

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования — первый
проректор

подпись

Хагуров Т.А.

«31» мая 2019 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.39 ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) Математика, Информатика

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Программу составил(и):
В.А. Любин ст.преподаватель



Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» утверждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 9 «12» апреля 2019 г.
Заведующий кафедрой (разработчик) Барсукова В.Ю.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры информационных образовательных технологий
протокол № 12 «23» апреля 2019 г.
Заведующий кафедрой (выпускающей) Грушевский С.П.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 2 «24» апреля 2019г.
Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Сукманюк В.Н., кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и информатики ГБОУ ИРО Краснодарского края

Марковский А.Н., кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математического и компьютерного моделирования КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины «Теория чисел» являются: формирование аналитико-числовой культуры студента, начальная подготовка в области алгебраического анализа простейших алгебро-числовых объектов, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

1.2 Задачи дисциплины.

При освоении дисциплины «Теория чисел» вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения геометрических задач и задач, связанных с приложениями теоретико-числовых и алгебраических методов. Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Теория чисел» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана. Для ее успешного изучения достаточно знаний и умений, приобретенных в средней школе.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся компетенций УК- 1, ОПК-8.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	основные понятия теории чисел, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании теории кодирования.	решать задачи по основным разделам теории чисел: сравнениям, диофантовым уравнениям, первообразным корням и символам Лежандра.	необходимыми для вычислений формулами, основными алгоритмами решения задач, основные факты алгебры, и других мат. наук.
2.	ОПК-8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании алгебраических объ-	Переводить поставленные задачи на язык математики и информатики.	Навыками математического эксперимента в теории чисел, его анализа и составление гипотез.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			ектов.		

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 час из них -40,3 контактной работы (в том числе лекционных -18, лабораторных-18, 4-КСР, 0,3-ИКР), 32 часа самостоятельной работы).

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры	
			9	
Аудиторные занятия (всего)		108	108	
В том числе:				
Занятия лекционного типа		18	18	
Лабораторные занятия		18	18	
Иная контактная работа:				
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	4	
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	0,3	
Самостоятельная работа, в том числе:		32	32	
Проработка учебного (теоретического) материала		10	10	
Выполнение домашних заданий (подготовка сообщений, презентаций)		12	12	
Подготовка к текущему контролю		10	10	
Контроль:		35,7	35,7	
Подготовка к зачету				
Общая трудоемкость	час.	108	108	
	в том числе контактная работа	40,3	40,3	
	зач. ед	3	3	

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 9 семестре (очная форма)

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			Л	К	ЛР	

1	2	3	4	5	6	7
1.	Теория делимости	18	3		3	6
2.	Арифметические функции	16	2		2	6
3.	Сравнения.	18	3		3	6
4.	Первообразные корни и индексы	12	2		2	4
5.	Сравнения второй степени	12	2		2	4
6.	Цепные дроби	16	2		2	6
7.	Алгебраические и трансцендентные числа	16	4		4	4,3
	<i>Итого по дисциплине:</i>		18		18	36,3

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	<i>Теория делимости.</i>	Числовые совокупности. Некоторые свойства делимости целых чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел. Свойства простых чисел. Различные формулы, задающие простые числа. Распределение простых чисел. Кольцо целых гауссовых чисел.	ПК
2.	<i>Арифметические функции.</i>	Основные арифметические функции (количество и сумма делителей натуральных чисел, функции Эйлера и Мёбиуса).	ПК
3.	<i>Сравнения.</i>	Основные свойства числовых сравнений. Полная и приведенная системы вычетов. Сравнения с одним неизвестным. Системы сравнений с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках.	ПК
4.	<i>Первообразные корни и индексы.</i>	Первообразные корни по различным модулям. Индексы и некоторые их приложения.	ПК
5.	<i>Сравнения второй степени.</i>	Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Некоторые приложения символа Лежандра. Символ Якоби.	ПК
6.	<i>Цепные дроби</i>	Конечные и бесконечные цепные дроби. Некоторые приложения цепных дробей (решений уравнений Ферма-Пелля, сравнений и т.д.).	ПК
7.	<i>Алгебраические и</i>	Определения и свойства алгебраических чисел.	ПК

