

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Хатуров Г.А.

31 мая 2019 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.10

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Специальность	01.05.01 Фундаментальные математика и механика
Специализация	«Фундаментальная математика и её приложения»
Форма обучения	очная
Квалификация	Математик. Механик. Преподаватель

Краснодар 2019

1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины «Вариационное исчисление»: формирование у студентов способности формулировать, решать и интерпретировать экстремальные задачи для функционалов на бесконечномерных пространствах функций.

Предмет изучения дисциплины «Вариационное исчисление»: аналитические и численные методы решения экстремальных задач.

1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи изучения дисциплины «Вариационное исчисление»:

- теоретическое освоение студентами основных понятий, методов и результатов в области исследования экстремальных задач для функционалов;
- обретение понимания практической значимости экстремальных задач в различных отраслях науки, техники, экономики;
- обретение умений формулировать экстремальные задачи;
- обретение навыков аналитического и численного решения экстремальных задач;
- обретение навыков интерпретации полученных решений.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Вариационное исчисление» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б.1 «Дисциплины (модули)».

В соответствии с учебным планом данная дисциплина является последующей для дисциплин: «Технология программирования и работа на электронно-вычислительной машине (ЭВМ)», «Физика», «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Алгебра», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальная геометрия и топология», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения в частных производных», «Теория вероятностей», «Теория случайных процессов», «Дискретная математика», «Теоретическая механика», «Основы и математические модели механики сплошной среды», «Интегральные уравнения», «Математические пакеты и их применение в естественных науках», «Элементарная геометрия», «Математическое моделирование в механике», «Математическое моделирование», «Математическая логика», «Практикум на ЭВМ».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Вариационное исчисление» направлен на формирование у обучающихся профессиональных компетенций ПК-1; ПК-2.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1	ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	– основные понятия, методы и результаты в области исследования экстремальных задач	– аналитически и численно решать экстремальные задачи	– навыками интерпретации полученных решений экстремальных задач

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
2	ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	– принципы применения математических моделей для постановки экстремальных задач	– оценивать практическую значимость экстремальных задач в различных отраслях науки, техники, экономики	– навыками решения экстремальных задач на ЭВМ

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов). Распределение часов по видам учебной работы представлено в таблице.

Вид учебной работы	Всего, часов	10 семестр
Контактная работа, в том числе:	50,3	50,3
Аудиторные занятия (всего)	48	48
Занятия лекционного типа	24	24
Лабораторные занятия	24	24
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–	–
Иная контактная работа:	2,3	2,3
Контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:	22	22
Проработка учебного (теоретического) материала	10	10
Подготовка к практическим занятиям	10	10
Подготовка к текущему контролю	2	2
Контроль:	35,7	35,7
Общая трудоёмкость	часов	108
	в том числе контактная работа	50,3
	зач. ед.	3

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины представлены в таблице.

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Вне-аудитор-ная работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Основные понятия, методы и классические задачи вариационного исчисления	12	4	–	4	4
2	Задачи вариационного исчисления с подвижными границами	12	4	–	4	4
3	Достаточные условия экстремума	10	4	–	4	2
4	Задачи на условный экстремум	12	4	–	4	4
5	Оптимальное управление	12	4	–	4	4
6	Численные методы решения задач вариационного исчисления	12	4	–	4	4
	Итого	70	24	–	24	22
	КСР	2	–	–	–	–
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3	–	–	–	–
	Контроль:	35,7	–	–	–	35,7
	<i>Итого по дисциплине:</i>	108	24	–	24	–

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента.

2.3 Содержание разделов дисциплины

В данном подразделе в табличной форме приводится описание содержания дисциплины, структурированное по разделам, с указанием по каждому разделу формы текущего контроля.

