.

4.3.2 Критерии оценивания к зачету

Оценка “зачтено” - практические задания выполнены в срок в объеме не менее 80%. студент демонстрирует правильные, уверенные действия по применению полученных знаний на практике, грамотное и логически стройное изложение материала при аргументации ответов на вопросы при защите лабораторных.

Оценка «не зачтено» - практические задания не выполнены либо предоставлены не в срок в объеме менее 60%, студент демонстрирует наличие грубых ошибок в ответе, непонимание сущности излагаемого вопроса, неумение применять знания на практике, неуверенность и неточность ответов на дополнительные и наводящие вопросы.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

5.1 Основная литература

1. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник для студентов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк ; [под ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова]. - Изд. 6-е, стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 240 с. : ил. - (Курс высшей математики и математической физики ; Вып. 3). - ISBN 5922101285. - ISBN 592210134X : 124.00.
2. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Текст] / О. Н. Цубербиллер. - Изд. 32-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 336 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 5811404751 : 138 p.
3. Александров, П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию [Электронный ресурс] : учебное пособие / П.С. Александров. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/530>
4. Подран, В.Е. Элементы топологии [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Е. Подран. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 192 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/315>

5.2 Дополнительная литература

1. Денисова, Н.С. Геометрия треугольника, тетраэдра, симплекса : учебное пособие / Н.С. Денисова ; Министерство образования и науки Российской Федерации ; учред. Московский педагогический государственный университет. - Москва : МПГУ, 2016. - 188 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4263-0431-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=471795>
2. Асташова, И.В. Геометрия и топология : учебно-методический комплекс / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 258 с. - ISBN 978-5-374-00489-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90953>
3. Шафаревич, И.Р. Основы алгебраической геометрии / И.Р. Шафаревич. - Москва : МЦНМО, 2007. - 589 с. - ISBN 978-5-94057-085-1 [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63255>
4. Остыловский, А.Н. Аналитическая геометрия : учебное пособие / А.Н. Остыловский. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2011. - 92 с. - ISBN 978-5-7638-2196-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229150>.
5. Магазинников, Л.И., Магазинникова А.Л. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебное пособие. - Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск : Эль Контент, 2012. - 180 с. [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=208684>.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных работ, контрольной работы, зачета.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине с использованием указанных литературных источников и методических указаний автора курса.

Виды и формы СР, сроки выполнения, формы контроля приведены выше в данном документе.

Для лучшего освоения дисциплины при защите ЛР студент должен ответить на несколько вопросов из лекционной части курса.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

7.1 Перечень информационно-коммуникационных технологий

- Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекций и практических занятий.

7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1. AutoCAD.
2. Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

7.3 Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. Электронный каталог Научной библиотеки КубГУ (<http://megapro.kubsu.ru/MegaPro/Web>).
2. Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (www.biblioclub.ru).
3. Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<https://e.lanbook.com>).
4. Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Наименование учебной аудитории, ее оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО) PowerPoint. ауд. 129, 131, А305.
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная специализированными техническими средствами обучения – компьютерный класс, с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета (лаб. 102-106.).
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, (кабинет) – компьютерный класс
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, приспособленная для письменного ответа при промежуточной аттестации.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.