	<i>трансцендентные числа.</i>	Примеры решения задач.	
--	-------------------------------	------------------------	--

2.3.2 Занятия семинарского типа. Не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование раз-дела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текуще-го контроля
1	2	3	4
1.	<i>Теория делимости</i>	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел. Свойства простых чисел. Различные формулы, задающие простые числа. Распределение простых чисел.	РЗ ТР
2.	<i>Арифметические функции.</i>	Основные арифметические функции (количество и сумма делителей натуральных чисел, функции Эйлера и Мёбиуса).	РЗ ТР
3.	<i>Сравнения.</i>	Основные свойства числовых сравнений. Полная и приведенная системы вычетов. Сравнения с одним неизвестным. Системы сравнений с одним неизвестным. Китайская теорема об остатках.	РЗ ТР
4.	<i>Первообразные корни и индексы.</i>	Первообразные корни по различным модулям. Индексы и некоторые их приложения.	РЗ
5.	<i>Сравнения второй степени.</i>	Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Некоторые приложения символа Лежандра. Символ Якоби.	РЗ
6.	<i>Цепные дроби</i>	Конечные и бесконечные цепные дроби. Некоторые приложения цепных дробей (решений уравнений Ферма-Пелля, сравнений и т.д.).	РЗ
7.	<i>Алгебраические и трансцендентные числа.</i>	Кольцо целых гауссовых чисел. Целые числа Эйзенштейна. Построение трансцендентных чисел.	РЗ

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т), типовой расчет (ТР), проверка конспекта (ПК), решение задач (РЗ) и т.д.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины
---	---------	--

		по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04.2019 г.</i>
2	Выполнение домашних заданий (решение задач)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04.2019 г.</i>
3	Подготовка к текущему контролю (контрольная работа и др.)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04.2019 г.</i>
4	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	<i>«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры, протокол № 9 от 12.04.2019 г.</i>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

При изучении данного курса используются традиционные лекции и лабораторные занятия.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных математических и методических задач. В семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

а) по целям: подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к экзамену, выполнение типового расчета, подготовка проектного семестрового задания в виде презентации.

б) по характеру работы: изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, подготовка проекта.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Интерактивные формы лабораторных занятий:

Се-местр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
8	Лабораторные занятия	Тренинг на тему: «Теория делимости в кольце целых чисел»	4
		Коллоквиум на тему: « Арифметические функции»	2
		Тренинг на тему: «Сравнения»	4
		Коллоквиум на тему: «Первообразные корни и индексы»	4
		Тренинг на тему: «Цепные дроби»	2
		Коллоквиум на тему: «Алгебраические и трансцендентные числа».	2
<i>Итого:</i>			18

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Самостоятельная работа № 1.

1. Найти наибольший общий делитель чисел 126 и 261 и его линейное представление.
2. Решить диофантово уравнение $2x + 3y + 5z = 10$
3. Решить сравнение $21x \equiv 7 \pmod{3}$
4. Найти две последние цифры чисел 2015!

Контрольная работа №1 (Темы: Теория делимости. Мультипликативные функции. Сравнения первой степени)

Вариант1.

1. Доказать, что числа вида $4^n + 15n - 1$ ($n=1,2,\dots$) кратны 9.
2. Найти такое простое число p , чтобы числа $4p^2 + 1$ и $6p^2 + 1$ оба были простыми.
3. Решить уравнение $\varphi(x) = 120$, где $x = p_1 p_2$ и $p_1 - p_2 = 2$.
4. При каких целых значениях x следующие функции принимают целочисленные значения: 1) $f(x) = \frac{9x-1}{7}$; 2) $f(x) = \frac{7x-1}{15}$?

5. Решить систему сравнений $\begin{cases} 3x - 2y \equiv 5 \\ 5x + 2y \equiv 1 \end{cases} \pmod{10}$.

Контрольная работа №2 (Тема: Сравнения второй степени)

Вариант 1.

1. Решить сравнение, предварительно приведя его к двучленному: $2x^2 + 4x - 1 \equiv 0 \pmod{5}$.
2. Найти целые точки, через которые проходят следующие кривые: $4x^2 - 5y = 6$, $11y = 5x^2 - 7$.
3. Найти остаток от деления числа 2^{64} на 360.
4. Установить какие из следующих сравнений разрешимы, и найти соответствующие решения: 1) $x^2 \equiv 7 \pmod{27}$; 2) $x^2 \equiv 59 \pmod{125}$.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

Примерные вопросы к экзамену по Теории чисел.

9 семестр

Вопросы для проведения зачета в 4 семестре

1. Понятие делимости целых чисел. Свойства делимости.
2. Простые и составные числа. Теорема Евклида.
3. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение числа.
4. Целая и дробные части действительного числа. Их графики и свойства.
5. Лемма о показателе, с которым входит простое число в разложение $n!$. Следствие из него.
6. Мультипликативные функции. Примеры мультипликативных функций. Свойства.
7. Количество и сумма натуральных делителей натурального числа.
8. Функция Мёбиуса. Свойства функции Мёбиуса, формулы обращения.
9. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера. Формулы сложения и умножения.
10. 10. Теорема Чебышева.
11. Лемма о показателе, с которым входит простое число в разложение $n!$. Следствие из него.
12. Теорема Чебышева.
13. Лемма о связи функций $\theta(x)$, $\psi(x)$, и $\pi(x)$.
14. Понятие сравнимости целых чисел. Свойства сравнений. Классы вычетов по модулю m .
15. Полная система вычетов. Свойства полных систем вычетов.
16. Приведённая система вычетов. Свойства приведённых систем вычетов.
17. Теоремы Эйлера и Ферма (малая).
18. Сравнения с одним неизвестным, его степень. Решение сравнений. Равносильные сравнения.
19. Теорема о сравнении первой степени. Метод Эйлера.
20. Китайская теорема об остатках, дополнение к ней.
21. Число решений сравнения по простому модулю. Критерий простоты числа.
22. Квадратичные вычеты и невычеты по $\text{mod } p$. Теорема о числе квадратичных вычетов и невычетов.
23. Символ Лежандра и его свойства. 2 леммы Гаусса. Символ Якоби.
24. Решение уравнений 3-е, 4-ой и высших степеней.
25. Нахождение первообразных корней из единицы.
26. Нахождение НОК многочленов
27. Решение сравнений 2-ой степени.
28. Решение диофантовых уравнений.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Критерии оценивания по промежуточной аттестации

Оценивание ответа на экзамене, осуществляется по следующим критериям.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач;

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, показавшему разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы в некотором объеме, необходимом для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 176 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/46>.
2. Бухштаб, А.А. Теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 384 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65053>.

3. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю. Н. Смолин. - М. : ФЛИНТА, 2012. - 464 с. - <https://e.lanbook.com/book/20243> .

б) дополнительная литература:

1. Манин, Юрий Иванович. Введение в современную теорию чисел [Текст] / Ю. И. Манин, А. А. Панчишкин. - М. : МЦНМО, 2009. - 552 с. : ил. - (Классические направления в математике). - Библиогр. : с. 496-545

2. Нестеренко, Юрий Валентинович. Теория чисел [Текст] : учебник для студентов вузов / Ю. В. Нестеренко. - М. : Академия, 2008. - 265 с. - (Высшее профессиональное образование. Физико-математические науки). - Библиогр. : с. 262

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

5.3. Периодические издания:

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

1. <http://mech.math.msu.su/department/algebra>

2. <http://www.resolventa.ru/metod/student/determinant.htm>

3. <http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/an/examples.asp>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Раздел	Тема	Содержание вопросов темы	Вид работы
1	Вопросы 1-3	Теория делимости. Простые числа и их распределение.	Поиск необходимой информации (см. спи-сок литературы). Подготовка типового расчета.
2	Вопросы 4-6	Сравнение 1 и 2 степени. Символ Лежандра. Первообразные корни.	Поиск необходимой информации (см. спи-сок литературы).
3	Вопрос 7	Цепные дроби. Алгебраические и трансцендентные числа.	Поиск необходимой информации (см. спи-сок литературы).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

8.1 Перечень информационных технологий.

Обучающие компьютерные программы по отдельным разделам или темам – не требуются.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Обучающие компьютерные программы по отдельным разделам или темам – не требуются.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
2.	Лабораторные занятия	Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами и мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория, (кабинет)
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория, (кабинет)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.