2.3.1 Занятия лекционного типа

Перечень занятий лекционного типа и их краткое содержание представлен в таблице.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Основные понятия, методы и классические задачи вариационного исчисления	Функционал. Типы экстремумов. Вариация и ее свойства. Постановка задач вариационного исчисления. Вариации интегральных функционалов в задачах с неподвижными границами. Необходимое условие локального минимума. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Вторая вариация интегрального функционала. Условие Лежандра. Условие Якоби. Функционалы с производными высокого порядка. Вариационные задачи в параметрической форме.	–
2	Задачи вариационного исчисления с подвижными границами	Задачи с подвижными концами. Условия трансверсальности. Задачи с подвижными границами. Экстремали с угловыми точками. Односторонние вариации.	–

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
3	Достаточные условия экстремума	Поле экстремалей. Условие Якоби. Слабый экстремум. Сильный экстремум. Условие Лежандра	–
4	Задачи на условный экстремум	Условный экстремум в конечномерных задачах. Постановка задачи на условный экстремум. Изопериметрические задачи	–
5	Оптимальное управление	Задача оптимального управления. Уравнение эволюции динамической системы. Критерий качества в задаче оптимального управления. Функция Гамильтона. Принцип максимума Понтрягина. Достаточные условия оптимальности в задаче оптимального управления.	–
6	Численные методы решения задач вариационного исчисления	Конечно-разностный метод Эйлера. Метод Рунге. Градиентный метод. Метод Ньютона	–

2.3.2 Занятия семинарского типа

Распределение занятий семинарского типа по разделам дисциплины представлено в таблице. Формами текущего контроля являются устный опрос (УО) и аудиторная контрольная работа (АКР).

№	Наименование раздела	Наименование практических занятий	Форма текущего контроля
1	Основные понятия, методы и классические задачи вариационного исчисления	1. Решение простейших задач вариационного исчисления. 2. Решение задач вариационного исчисления с двумя неизвестными функциями.	УО, АКР
2	Задачи вариационного исчисления с подвижными границами	3. Решение задач с подвижными концами. 4. Решение задач с подвижными концами для двух неизвестных функций.	УО, АКР
3	Достаточные условия экстремума	5. Построение поля экстремалей. 6. Проверка достаточных условий экстремумов.	УО
4	Задачи на условный экстремум	7. Решение задач на условный экстремум при функциональных связях. 8. Решение задач на условный экстремум при дифференциальных связях.	УО, АКР
5	Оптимальное управление	9. Решение задач на построение оптимального управления простейшей динамической системой. 10. Решение задач на применение принципа максимума Понтрягина.	УО
6	Численные методы решения задач вариационного исчисления	11. Разработка алгоритма и программы решения задач вариационного исчисления методом Эйлера. 12. Разработка алгоритма и программы решения задач вариационного исчисления методом Ньютона.	УО

2.3.3 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Выполнение курсовых работ (проектов) учебным планом не предусмотрено.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины представлен в таблице.

№	Наименование раздела	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Основные понятия, методы и классические задачи вариационного исчисления	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой информационных и образовательных технологий, протокол № 1 от 31 августа 2017 г. Учебное пособие [1], материалы из списка дополнительной литературы
2	Задачи вариационного исчисления с подвижными границами	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой информационных и образовательных технологий, протокол № 1 от 31 августа 2017 г. Учебное пособие [1], материалы из списка дополнительной литературы
3	Достаточные условия экстремума	Учебное пособие [1], материалы из списка дополнительной литературы
4	Задачи на условный экстремум	Учебное пособие [1], материалы из списка дополнительной литературы
5	Оптимальное управление	Учебное пособие [2], материалы из списка дополнительной литературы
6	Численные методы решения задач вариационного исчисления	Учебное пособие [3], материалы из списка дополнительной литературы

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Для более эффективного восприятия материала часть лекций и практических занятий проводится с применением мультимедийного оборудования – комплекса аппаратно-программных средств, позволяющих пользователю работать с графикой, текстом, звуком, видео и др., организованными в виде единой информационной среды.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Текущий контроль знаний студентов выполняется в ходе проведения практических занятий путем проверки результатов ответов студентов на вопросы самопроверки и выполнения аудиторных контрольных работ. Цель контрольных работ – контроль освоения теоретического и практического материала по дисциплине. Задания контрольных работ аналогичны заданиям, представленным в задачниках по дисциплине, приведённых в списке основной и дополнительной литературы.

