Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
__________ Хагуров Т.А.
мая 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.15 Математический анализ

Специальность: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Специализация: Фундаментальная математика и ее приложения

Форма обучения: очная

Квалификация (степень) выпускника: Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины Б1.О.15 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Программу составил:

Щербаков Е.А., профессор, доктор физ.-мат. наук ______________

Рабочая программа дисциплины Б1.О.15 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ утверждена на заседании кафедры теории функций
протокол № 8 «23» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой теории функций Лазарев В.А. ______________

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теории функций протокол № 9 «12» апреля 2019 г.

Заведующая кафедрой
функционального анализа и алгебры Барсукова В.Ю. ______________

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 2 «24» апреля 2019 г.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н. ______________

Рецензенты:

Гусаков Валерий Александрович, канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение – Юг»

Засядко Ольга Владимировна, доцент кафедры информационных образовательных технологий, канд. физ. - мат. наук, доцент

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Привитие навыков математического метода исследования научных проблем во взаимосвязи с порождающими их задачами с различным содержательным наполнением. Создание основательной теоретической базы для углублённого изучения специальных теорий, возникающих в самой математике, а также в её приложениях в механике, математической физике, экономике и социальных науках.

1.2 Задачи дисциплины.

Сформировать на примерах геометрии, теории множеств понятие об аксиоматическом методе. Продемонстрировать его возможности в конструктивной теории действительных чисел. Дать введение в топологию вещественной прямой, пространства R^n , основываясь на понятиях окрестности точки и сходимости последовательности точек. Дать введение в теорию непрерывных отображений, гомеоморфизмов, разветвлённых и неразветвленных накрытий. Дать введение в теорию и приложения дифференцируемых отображений, дифференциальных форм. Дать введение в теорию дифференцируемых многообразий, их расслоений. Дать введение в теорию меры в органической связи между собой классических мер. Дать введение в теорию интегрирования в пространстве $R^n, n \geq 1$.

Дать представление о теории интегрирования на поверхностях. Дать представление о теории интегрирования на многообразиях, общей теореме Стокса, её связи с классическими теоремами векторного анализа. Дать введение в теорию гомологий и когомологий. Дать представление о векторных полях, производной Ли, теореме де Рама. Дать представление об интегральных и дискретных преобразованиях функций, их свойствах и применениях. Дать представление о теории обобщённых функций Л. Шварца и теории функций с обобщёнными производными С.Л. Соболева и их применениях.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Математический анализ» относится к блоку Б.1 обязательной части учебного плана по направлению подготовки 01.03.01.

На начальной стадии для изучения дисциплины требуются глубокие знания школьного курса математики. По мере продвижения при изучении материала требуются глубокое понимание изучаемых параллельно курсов линейной алгебры, алгебры, общей топологии и дифференциальной геометрии, дифференциальных уравнений и теории функций комплексной переменной.

Результаты теории математического анализа и её метолы используются при изучении курсов теории функций комплексной переменной, дифференциальных уравнений, теории вероятностей, дифференциальной геометрии, функционального анализа, вычислительных методов.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных и профессиональных компетенций ОПК-1, ПК-1.

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ОПК-1	способен находить, формулировать и	основные понятия,	применять полученные	навыками применения

№ п. п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
		решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	определения и свойства объектов математического анализа	навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания	методов математического анализа в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
2.	ПК-1	способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства	определять класс задач, для которых применим тот или иной аппарат, выбирать метод решения конкретного типа задач	аппаратом математического анализа, методами применения этого аппарата к решению задач

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет**:** 26 зачетные единицы (936 часов, из них – 560 ч. контактной работы: лекционных 136 ч., лабораторных 136 ч., КСР 14 ч., ИКР 2 ч.; 188,2 ч. СР, 187,8 ч. Контроль).

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)			
		1	2	3	4
Контактная работа, в том числе		**140,5**	**140,5**	**138,5**	**140,5**
Аудиторные занятия (всего)	**544**	**136**	**136**	**136**	**136**
Занятия лекционного типа	272	68	68	68	68
Лабораторные занятия	272	68	68	68	68
Иная контактная работа:	**16**	**4,5**	**4,5**	**2,5**	**4,5**
Контроль самостоятельной работы (КСР)	14	4	4	2	4
Промежуточная аттестация (ИКР)	2	0.5	0.5	0.5	0.5
Самостоятельная работа, в том числе:	**188,2**	**30,8**	**57,8**	**32,8**	**66,8**
Проработка учебного (теоретического) материала и выполнение домашних заданий	168	28	50	30	60
Подготовка к текущему контролю	20,2	2,8	7,8	2,8	6,8
Контроль:	**187,8**	**44,7**	**53,7**	**44,7**	**44,7**
Подготовка к экзамену	187,8	44,7	53,7	44,7	44,7

Общая трудоемкость:	час.	936	216	252	216	252
	в том числе контактная работа		140,5	140,5	138,5	140,5
	зач. ед.	26	6	7	6	7

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в первом семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Аксиоматический метод. Теория множеств.	36	10	-	16	10
2.	Конструктивная и аксиоматическая теория действительных чисел.	28	10	-	10	10
3.	Топология вещественной прямой.	36	16	-	18	2
4.	Топология многомерных пространств.	32	14	-	10	8
5.	Отображения конечно - мерных пространств. Непрерывные отображения	34,8	18	-	14	2,8
	Итого		68	-	68	30,8

Разделы дисциплины, изучаемые во втором семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
		3	4	5	6	7
6.	Локальные и глобальные свойства непрерывных функций вещественной переменной. Пространство непрерывных функций	26	8	-	8	10
7.	Дифференцируемые отображения.	34	12	-	12	10
8.	Основы геометрического анализа.	50	20	-	20	10
9.	Исследование экстремумов функций многих переменных.	26	8	-	8	10
10.	Первообразная и неопределённый интеграл. Правила вычисления неопределённого интеграла.	57,8	20	-	20	17,8
	Итого		68	-	68	57,8

Разделы дисциплины, изучаемые в третьем семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
		3	4	5	6	7

11.	Интегрирование функций вещественной переменной.	38	14	-	14	10
12.	Теория меры и интегрирование функций многих переменных.	38	14	-	14	10
13.	Дифференциальные формы. Интегрирование дифференциальных форм.	50	20	-	20	10
14.	Элементы векторного анализа.	42,8	20	-	20	2,8
	Итого		68	-	68	32,8

Разделы дисциплины, изучаемые в четвёртом семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
		3	4	5	6	7
15.	Интегрирование дифференциальных форм на многообразиях.	48	14	-	14	20
16	Функциональные ряды.	38	14	-	14	10
17.	Интегральные преобразования функций.	60	20	-	20	20
18.	Теория распределений Л. Шварца и пространства С.Л. Соболева.	56,8	20	-	20	16,8
	Итого		68	-	68	66,8

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Аксиоматический метод. Теория множеств	Аксиоматический метод. Сравнение аксиоматик. Множество натуральных чисел, аксиоматика Пеано. Система аксиом ZFC теории множеств. Понятие отображения множеств. Конструктивное построений системы чисел фон Неймана. Сравнение аксиом Пеано и теорем о числах фон Неймана.	Опрос на занятиях
2.	Конструктивная и аксиоматическая теория действительных чисел.	Кольцо целых чисел. Поле рациональных чисел. О разрешимости алгебраических уравнений в различных числовых множествах. Конструктивная теория Дедекинда и аксиоматическая теория Гильберта действительных чисел. Сравнения бесконечных множеств. Границы и грани множеств. О разрешимости алгебраических уравнений в поле действительных чисел. Поле комплексных чисел.	Опрос на занятиях
3.	Топология вещественной прямой.	Системы окрестностей точек на вещественной прямой, системы открытых и замкнутых множеств, предельные, граничные точки множеств, компактные множества на числовой прямой, компактификация числовой прямой, теоремы о вложенных отрезках и покрытиях числовых множеств. Числовые	Опрос на занятиях

		последовательности и подпоследовательности, хаусдорфовы пространства. Принципы вычисления пределов последовательностей, числовые ряды, сходимость числовых рядов и последовательностей.	
4.	Топология многомерных пространств	Метрическая структура в многомерном пространстве. Открытые и замкнутые множества в многомерном. Компактные множества, компактификация многомерных пространств по Александрову.	Опрос на занятиях
5.	Отображения конечно – мерных пространств. Непрерывные отображения	Отображения конечномерных пространств и действительнозначные функции многих переменных. Различные определения предела функции в точке, их эквивалентность. Непрерывные в точке и на множестве отображения. Колебание функции на множестве и в точке, связь с непрерывностью.	Опрос на занятиях
6.	Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Пространство непрерывных функций.	Классификация точек разрыва функций одной вещественной переменной. Пространство непрерывных на отрезке функций, критерий компактности. Непрерывные на компакте функции. Теоремы о промежуточных значениях отображений на линейно – связных множествах. Теоремы о достижении верхней и нижней граней непрерывными функциями, заданными на компакте.	Опрос на занятиях
7.	Дифференцируемые отображения	Дифференцируемые отображения и их дифференциалы. Частные производные функций многих переменных. Разложение дифференциала функции многих переменных по базисным дифференциалам. Матрица Якоби отображения. Геометрический смысл дифференциала отображения. Инвариантность дифференциала функции. Цепное правило дифференцирования отображений. Дифференциалы и производные высшего порядка для функций вещественной переменной. Теоремы Лагранжа для функций вещественной переменной и отображений. Экстремумы функций вещественной переменной. Формула Тейлора, остаточный член в разложении функции по формуле Тейлора. Правила Лопиталя раскрытия неопределённостей. Выпуклые функции. Исследование графиков функций. Классические неравенства.	Опрос на занятиях
8.	Основы геометрического анализа.	Формула Тейлора для функций многих переменных. Экстремумы функций многих переменных. Касательная плоскость к графику функций многих переменных. Теорема о неявной функции для отображений. Теорема об обратном отображении. Локальное приведение отображения к каноническому виду (теорема о ранге).	Опрос на занятиях

9.	Исследование экстремумов функций многих переменных.	Функционально независимые системы функций. Поверхности в многомерном пространстве их касательные пространства. Необходимые и достаточные условия существования условного экстремума функции многих переменных.	Опрос на занятиях
10.	Первообразная и интеграл. Правила вычисления неопределённого интеграла.	Интегрирование функций по частям. Интегрирование функций с помощью замены переменной. Интегрирование рациональных и трансцендентных функций.	Опрос на занятиях
11.	Интегрирование функций вещественной переменной.	Проблема нахождения первообразной для произвольной непрерывной функции, её физическая интерпретация. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.	Опрос на занятиях
12.	Теория меры и интегрирование функций многих переменных	Система множеств в многомерном пространстве, измеримых по Жордану. И функций многих переменных по измеримому по Жордану множеству. Измеримость множества и интегрируемость по Риману его характеристической функции. Необходимые и достаточные условия интегрируемости Дарбу, Дюбуа-Реймона, Лебега. Класс интегрируемых по Риману функций. Кратные и повторные интегралы.	Опрос на занятиях
13.	Дифференциальные формы. Интегрирование дифференциальных форм.	Поверхности в многомерном пространстве. Край поверхности, ориентируемые поверхности. Поверхностные и криволинейные интегралы как интегралы от дифференциальных форм. Основные формулы анализа.	Опрос на занятиях
14.	Элементы векторного анализа.	Векторные поля и формы в трёхмерном пространстве. Дифференциальные операторы теории поля. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах. Потенциальные поля. Векторный потенциал поля. Точные и замкнутые формы. Не инвариантность операций дивергенции и ротора при произвольных (не ортогональных) преобразованиях. Инвариантная форма системы уравнений Максвелла.	Опрос на занятиях
15.	Интегрирование дифференциальных форм на многообразиях	Тензорные пространства пространств и форм. Внешние произведения пространств и кососимметрические формы. Произведения кососимметрических форм. Внешний дифференциал форм. Дифференцируемые многообразия, их касательные и кокасательные расслоения. Разбиение единицы. Интегрирование дифференциальных на многообразии. Теорема Стокса. Векторные поля. Скобка векторных полей, тождество Якоби. Интегральные кривые векторных полей и однопараметрические группы локальных преобразований. Внутреннее произведение векторных полей и дифференциальных форм. Производная Ли дифференциальной формы вдоль	Опрос на занятиях

		векторного поля, формулы Картана, критерий Пуанкаре точности замкнутой формы. Группы гомологий и когомологий де Рама на многообразии. Теорема де Рама.	
16.	Функциональные ряды	Функциональные ряды, типы сходимости. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Ряды Фурье. Полные и замкнутые системы функций. Суммы Фейера. Полнота системы тригонометрических функций в пространстве функций, интегрируемых с квадратом на отрезке. Проблема Лузина. Оценки скорости сходимости тригонометрических рядов.	Опрос на занятиях
17.	Интегральные преобразования функций.	Несобственные интегралы, зависящие от параметра, дифференцирование интегралов по параметру. Преобразование Фурье. Интеграл Фурье. Условие Дини сходимости интеграла Фурье. Взаимосвязь дифференциальных свойств функций и их преобразований Фурье. Пространство быстро убывающих функций и преобразование Фурье. Формула обращения преобразования Фурье. Теорема Котельникова. Приложение преобразования Фурье в математической физике.	Опрос на занятиях
18.	Теория распределений Л. Шварца и пространства С.Л. Соболева.	Пространство бесконечно дифференцируемых функций с ограниченным носителем, его топология, распределения на нём, их сходимость. Пространство бесконечно дифференцируемых функций с произвольными носителями, его сопряжённое пространство распределений с ограниченными носителями. Топологическое пространство быстро убывающих функций, его сопряжённое пространство обобщённых функций умеренного роста. Преобразование Фурье обобщённых функций умеренного роста. Образы Фурье распределений с ограниченными носителями. Формула обращения преобразования Фурье. Связь между распределениями и функциями, обладающими соболевскими производными. Преобразование Лапласа функций и обобщённых функций и его свойства, связь с преобразованием Фурье.	Опрос на занятиях

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа – не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Аксиоматический метод. Теория	Аксиоматический метод. Сравнение аксиоматик. Множество натуральных чисел, аксиоматика Пеано.	Решение задач

	множеств	Система аксиом ZFC теории множеств. Понятие отображения множеств. Конструктивное построений системы чисел фон Неймана. Сравнение аксиом Пеано и теорем о числах фон Неймана. 3	
2.	Конструктивная и аксиоматическая теория действительных чисел.	Кольцо целых чисел. Поле рациональных чисел. О разрешимости алгебраических уравнений в различных числовых множествах. Конструктивная теория Дедекинда и аксиоматическая теория Гильберта действительных чисел. Сравнения бесконечных множеств. Границы и грани множеств. О разрешимости алгебраических уравнений в поле действительных чисел. Поле комплексных чисел.	Решение задач
3.	Топология вещественной прямой.	Системы окрестностей точек на вещественной прямой, системы открытых и замкнутых множеств, предельные, граничные точки множеств, компактные множества на числовой прямой, компактификация числовой прямой, теоремы о вложенных отрезках и покрытиях числовых множеств. Числовые последовательности и подпоследовательности, хаусдорфовы пространства. Принципы вычисления пределов последовательностей, числовые ряды, сходимость числовых рядов и последовательностей.	Решение задач
4.	Топология многомерных пространств	Метрическая структура в многомерном пространстве. Открытые и замкнутые множества в многомерном. Компактные множества, компактификация многомерных пространств по Александрову.	Решение задач
5.	Отображения конечно – мерных пространств. Непрерывные отображения	Отображения конечномерных пространств и действительнозначные функции многих переменных. Различные определения предела функции в точке, их эквивалентность. Непрерывные в точке и на множестве отображения. Колебание функции на множестве и в точке, связь с непрерывностью.	Решение задач
6.	Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Пространство непрерывных функций.	Классификация точек разрыва функций одной вещественной переменной. Пространство непрерывных на отрезке функций, критерий компактности. Непрерывные на компакте функции. Теоремы о промежуточных значениях отображений на линейно – связных множествах. Теоремы о достижении верхней и нижней граней непрерывными функциями, заданными на компакте.	Решение задач
7.	Дифференцируемые отображения	Дифференцируемые отображения и их дифференциалы. Частные производные функций многих переменных. Разложение дифференциала функции многих переменных по базисным дифференциалам. Матрица Якоби отображения. Геометрический смысл дифференциала отображения. Инвариантность дифференциала функции. Цепное правило дифференцирования отображений. Дифференциалы и производные высшего порядка для функций вещественной переменной. Теоремы	Решение задач

		Лагранжа для функций вещественной переменной и отображений. Экстремумы функций вещественной переменной. Формула Тейлора, остаточный член в разложении функции по формуле Тейлора. Правила Лопиталя раскрытия неопределённостей. Выпуклые функции. Исследование графиков функций. Классические неравенства.	
8.	Основы геометрического анализа.	Формула Тейлора для функций многих переменных. Экстремумы функций многих переменных. Касательная плоскость к графику функций многих переменных. Теорема о неявной функции для отображений. Теорема об обратном отображении. Локальное приведение отображения к каноническому виду (теорема о ранге).	Решение задач
9.	Исследование экстремумов функций многих переменных.	Функционально независимые системы функций. Поверхности в многомерном пространстве их касательные пространства. Необходимые и достаточные условия существования условного экстремума функции многих переменных.	Решение задач
10.	Первообразная и интеграл. Правила вычисления неопределённого интеграла.	Интегрирование функций по частям. Интегрирование функций с помощью замены переменной. Интегрирование рациональных и трансцендентных функций	Решение задач
11.	Интегрирование функций вещественной переменной.	Проблема нахождения первообразной для произвольной непрерывной функции, её физическая интерпретация. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.	Решение задач
12.	Теория меры и интегрирование функций многих переменных	Система множеств в многомерном пространстве, измеримых по Жордану. И функций многих переменных по измеримому по Жордану множеству. Измеримость множества и интегрируемость по Риману его характеристической функции. Необходимые и достаточные условия интегрируемости Дарбу, Дюбуа-Реймона, Лебега. Класс интегрируемых по Риману функций. Кратные и повторные интегралы.	Решение задач
13.	Дифференциальные формы. Интегрирование дифференциальных форм.	Поверхности в многомерном пространстве. Край поверхности, ориентируемые поверхности. Поверхностные и криволинейные интегралы как интегралы от дифференциальных форм. Основные формулы анализа.	Решение задач
14.	Элементы векторного анализа	Векторные поля и формы в трёхмерном пространстве. Дифференциальные операторы теории поля. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах. Потенциальные поля. Векторный потенциал поля. Точные и замкнутые формы. Не инвариантность операций дивергенции и ротора при произвольных (не ортогональных) преобразованиях. Инвариантная форма системы уравнений Максвелла.	Решение задач

15.	Интегрирование дифференциальных форм на многообразиях	Тензорные пространства пространств и форм. Внешние произведения пространств и кососимметрические формы. Произведения кососимметрических форм. Внешний дифференциал форм. Дифференцируемые многообразия, их касательные и кокасательные расслоения. Разбиение единицы. Интегрирование дифференциальных на многообразии. Теорема Стокса. Векторные поля. Скобка векторных полей, тождество Якоби. Интегральные кривые векторных полей и однопараметрические группы локальных преобразований. Внутреннее произведение векторных полей и дифференциальных форм. Производная Ли дифференциальной формы вдоль векторного поля, формулы Картана, критерий Пуанкаре точности замкнутой формы. Группы гомологий и когомологий де Рама на многообразии. Теорема де Рама.	Решение задач
16.	Функциональные ряды	Функциональные ряды, типы сходимости. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Ряды Фурье. Полные и замкнутые системы функций. Суммы Фейера. Полнота системы тригонометрических функций в пространстве функций, интегрируемых с квадратом на отрезке. Проблема Лузина. Оценки скорости сходимости тригонометрических рядов.	Решение задач
17.	Интегральные преобразования функций.	Несобственные интегралы, зависящие от параметра, дифференцирование интегралов по параметру. Преобразование Фурье. Интеграл Фурье. Условие Дини сходимости интеграла Фурье. Взаимосвязь дифференциальных свойств функций и их преобразований Фурье. Пространство быстро убывающих функций и преобразование Фурье. Формула обращения преобразования Фурье. Теорема Котельникова. Приложение преобразования Фурье в математической физике.	Решение задач
18.	Теория распределений Л. Шварца и пространства С.Л. Соболева.	Пространство бесконечно дифференцируемых функций с ограниченным носителем, его топология, распределения на нём, их сходимость. Пространство бесконечно дифференцируемых функций с произвольными носителями, его сопряжённое пространство распределений с ограниченными носителями. Топологическое пространство быстро убывающих функций, его сопряжённое пространство обобщённых функций умеренного роста. Преобразование Фурье обобщённых функций умеренного роста. Образы Фурье распределений с ограниченными носителями. Формула обращения преобразования Фурье. Связь между распределениями и функциями, обладающими соболевскими производными. Преобразование Лапласа функций и обобщённых функций и его свойства, связь с преобразованием Фурье.	Решение задач

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)
Курсовые работы – не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Аксиоматический метод. Теория множеств	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
2	Конструктивная и аксиоматическая теория действительных чисел.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
3	Топология вещественной прямой.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
4	Топология многомерных пространств	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
5	Отображения конечно – мерных пространств. Непрерывные отображения	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И.

		Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
6	Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Пространство непрерывных функций.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
7	Дифференцируемые отображения	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
8	Основы геометрического анализа.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
9	Исследование экстремумов функций многих переменных.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
10	Первообразная и интеграл. Правила вычисления неопределённого интеграла.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
11	Интегрирование функций вещественной переменной.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).

		Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
12	Теория меры и интегрирование функций многих переменных	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
13	Дифференциальные формы. Интегрирование дифференциальных форм.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
14	Элементы векторного анализа.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
15	Интегрирование дифференциальных форм на многообразиях	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
16	Функциональные ряды	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
17	Интегральные преобразования функций.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010.

		– 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).
18	Теория распределений Л. Шварца и пространства С.Л. Соболева.	Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php). Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
– в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лаборатор- ные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Математический анализ» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «сту- дент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо до- стигаются при изложении материала, в ходе дискуссий. Также используются занятия- визуализации и доклады студентов.

Дискуссия

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, пред- ложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно изла- гать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск дру- гого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмот- рение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализи- ровать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интер- активных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

Описание модели.

Исследование модели или поиск различных способов решений задачи.

Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.

Занятие-визуализация.

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и т. п. (например, с помощью слайдов) .

Всего учебным планом предусмотрено 108 часа в интерактивной форме

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
1-4	Лабораторные занятия	Занятие-визуализация: «Поверхности в многомерном пространстве.»	40
		Дискуссия «Край поверхности, ориентируемые поверхности.»	50
		Занятие-визуализация: «Основные формулы анализа.»	18
Итого:			108

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подго- товки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, ко- торая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

1) Пределы.

Найти пределы следующих выражений

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$

2. $\lim\limits_{x\to a}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}-\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}}$

3. $\lim\limits_{x\to 8}\frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt[m]{x}-1}{\sqrt[m]{x}-1}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{\cos x}-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} tg2x\cdot tg(\frac{\pi}{4}-x)$

7. $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)tg\frac{\pi x}{2}$

8. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\cos^n\frac{x}{\sqrt{n}}$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln tg(\frac{\pi}{4}+ax)}{\sin bx}$

11. $\lim\limits_{h\to 0}\frac{a^{x+h}+a^{x-h}-2a^x}{h^2}$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{ax}-e^{bx}}{\sin ax-\sin bx}$

2) Производная

1. Под какими углами пересекаются кривые $y = x^2$ и $x = y^2$?
2. При каком выборе параметра n кривая $y = arctg(nx)$ пересекает ось Ох под углом большим, чем 89º?
3. Заменяя приращение функции дифференциалом, найти приближенно следующие значения: $\sqrt[3]{1{,}02}$, $\sin 29°$, $\lg 11$.
4. Вычислить пределы:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{tgx}-1}{2\sin^2 x-1},\ \lim_{x\to 0}\left(ctgx-\frac{1}{x}\right),\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{arctgx}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$$

5. Разложить в ряд Тейлора функцию $y = e^{2x-x^2}$ до члена с x^5.
6. Исследовать и построить график функции

$$y = \frac{x^4}{(x+1)^3},\ y = \frac{e^x}{1+x},\ y = x^{2/3}e^{-x}$$

7. В эллипс $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ вписать прямоугольник со сторонами, параллельными осям эллипса, площадь которого наибольшая.
8. В шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объема.

3) Неопределенный интеграл

Вычислить интегралы:

1. $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$
2. $\displaystyle\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$
3. $\displaystyle\int \sqrt{2+x-x^2}\,dx$
4. $\displaystyle\int \sqrt{x^4+2x^2-1}\cdot xdx$
5. $\displaystyle\int \frac{x^2+5x+4}{x^4+5x^2+4}dx$
6. $\displaystyle\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}dx$
7. $\displaystyle\int \frac{dx}{(x-1)^2(x^2+2x+2)}$
8. $\displaystyle\int \frac{dx}{(x^2-4x+4)(x^2-4x+5)}$
9. $\displaystyle\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}}dx$
10. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2+2x+2}}{x}dx$
11. $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}dx$
12. $\displaystyle\int \sqrt{x^3+x^4}\,dx$
13. $\displaystyle\int tg^5 xdx$
14. $\displaystyle\int \frac{dx}{(2+\cos x)\sin x}dx$
15. $\displaystyle\int \frac{\sin x}{\sin^3 x+\cos^3 x}dx$
16. $\displaystyle\int (x^2-2x+2)e^{-x}dx$
17. $\displaystyle\int \frac{dx}{1+e^{x/2}+e^{x/3}+e^{x/6}}$

18. $\int x \cdot arctg(x+1)dx$

19. $\int \arcsin\frac{2\sqrt{x}}{x+1}dx$

4) Определенный интеграл.

1. Вычислить определенный интеграл, рассматривая его как предел соответствующей интегральной суммы
   $\int_0^1 a^x dx$, $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$
2. Найти значение предела с помощью определенного интеграла
   $\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+...+\frac{n-1}{n^2})$
3. Вычислить
   $\int_0^1 x(2-x)^{10} dx$, $\int_{-2}^{-1}\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$, $\int_0^3 \arcsin\sqrt{\frac{x}{1+x}}dx$.
4. Вычислить площадь фигур, ограниченных кривыми:
   а) $y=|\lg x|$, y=0, x=0.1, x=10.
   б) $x=a(t-\sin t), y=a(1-\cos t), 0\le t\le 2\pi$, y=0.
   в) $r=a(1+\cos\varphi)$
5. Найти длины дуг следующих кривых:
   а) y=ln(cosx), $0\le x\le a<\frac{\pi}{2}$
   б) $x=\cos^4 t, y=\sin^4 t$
   в) $r=a\sin^3\varphi$
6. Найти координаты центра тяжести области, ограниченной параболами $ax=y^2$ и $ay=x^2$ ($a>0$).

5) Числовые и функциональные ряды

1. Исследовать сходимость рядов
   a. $\sum_1^\infty \frac{1}{1000n+1}$
   b. $\sum_1^\infty \frac{2^n n!}{n^n}$
   c. $\sum_1^\infty \frac{3^n n!}{n^n}$
   d. $\sum_2^\infty \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}}$

e. $\sum_{1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n + 3^n}$

f. $\sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^{n(n-1)/2}}{2^n}$

g. $\sum_{1}^{\infty} \frac{\ln^{100} n}{n} \sin\frac{\pi n}{4}$

h. $\sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+p}$

i. $\sum_{1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n+1} \frac{1}{\sqrt[100]{n}}$

j. $\sum_{2}^{\infty} \frac{\sin\frac{\pi n}{12}}{\ln n}$

2. Определить область сходимости

a. $\sum_{1}^{\infty} \frac{n}{x^n}$

b. $\sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$

c. $\sum_{1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$

3. Исследовать последовательность на равномерную сходимость

a. $f_n(x) = x^n,\ 0 \le x \le \frac{1}{2}$

b. $f_n(x) = x^n,\ 0 \le x \le 1$

c. $f_n(x) = \frac{nx}{1+n+x},\ 0 \le x \le 1$

d. $f_n(x) = \sqrt[n]{1+x^n},\ 0 \le x \le 2$

4. Исследовать характер сходимости

a. $\sum_{1}^{\infty} x^n,\ |x| < q, q < 1$

b. $\sum_{1}^{\infty} x^n,\ |x| < 1$

c. $\sum_{1}^{\infty} \frac{x^n}{n!},\ x \in (0, +\infty)$

d. $\sum_{1}^{\infty} (1-x)x^n,\ 0 \le x \le 1$

e. $\sum_{1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^5x^2}$

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к коллоквиуму

1. Множества и операции над множествами.
2. Равномощные множества. Счётные множества. Множества мощности континуума.
3. Аксиоматика множества действительных чисел.
4. Лемма о вложенных отрезках. Несчётность множества действительных чисел.
5. Грани числовых множеств.
6. Понятие числовой функции (отображения). График функции. Обратная функция.
7. Определение предела последовательности. Единственность предела.
8. Свойства сходящихся последовательностей, связанные с неравенствами.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
10. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.
11. Предел монотонной последовательности.
12. Число «е».
13. Подпоследовательности. Частичные пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
14. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
15. Предел функции в точке. Определение по Коши и по Гейне.
16. Локальные свойства функций, имеющих предел в точке (ограниченность, определённость знака, свойства, связанные с неравенствами и операциями над функциями).
17. Понятие непрерывности функции в точке. Точки разрыва. Локальные свойства функций, непрерывных в точке.
18. Теоремы Вейерштрасса о функциях непрерывных на отрезке.
19. Теоремы Коши о функциях непрерывных на отрезке.
20. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
21. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
22. Неравенства для тригонометрических функций.
23. Первый замечательный предел и его следствия.
24. Второй замечательный предел.
25. Следствия из второго замечательного предела.
26. Сравнение функций. О-символика.
27. Эквивалентные функции. Критерий эквивалентности функций. Применение при вычислении пределов функций.
28. Асимптоты графика функции.

Вопросы к экзамену

1 семестр

1. Множество натуральных чисел. Аксиоматика Пеано.
2. Построение кольца целых чисел. Разрешимость уравнения a + x = b в кольце целых чисел
3. Поле рациональных чисел. Разрешимость уравнения ax = b в поле рациональных чисел.
4. О неразрешимости уравнения x2 = 2 в поле рациональных чисел. Структура множеств {p ∈ Q | p2 < 2}, {p ∈ Q | p2 > 2}.
5. Сечения рациональных чисел. Равенство сечений. Отношение порядка во множестве сечений. Сечение O*.
6. Сумма сечений. Свойства суммы сечений.
7. О разрешимости уравнения $\alpha + \beta = O^*$ во множестве сечений.
8. О разрешимости уравнения $\alpha + \gamma = \beta$ во множестве сечений.
9. Определение произведения сечений.

10. Теорема о плотности рациональных сечений во множестве сечений (доказательство). Теорема Дедекинда (формулировка).
11. Границы и грани множеств. Ограниченные множества. Примеры.
12. Теорема о существовании верхней грани ограниченного сверху множества.
13. Теорема о существовании нижней грани ограниченного снизу множества.
14. Теорема о существовании решения уравнения yk = x в поле вещественных чисел.
15. Аксиоматика Гильберта вещественных чисел.
16. Счётные множества. Теорема о счётности системы счётных множеств.
17. Несчётные множества. Несчётность множества вещественных чисел. Континуальность континуума континуумов.
18. Определение ε-окрестности точки на числовой прямой. Понятие открытости множества.
19. Свойства системы открытых множеств.
20. Принцип двойственности в теории множеств.
21. Замкнутые множества, их свойства.
22. Теорема о покрытиях отрезка интервалами. Определение компактного множества.
23. Функции, отображения множеств. Инъективные, сюръективные, биективные отображения. Понятие числовой последовательности, стационарные последовательности.
24. Понятие монотонной функции вещественной переменной, принимающей вещественные значения. Понятие подпоследовательности заданной последовательности. Примеры.
25. Понятие предела числовой последовательности на языке (ε,δ). Последовательности бесконечно большие и бесконечно малые.
26. Окрестность точки на числовой прямой. Определение предела числовой последовательности на языке окрестностей.
27. Понятие метрического пространства. Определение предела числовой последовательности на языке метрик.
28. Необходимое условие сходимости числовой последовательности.
29. Теорема о вложенных отрезках.
30. Фундаментальные последовательности. Необходимое и достаточное условие сходимости числовой последовательности.
31. Предельная точка множества. Замкнутые множества как множества, содержащие свои предельные точки. Эквивалентность различных определений замкнутых множеств.
32. Компактные множества. Эквивалентность их определений с помощью покрытий и с помощью предельных точек на R.
33. Замыкание множества. Замкнутость замыкания множества.
34. Граничные точки множества. Замкнутость границы множества.
35. Структура открытых множеств на числовой прямой.
36. Точка прикосновения множества. Изолированные точки множеств.
37. Теоремы о сходимости монотонных последовательностей.
38. Верхний и нижний пределы последовательности. Частичные пределы числовой последовательности.
39. Теорема о выделении сходящейся подпоследовательности у ограниченной последовательности.
40. Принципы вычисления пределов.
41. Расширение числовой прямой, её компактификация.
42. Некоторые специальные пределы.

43. Понятие числового ряда. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Вычисление суммы ряда, составленного из членов убывающей геометрической прогрессии.
44. Необходимое условие сходимости ряда. Гармонический ряд.
45. Принцип сравнения рядов. Признаки сходимости числовых рядов Даламбера, Коши.
46. Признак сходимости Дирихле числовых рядов.
47. Признак сходимости Абеля числовых рядов.
48. Предел функции в точке. Определения Гейне и Коши, их эквивалентность.
49. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на множестве.
50. Теорема о непрерывных функциях, заданных на компакте.
51. Теорема об открытости прообраза открытого множества при отображении непрерывной функцией.
52. Теорема о замкнутости образа замкнутого множества при отображении непрерывной функцией.
53. Теорема о компактности образа компактного множества при отображении непрерывной функцией.
54. Лемма о локальном поведении функции в окрестности точки непрерывности.
55. Лемма о промежуточных значениях непрерывных функций.
56. Теорема об обратной функции для монотонной непрерывной функции.

2 семестр

1. Кольцо непрерывных на метрике АСК функций.
2. Определение равномерно непрерывных функций на множестве. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной в каждой точке отрезка.
3. Понятие колебания функции на множестве. Теорема о равномерной непрерывности функции, заданной на отрезке.
4. Понятие метрического пространства. Определение пространства $C[a,b]$ функций, непрерывных на отрезке.
5. Теорема о замкнутости пространства $C[a,b]$.
6. Критерий компактности множества непрерывных функций, заданных на отрезке $[a,b]$.
7. Точки разрыва вещественнозначных функций вещественной переменной. Классификация точек разрыва. Пример функции, множество точек разрыва которой имеет мощность континуума.
8. Классификация точек разрыва функций. Оценка мощности множества точек разрыва монотонной функции.
9. Евклидова структура в пространстве R^n. Структура нормированного пространства в R^n. Структура метрического пространства в R^n. Связи между ними.
10. Нормированные пространства. Нормированное пространство $C[a,b]$.
11. ε-окрестность в пространстве R^n. Топологическое пространство R^n.
12. Предельная точка множества из R^n. Замкнутые множества в R^n. Связь между открытыми и замкнутыми множествами в R^n.
13. Граничная точка множества. Связные множества. Граница множества.
14. Понятие предела последовательности точек в пространстве R^n. Координатные числовые последовательности. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности точек в R^n.
15. Фундаментальные последовательности в R^n. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности точек из R^n.

16. Компактные множества в R^n. Необходимое и достаточное условие компактности множеств из R^n.
17. Теорема о выделении конечного покрытия из открытого покрытия куба.
18. Определение предела отображения в точке. Определение непрерывного отображения в точке. Повторные пределы. Связь между пределом функции в точке и повторным пределом.
19. Замкнутые пути и замкнутые кривые в n-мерном пространстве.
20. Специальные классы отображений. Отображение проектирования. Его свойства.
21. Специальные классы отображений. Линейное отображение. Ограниченность и непрерывность линейного отображения из R^n в R^m.
22. Локальные свойства отображений.
23. Колебание функции на множестве. Колебание функции в точке. Примеры и контрпримеры.
24. Колебание функции в точке и непрерывность функции в точке. Теорема о связи между ними.
25. Теорема о равномерной непрерывности отображения, непрерывного на компакте.
26. Линейно связные множества, области. Теорема о промежуточном значении для функций многих переменных.
27. Теорема о достижении верхней и нижней грани значений функцией многих переменных, заданной на компакте.
28. Класс отображений, дифференцируемых в точке. Дифференциал отображения в точке. Недифференцируемость функции $y^{2/3}$ в нуле и её дифференцируемость в произвольной точке, отличной от нуля.
29. Дифференцируемые отображения. Теорема о дифференцируемости функций многих переменных, представляющих дифференцируемые отображения.
30. Дифференцируемые функции многих переменных. Частные производные функций многих переменных.
31. Необходимое условие дифференцируемости отображения в точке.
32. Дифференцируемые вещественнозначные функции вещественной переменной. Производная функции в точке. Геометрический смысл производной функции в точке.
33. Дифференцируемые вещественнозначные функции вещественной переменной. Геометрический смысл дифференциала функции в точке.
34. Производная и дифференциал функции вещественной переменной. Связь между ними.
35. Касательное пространство $T_{\overline{x_0}}R^n$ в точке $\overline{x_0}$ к R^n. Касательный вектор к параметрической кривой в многомерном пространстве. Касательный вектор к параметрической поверхности. Связь с геометрическим определением касательного вектора.
36. Базисные дифференциалы. Разложение по базисным дифференциалам функций многих переменных.
37. Цепное правило дифференцирования, его геометрический смысл.
38. Правило дифференцирования композиции вещественнозначных функций вещественной переменной.
39. Производные высшего порядка вещественнозначных функций.
40. Доказать, что дифференциал вещественнозначной функции даёт наилучшее приближение линейными функциями.
41. Правило Лейбница дифференцирования произведения вещественнозначных функций.
42. Экстремум вещественнозначной функции вещественной переменной.
43. Теорема Ролля.

44. Первая теорема Лагранжа о конечных приращениях.
45. Вторая теорема Лагранжа о конечных приращениях (теорема Коши).
46. Третья теорема Лагранжа о конечных приращениях для отображений.
47. Правила Лопиталя раскрытия неопределённостей.
48. Многочлен Тейлора. Остаточный член в представлении вещественнозначной функции вещественной переменной с помощью многочлена Тейлора.
49. Общее представление остаточного члена $l_n(x_0, x)$ (n+1) раз непрерывно дифференцируемой в окрестности x_0 функции.
50. Частное представление Лагранжа остаточного члена (n+1) раз дифференцируемой в окрестности x_0 функции.
51. Представление остаточного члена n раз дифференцируемой в точке функцией в форме Пеано.
52. Ряд Тейлора. Теоремы единственности для аналитической в вещественном смысле функции.
53. Правила исследования графиков функций.
54. Выпуклые на интервале функции. Монотонность производной выпуклой дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие выпуклости дифференцируемой функции.
55. Необходимое и достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой на интервале функции.
56. Неравенство Иенсена.
57. Среднее арифметическое и среднее геометрическое. Связь между ними.
58. Неравенство Юнга.
59. Неравенство Гёльдера.
60. Неравенство Минковского.
61. Теорема о дифференцируемости функции, обратной к дифференцируемой функции.
62. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для функций многих переменных.
63. Точные дифференциальные формы первого порядка. Исследование дифференциальной формы $\omega' = ydx + dy$.
64. Теорема о совпадении смешанных производных второго порядка.
65. Теорема о дифференцируемости функции в точке, обладающей в ней непрерывными частными производными.
66. Точные дифференциалы вещественнозначной функции вещественной переменной. Первообразная и интеграл функции.
67. Проблема отыскания первообразной непрерывной на интервале функции. Определённый интеграл функции вещественной переменной.
68. Класс интегрируемых по Риману функций. Простейшие свойства определённого интеграла.
69. Аддитивность определённого интеграла.
70. Интеграл с переменным верхним пределом для непрерывной функции. Его дифференцируемость по верхнему пределу.
71. Формула Ньютона-Лейбница.
72. Принципы интегрирования функций. Интегрирование по частям.
73. Теорема о разложении рациональной дроби на рациональные дроби.
74. Интегрирование рациональных дробей.
75. Способы интегрирования функций сведением их к рациональным дробям.
76. Метод интегрирования Остроградского.
77. Понятие об эллиптических и гиперэллиптических интегралах.

78. Дифференциальная форма длины дуги кривой. Спрямляемые кривые. Вещественное параметрическое представление кривой.
79. Дифференциальная форма элемента площади параметрической поверхности.

3 семестр

1. Предел функции многих переменных.
2. Различные типы пределов функции многих переменных (предел по множеству, предел по направлению, бесконечные пределы, повторные пределы).
3. Непрерывность функций многих переменных. Свойства функций многих переменных непрерывных в точке.
4. Свойства функций многих переменных непрерывных на множествах (теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора).
5. Дифференцируемость функций многих переменных.
6. Критерий дифференцируемости функций многих переменных.
7. Необходимое условие дифференцируемости функций многих переменных.
8. Достаточные условия дифференцируемости функций многих переменных.
9. Дифференцирование сложных функций многих переменных.
10. Формула конечных приращений для функции многих переменных. Производная по направлению. Градиент.
11. Дифференциал функции многих переменных.
12. Производные высших порядков функций многих переменных.
13. Дифференциалы высших порядков функций многих переменных.
14. Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявных функций.
15. Формула Тейлора для функции многих переменных с остаточным членом в форме Лагранжа.
16. Формула Тейлора для функции многих переменных с остаточным членом в форме Пеано.
17. Необходимые условия экстремума функции многих переменных.
18. Достаточные условия экстремума функции многих переменных.
19. Условный экстремум функции многих переменных. Прямой метод отыскания точек условного экстремума.
20. Метод множителей Лагранжа. Теорема Лагранжа. Необходимые условия условного экстремума. Достаточные условия условного экстремума.
21. Определение кратного интеграла. Критерий интегрируемости.
22. Классы интегрируемых функций многих переменных.
23. Свойства кратных интегралов.
24. Сведение двойного интеграла по прямоугольнику к повторному интегралу.
25. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае области произвольного вида.
26. Сведение тройного интеграла к повторному.
27. Замена переменных в кратных интегралах.
28. Использование полярных координат при вычислении двойных интегралов.
29. Использование цилиндрических координат при вычислении тройных интегралов.
30. Использование сферических координат при вычислении тройных интегралов.
31. Несобственные кратные интегралы.

4 семестр

1. Криволинейные интегралы первого рода.
2. Криволинейные интегралы второго рода.
3. Формула Грина.
4. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования (плоский случай).
5. Поверхности в пространстве R3.
6. Площадь поверхности.
7. Поверхностные интегралы первого рода.
8. Поверхностные интегралы второго рода.
9. Формула Остроградского – Гаусса.
10. Соленоидальные поля.
11. Формула Стокса.
12. Потенциальные поля в пространстве R3.
13. Определение и непрерывность собственных интегралов, зависящих от параметра.
14. Дифференцирование и интегрирование собственных интегралов, зависящих от параметра.
15. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
16. Критерий равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
17. Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
18. Непрерывность несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Интегрирование несобственных интегралов, зависящих от параметра.
20. Дифференцирование несобственных интегралов, зависящих от параметра.
21. Гамма – функция Эйлера.
22. Ортогональные системы функций.
23. Ряд Фурье. Коэффициенты Фурье.
24. Лемма Римана.
25. Ядро Дирихле и его свойства.
26. Формула Дирихле.
27. Принцип локализации.
28. Условие Гёльдера.
29. Сходимость ряда Фурье в точке.
30. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература:

1. Тер-Крикоров, А.М. Курс математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 675 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/84098

2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М.: Физматлит, 2010. – 496 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).

3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. М.: Физматлит, 2009. – 504 с. (http://e.lanbook.com/books/element.php).

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечной системах «Лань».

5.2 Дополнительная литература:

Дополнительная литература – не предусмотрена

5.3. Периодические издания:

Периодические издания – не предусмотрены

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1.Электронная библиотека «Университетская библиотека онлайн» - http://biblioclub.ru

2. Электронно-библиотечная система «Лань» - http://e.lanbook.com/books

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Методические рекомендации к сдаче зачета

Студенты обязаны сдать зачет в соответствии с расписанием и учебным планом. Зачет является формой контроля усвоения студентом учебной программы по дисциплине или ее части, выполнения практических, контрольных, реферативных работ.

Результат сдачи зачета по прослушанному курсу должны оцениваться как итог деятельности студента в семестре, а именно - по посещаемости лекций, результатам работы на практических занятиях, выполнения самостоятельной работы. Студенты, у которых количество пропусков превышает установленную норму, не выполнившие все виды работ и неудовлетворительно работавшие в течение семестра, проходят собеседование с преподавателем, который опрашивает студента на предмет выявления знания основных положений дисциплины

Методические рекомендации к сдаче экзамена

Студенты обязаны сдать экзамен в соответствии с расписанием и учебным планом.

Экзамен по дисциплине преследует цель оценить работу студента за курс, получение теоретических знаний, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение применять полученные знания для решения практических задач.

Форма проведения экзамена: устно или письменно устанавливается решением кафедры.

Экзаменатору предоставляется право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины.

Результат сдачи экзамена заноситься преподавателем в экзаменационную ведомость и зачетную книжку.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий.

– Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;

– Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;

– Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;

– Использование электронных презентаций при проведении практических заня-тий;

– Работа с информационными справочными системами;

– Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

– Офисный пакет приложений Microsoft Office.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru)/
2. Электронная библиотечная система «Лань» ((http://e.lanbook.com)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

Рецензия
на рабочую программу дисциплины
«Математический анализ»
по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика,
очной формы обучения.
Составитель рабочей программы:
профессор каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Щербаков Е.А.

Рецензируемая рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика.

Указан перечень и описание компетенций, а также требования к знаниям, умениям и навыкам, полученным в ходе изучения дисциплины. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

В программе приведены оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение.

Указан перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объему знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

Содержащийся перечень тем лабораторных занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Указана материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине с перечнем оборудования и технических средств обучения, обеспечивающих проведение всех видов учебной работы.

Рабочая программа дисциплины способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Изучение дисциплины формирует весь необходимый перечень компетенций, предусмотренных ФГОС ВО. Представленная программа содержательна, отвечает требованиям ФГОС ВО по построению и содержанию, поставленным задачам, включает достаточное количество разнообразных элементов, направленных на развитие умственных, творческих способностей обучающегося.

Засядко О.В., доцент, канд. пед. наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий ФГБОУ ВО КубГУ. Зас/.

Рецензия
на рабочую программу дисциплины
«Математический анализ»
по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика,
очной формы обучения.
Составитель рабочей программы:
профессор каф. теории функций ФГБОУ ВО «КубГУ» Щербаков Е.А.

Рабочая программа полностью соответствует требованиям ФГОС ВО по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика.

Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Приведенные в программе примеры контрольных заданий, вопросы к коллоквиуму, экзаменационные вопросы и задания для самостоятельной работы могут оказать ощутимую помощь студентам при подготовке к текущему и итоговому контролю знаний, в применении методов дифференциального и интегрального исчисления для решения профессиональных задач.

Содержащийся перечень и количество практических занятий достаточен для формирования уровня подготовки, определенного требованиями ФГОС.

Перечень тем и разделов, которые должны изучить слушатели, а также основные требования к уровню подготовки слушателей объему знаний и умений, которым они должны обладать по каждой из перечисленных тем.

Рабочая программа дисциплины позволяет усвоить связи между различными разделами и теоремами математического анализа, а также способствует развитию и углублению межпредметных связей между изучением данного курса и прохождением других дисциплин естественнонаучного цикла.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» способствует приобретению и развитию умений и навыков для решения профессиональных задач методами математического анализа, формированию компетентного специалиста.

Рецензент,
Гусаков В.А.,
канд. физ. – мат. наук,
директор ООО «Просвещение–Юг».

Краснодарский край г.Краснодар Общество с ограниченной ответственностью «ПРОСВЕЩЕНИЕ-ЮГ» Для документов ИНН 2312054196 Российская Федерация