В качестве оценочных средств для самоконтроля могут служить:

- 1) задания, представленные в задачниках по дисциплине, приведённых в списке основной и дополнительной литературы в разделе 5;
- 2) перечень вопросов для подготовки к экзамену и контроля самостоятельной работы студента, приведённый в подразделе 4.2.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства для промежуточной аттестации имеют целью выявление степени освоения теоретических знаний и практических навыков по данной дисциплине как базу для формирования надлежащих компетенций.

Перечень вопросов для подготовки к зачёту и контролю СРС.

1. Функционал. Типы экстремумов. Вариация и ее свойства.
2. Постановка задач вариационного исчисления.
3. Вариации интегральных функционалов в задачах с неподвижными границами.
4. Необходимое условие локального минимума.
5. Основная лемма вариационного исчисления.
6. Уравнение Эйлера.
7. Вторая вариация интегрального функционала.
8. Условие Лежандра.
9. Условие Якоби.
10. Функционалы с производными высокого порядка.
11. Вариационные задачи в параметрической форме.
12. Задачи с подвижными концами.
13. Условия трансверсальности.
14. Задачи с подвижными границами.
15. Экстремали с угловыми точками.
16. Односторонние вариации.
17. Поле экстремалей.
18. Слабый экстремум.
19. Сильный экстремум.
20. Условный экстремум в конечномерных задачах.
21. Постановка задачи на условный экстремум.
22. Изопериметрические задачи.
23. Задача оптимального управления.

24. Уравнение эволюции динамической системы.
25. Критерий качества в задаче оптимального управления.
26. Функция Гамильтона.
27. Принцип максимума Понтрягина.
28. Достаточные условия оптимальности в задаче оптимального управления.
29. Конечно-разностный метод Эйлера.
30. Метод Рунге.
31. Градиентный метод.
32. Метод Ньютона.

Оценка «Отлично» выставляется при условии, что студент проявил всесторонние и глубокие знания изученного материала. Практическое задание выполнено в полном объеме, правильно или с незначительными неточностями.

Оценка «Хорошо» выставляется при условии, что студент проявил знание изученного материала. Практическое задание выполнено с отдельными неточностями.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется при условии, что студент проявил знания основного минимума изученного материала в объеме, необходимом для последующего обучения. Практическое задание выполнено не в полном объеме, имеются существенные неточности и ошибки.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется при условии, что студент обнаружил существенные пробелы в знании основного материала, Практическое задание выполнено не в полном объеме, имеются существенные ошибки, окончательных ответов не получено.

5 ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Основная литература

1. Вариационное исчисление и методы оптимизации : учеб. пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. — М. : Издательство Юрайт, :2019. — 240 е. — Серия : Университеты России. ISBN 978-5-534-01707-6 - <https://biblio-online.ru/book/variacionnoe-ischislenie-i-metody-optimizacii-438267>
2. Теория оптимального управления : учебное пособие / И.П. Болодурина, Т.А. Огурцова, О.С. Арапова, Ю.П. Иванова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Оренбургский Государственный Университет. - Оренбург : ОГУ, 2016. - 147 с. : ил., схем., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7410-1505-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=469724>
3. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 243 с. — ISBN 978-5-9963-2980-9 - [Электронный ресурс]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70743> .

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в ЭБС «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература

4. Оптимальное управление в технических системах. Практикум : учебное пособие / Е.А. Балашова, Ю.П. Барметов, В.К. Битюков, Е.А. Хромых ; науч. ред. В.К. Битюков ; Министерство образования и науки РФ, Воронежский государственный университет инженерных технологий. - Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных тех-

нологий, 2017. - 289 с. : табл., граф. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-00032-307-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=482037>

5. Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 1 : учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 111 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-04681-6. — URL: <https://biblio-online.ru/book/E2DB1B52-AC50-4959-9E63-7FFE2239DC88/chislennye-metody-v-2-ch-ch-1>

6. Пименов, В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2 : учебное пособие для вузов / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 107 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-04683-0. — URL: <https://biblio-online.ru/book/513A504B-789E-49C9-B42D-A5961E985F14/chislennye-metody-v-2-ch-ch-2>

6 ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ЭБС «Университетская библиотека online». Режим доступа: www.biblioclub.ru.
2. ЭБС издательства «Лань». Режим доступа: <http://e.lanbook.com>.
3. ЭБС «Юрайт». Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru>.
4. ЭБС «ZnaniUM.COM». Режим доступа: www.znanium.com.

7 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный план по дисциплине предусматривает проведение внеаудиторной самостоятельной работы студентов. Основная цель самостоятельной работы студентов состоит в закреплении, расширении и углублении знаний материала, изучаемого на аудиторных занятиях, формировании навыков исследовательской работы и повышении образовательного уровня студентов без непосредственного участия преподавателя. Самостоятельная работа студентов по дисциплине включает следующие виды деятельности:

- проработку и анализ лекционного материала;
- изучение учебной литературы;
- поиск информации в сети Интернет по различным вопросам;
- выполнение расчётных заданий и решение задач;
- работу с вопросами для самопроверки по темам курса;
- подготовку к контрольной работе;
- подготовку к экзамену.

Организация процесса СРС по дисциплине представлена в таблице.

№	Наименование раздела	Содержание СРС	Кол-во часов	Форма контроля
1	Основные понятия, методы и классические задачи вариационного исчисления	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Выполнение практических домашних заданий. Подготовка к контрольной работе.	4	УО, АКР
2	Задачи вариационного исчисления с подвижными границами	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Выполнение практических домашних заданий. Подготовка к контрольной работе.	4	УО, АКР

№	Наименование раздела	Содержание СРС	Кол-во часов	Форма контроля
3	Достаточные условия экстремума	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Выполнение практических домашних заданий.	2	УО
4	Задачи на условный экстремум	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Выполнение практических домашних заданий. Подготовка к контрольной работе.	4	УО, АКР
5	Оптимальное управление	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Выполнение практических домашних заданий.	4	УО
6	Численные методы решения задач вариационного исчисления	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Выполнение практических домашних заданий.	4	УО
–	–	–	22	–

8 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

8.1 Перечень необходимого программного обеспечения

В ходе изучения данной дисциплины может использоваться следующее программное обеспечение:

- интернет-браузеры для просмотра сайтов в сети Интернет;
- система программирования Visual Basic for Applications.

8.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

1. <http://en.wikipedia.ru> – созданная пользователями интернет-энциклопедия.
2. <http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике.
3. <http://eqworld.ipmnet.ru> – решение различных типов уравнений.
4. <http://www.matburo.ru> – ссылки на лучшие материалы по высшей математике.
5. <http://www.exponenta.ru> – математика от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов.
6. <http://www.allmath.ru/> – математический портал, на котором представлен широкий круг материалов по математическим дисциплинам.
7. <http://math.semestr.ru> – автоматический сервис для самостоятельной работы студентов. Позволяет проверить ответ и проследить ход решения задачи.
8. www.Math-Net.ru – общероссийский математический портал.

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Распределение видов материально-технического обеспечения по видам занятий представлено в таблице.

Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
Лекционные занятия	Лекционные аудитории, оснащенные презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением
Практические занятия	Аудитории, оснащенные презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук), персональными компьютерами и соответствующим программным обеспечением
Текущий контроль, промежуточная аттестация	Учебные аудитории
Самостоятельная работа	Кабинеты для самостоятельной работы, оснащенные персональными компьютерами с возможностью подключения к сети Интернет, программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета