

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ



Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

Хагуров Т.А.

«31» мая 2019 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.23 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) Алгебра, теория чисел и дискретный анализ  
Вычислительные, программные, информацион-  
ные системы и компьютерные технологии  
Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения очная

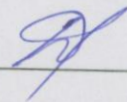
Квалификация бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составили:

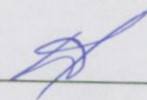
В.Ю. Барсукова, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры

протокол № 9 от «12» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



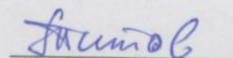
Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) вычислительной математики и информатики протокол №13 от 18 апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой Гайденко С.В.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «24» апреля 2019 г, протокол № 2.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Рецензенты:

Чубырь Н.О., кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики КубГТУ

Засядко О.В., кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры информационных образовательных технологий КубГУ

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель дисциплины

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки «Математика и компьютерные науки», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются

1. формирование у студентов представлений о понятиях обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений и методах их решения
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом дифференциальных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### 1.2 Задачи дисциплины

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний (теоремы существования и единственности, теоретические основы методов решения различных типов уравнений);
2. формирование представления об основных типах дифференциальных уравнений и методах их решения;
3. выработать умения и навыки исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем линейных дифференциальных уравнений;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса дифференциальных уравнений,
5. научить применять дифференциальные уравнения к решению различных прикладных задач (физических, геометрических и др.).

### 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана и является одной из основных дисциплин в освоении математических знаний. Курс «Дифференциальные уравнения» читается на 2 курсе: 3-4 семестры.

Место курса в подготовке бакалавра определяется ролью дифференциальных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Математика и компьютерные науки».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Алгебра» и «Аналитическая геометрия». Данная дисциплина является основополагающей для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной дисциплины направлено на получение необходимого объема теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего успешного изучения всех дисциплин высшей математики, с формированием следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций: ОПК-1.

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части)   | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны |                          |                       |
|--------|--------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------|
|        |                    |                                         | знать                                                       | уметь                    | владеть               |
| 1.     | ОПК-1              | Способен консультировать и использовать | теоремы существования и                                     | решать уравнения первого | навыками необходимыми |

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        |                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | знать                                                                                                                                                                                                                                                          | уметь                                                                                                                                                                                                                                                                       | владеть                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|        |                    | фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности | единственности решения задачи Коши, теорему о непрерывной зависимости решения от параметров на компактных интервалах, теорему об устойчивости по первому приближению; знать строение множества решений линейной системы и линейного уравнения $n$ -го порядка. | порядка: с разделяющимися переменными, линейные, в полных дифференциалах, решать линейные однородные уравнения $n$ -го порядка и системы уравнений с постоянными коэффициентами и методом вариации произвольных постоянных соответствующие неоднородные уравнения и системы | технических преобразований; навыками распознавания типа уравнения и применения к нему соответствующего метода решения навыками составления уравнения или системы уравнений геометрических и физических задач Навыками качественного исследования поведения решений д.у. |

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов, из них 124,6 часа контактной работы: лекционных 52 ч., лабораторных 68 ч., 4 ч. КСР; 38 ч. самостоятельной работы; 53,4 часа экзамен). Их распределение по видам работ представлено в таблице.

| Вид учебной работы                                         | Всего часов | Семестры (часы) |           |
|------------------------------------------------------------|-------------|-----------------|-----------|
|                                                            |             | 3               | 4         |
| <b>Контактная работа, в том числе:</b>                     |             |                 |           |
| <b>Аудиторные занятия (всего):</b>                         | <b>120</b>  | <b>68</b>       | <b>52</b> |
| Занятия лекционного типа                                   | 52          | 34              | 18        |
| Лабораторные занятия                                       | 68          | 34              | 34        |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия) | -           | -               | -         |
|                                                            | -           | -               | -         |
| <b>Иная контактная работа:</b>                             |             |                 |           |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)                      | 4           | 2               | 2         |
| Промежуточная аттестация (ИКР)                             | 0,6         | 0,3             | 0,3       |
| <b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>                | <b>38</b>   | <b>11</b>       | <b>27</b> |
| Проработка учебного (теоретического)                       | 6           | 4               | 10        |

|                                             |                                      |              |             |             |
|---------------------------------------------|--------------------------------------|--------------|-------------|-------------|
| материала                                   |                                      |              |             |             |
| Выполнение домашних заданий (решение задач) |                                      | 15           | 4           | 10          |
| Подготовка к текущему контролю              |                                      | 8            | 3           | 7           |
| <b>Контроль:</b>                            |                                      |              |             |             |
| Подготовка к экзамену                       |                                      | 53,4         | 26,7        | 26,7        |
| <b>Общая трудоемкость</b>                   | <b>час.</b>                          | <b>216</b>   | <b>108</b>  | <b>108</b>  |
|                                             | <b>в том числе контактная работа</b> | <b>124,6</b> | <b>70,3</b> | <b>54,3</b> |
|                                             | <b>зач. ед</b>                       | <b>6</b>     | <b>3</b>    | <b>3</b>    |

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые в **третьем семестре**:

| №<br>раз-<br>дела | Наименование<br>разделов                                         | Количество часов |                   |    |           |                              |
|-------------------|------------------------------------------------------------------|------------------|-------------------|----|-----------|------------------------------|
|                   |                                                                  | Всего            | Аудиторная работа |    |           | Внеауди-<br>торная<br>работа |
|                   |                                                                  |                  | Л                 | ПЗ | ЛЗ        |                              |
| 1                 | 2                                                                | 3                | 4                 | 5  | 6         | 7                            |
| 1                 | Основные понятия                                                 | 6                | 2                 |    | 2         | 2                            |
| 2                 | Уравнения первого поряд-<br>ка. Интегрируемые типы<br>уравнений. | 26               | 6                 |    | 18        | 2                            |
| 3                 | Линейные системы диф-<br>ференциальных уравнений                 | 30               | 14                |    | 12        | 2                            |
| 4                 | Линейные уравнения $n$ -<br>го порядка                           | 12               | 10                |    |           | 4                            |
| 5                 | Нелинейные системы                                               | 7                | 2                 |    | 2         | 1                            |
|                   | <b>Итого:</b>                                                    |                  | <b>34</b>         |    | <b>34</b> | <b>11</b>                    |

Разделы дисциплины, изучаемые во **четвертом семестре**:

| №<br>раз-<br>дела | Наименование<br>разделов                                                                | Количество часов |                   |    |           |                           |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------------|----|-----------|---------------------------|
|                   |                                                                                         | Всего            | Аудиторная работа |    |           | Внеаудитор-<br>ная работа |
|                   |                                                                                         |                  | Л                 | ПЗ | ЛЗ        |                           |
| 1                 | 2                                                                                       | 3                | 4                 | 5  | 5         | 6                         |
| 4                 | Линейные уравнения $n$ -го<br>порядка                                                   | 27               |                   |    | 16        | 11                        |
| 6                 | Непрерывная зависимость<br>решения задачи Коши от<br>начальных данных и пара-<br>метров | 24               | 10                |    | 8         | 10                        |
| 7                 | Краевые задачи                                                                          | 28               | 8                 |    | 10        | 10                        |
|                   | <b>Итого:</b>                                                                           |                  | <b>18</b>         |    | <b>34</b> | <b>31</b>                 |
|                   | <b>Итого по дисциплине:</b>                                                             |                  | <b>52</b>         |    | <b>68</b> | <b>38</b>                 |

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

| №<br>п/<br>п | Наименование<br>раздела                                 | Содержание раздела                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Форма<br>текуще-<br>го<br>контроля |
|--------------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 1            | 2                                                       | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 4                                  |
| 1            | Основные понятия                                        | Введение. Естествознание и математические модели. Уравнение как основной объект изучения в математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | устный опрос                       |
| 2            | Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений | Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | устный опрос                       |
| 3            | Линейные системы дифференциальных уравнений             | Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Фазовое пространство. Решение системы дифференциальных уравнений. Интегральная кривая. Задача Коши. Линейные системы дифференциальных уравнений (с комплексными коэффициентами и свободными членами). Матрично-векторная запись. Принцип суперпозиции. Эквивалентность задачи Коши для линейной системы и интегрального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем. Линейные однородные системы. Пространство решений. Фундаментальная система решений. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Формула Остроградского – Лиувилля. Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц. Метод вариации постоянных, формула Коши. Матрица Коши, её свойства. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов. | устный опрос                       |
| 4            | Линейные уравнения $n$ -го порядка                      | Линейные уравнения $n$ -го порядка. Сведение к линейным системам. Принцип суперпозиции решений. Пространство решений однородного уравнения. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Линейные неоднородные уравнения $n$ -го порядка, метод вариации. Функция и формула Коши. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | устный опрос                       |

| №<br>п/<br>п | Наименование<br>раздела                                                      | Содержание раздела                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Форма<br>текуще-<br>го<br>контроля |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 1            | 2                                                                            | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 4                                  |
| 5            | Нелинейные системы                                                           | Нелинейные системы. Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                    |
| 6            | Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров | Лемма Гронуолла – Беллмана. Непрерывная зависимость решения от параметров. Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Одновременная устойчивость (асимптотическая устойчивость) всех решений линейной системы. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) линейных систем и ограниченность (стремление к нулю при $t \rightarrow \infty$ ) решений однородной системы. Устойчивость (асимптотическая устойчивость) систем с постоянными коэффициентами. Критерий Гурвица (без доказательства). Устойчивость по первому приближению. Постановка задачи. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. | устный опрос                       |
| 7            | Краевые задачи                                                               | Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Теорема об альтернативе. Интегральное представление решения неоднородной задачи. Функция Грина. Спектральная задача. Собственные значения и собственные функции краевой задачи. Теорема существования собственных значений                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | устный опрос                       |

**2.3.2 Занятия семинарского типа** не предусмотрены

**2.3.3 Лабораторные занятия.**

| №<br>п/<br>п | Наименование<br>раздела                                 | Тематика лабораторных занятий                                                                                                                                                              | Форма<br>текущего<br>контроля                  |
|--------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 1            | 2                                                       | 3                                                                                                                                                                                          | 4                                              |
| 1            | Основные понятия                                        | Основные понятия теории дифференциальных уравнений (решение, задача Коши, порядок уравнения).                                                                                              | Проверка домашнего задания, устный опрос       |
| 2            | Уравнения первого порядка. Интегрируемые типы уравнений | Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения                                                                             | Проверка домашнего задания, контрольная работа |
| 3            | Линейные системы дифференциальных уравнений             | Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Задача Коши. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений мето- | Проверка домашнего задания, Контрольная работа |

| №<br>п/<br>п | Наименование<br>раздела                                                      | Тематика лабораторных занятий                                                                                                                                                                                                          | Форма<br>текущего<br>контроля                      |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
|              |                                                                              | дом неопределенных коэффициентов. Метод вариации постоянных, формула Коши.                                                                                                                                                             |                                                    |
| 4            | Линейные уравнения $n$ -го порядка                                           | Линейные уравнения $n$ -го порядка. Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации. | Проверка домашнего задания, Контрольная работа     |
| 5            | Нелинейные системы                                                           | Нелинейные системы. Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.                                                                                                   | Проверка домашнего задания,                        |
| 6            | Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и параметров | Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Критерий Гурвица Устойчивость по первому приближению.                                                                                                                  | Проверка домашнего задания,, контрольная работа    |
| 7            | Краевые задачи                                                               | Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Теорема об альтернативе. Функция Грина. Спектральная задача.                                                                                                                       | Проверка домашнего задания, Самостоятельная работа |

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)** курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

| №  | Вид СРС                                        | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы                                                          |
|----|------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | 2                                              | 3                                                                                                                                                  |
| 1. | Проработка учебного (теоретического) материала | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |
| 2. | Выполнение домашних заданий (решение задач)    | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |
| 3. | Подготовка к текущему контролю                 | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |
| 4. | Промежуточная аттестация (экзамен)             | Методические указания по организации самостоятельной работы, утвержденные кафедрой функционального анализа и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3 Образовательные технологии

При изучении данного курса используются традиционные лекции и лабораторные занятия.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

### 4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски, устный опрос, проверка домашних заданий) и промежуточная аттестация (зачет, экзамен). Устный опрос по теоретическому материалу проводится на лабораторных занятиях.

#### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

1. Найти решение уравнений

а)  $2t\sqrt{1-x^2}dt + xdx = 0$

б)  $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 0$

в)  $tx' - \frac{x}{t+1} = t$

г)  $x' - xtgt + x^2 \cos t = 0$

д)  $(x+3y)y' = 1.$

2. Решить задачу Коши  $\begin{cases} x' = y - 7x \\ y' = -5y - 2x \end{cases}, \quad x(0) = 1, y(0) = 2$

3. Решить систему  $\begin{cases} x' = 2x + y + 2z \\ y' = 2z - x \\ z' = 3z - 2x \end{cases}, \lambda_1 = -1, \lambda_{2,3} = 1.$

4. Решить  $\begin{cases} x' = 2y - 5x \\ y' = x - 6y - 2e^x \end{cases}$

5. Найти ФСР, общее решение уравнений:

а)  $x^{IV} + 2x^{II} + x = 0;$

б)  $9x^I + x^{III} = 0.$

6. Решить задачу Коши:

$$x^{II} + 4x^I + 3x = 0; \quad x(0) = 0; x^I(0) = 1.$$

7. Выписать ФСР, если известны корни характеристического уравнения

а)  $\lambda_{1,2} = 0; \lambda_{3,4} = -6; \lambda_{5,6} = 2 \pm 7i;$

б)  $\lambda_{1,2} = 2; \lambda_{3,4} = -1 \pm 4i; \lambda_{5,6} = -1 \pm 4i.$

8. Являются ли функции  $x_1(t) = e^{3t} - e^{-2t}; x_2(t) = 2e^{3t} + e^{-2t}$  ЛНЗ решениями уравнения  $x^{II} - x^I - 6x = 0$ ?

9. Решить, используя функцию Коши:

$$x^{II} - 8x^I + 17x = e^{4t}; x(0) = x^I(0) = 0.$$

10. Решить методом вариации произвольных постоянных  $x^{II} + x^I = \frac{1}{e^t + 1}$

11. Решить уравнение  $x^{III} - 4x^I = 15t + \sin 2t$

12. Оценить, насколько отличаются решения задач на отрезке  $[2, 3]$

$$\begin{cases} y' = \sin y - \cos y + x \\ y(2) = 0,1 \end{cases} \quad \begin{cases} z' = \sin z - \cos z \\ z(2) = 0,3 \end{cases}.$$

13. Используя определение устойчивости по Ляпунову, исследовать устойчивость решения задачи Коши:

$$y' + \frac{2y}{x} = 0, y(1) = 2.$$

14. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = \ln(1 - 3y) + xy \\ y' = 2e^x - 3\sin y - 2 - y^4 \end{cases}$$

15. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1, y(0) = 0, y'(\frac{\pi}{2}) = 0$

16. Существует ли функция Грина краевой задачи? Если да, то построить ее:

а)  $y'' + y = f(x), y(0) = 0, y'(\pi) = 0;$

б)  $y'' = f(x), y'(0) = 0, y'(1) = 0.$

17. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи:

$$y'' + 4\mu y = 0, y'(0) = 0, y(\pi) = 0$$

## 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Примерные вопросы к экзамену:

### 3 семестр

1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Основные понятия. Геометрический смысл уравнения первого порядка.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним.
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений, Векторная запись. Задача Коши.
5. Системы линейных дифференциальных уравнений в нормальной форме, матрично-векторная запись. Эквивалентность комплексной и вещественной систем.
6. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейной системы.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений, принцип суперпозиции решений и следствия из него.
8. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Линейные однородные системы. Пространство решений.
9. Фундаментальная система решений Определитель Вронского. Критерий линейной независимости решений однородной системы.
10. Фундаментальная матрица, свойства. Общее решение линейной однородной системы.
11. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации. Формула Коши.
12. Матрица Коши и ее свойства.
13. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теорема о фундаментальной системе решений.
14. Лемма об эквивалентности задачи Коши интегральному уравнению.
15. Теорема Пикара существования и единственности решения задачи Коши.

### 4 семестр

1. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка (основные определения, примеры). Эквивалентность линейной системе.
2. Теорема о пространстве решений линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
3. Линейная зависимость и независимость функций. Критерий линейной независимости решений однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
4. Фундаментальная система решений, ее связь с общим решением уравнения.
5. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Принцип суперпозиции решений и следствия из него.
6. Метод вариации для линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
7. Функция Коши. Формула Коши.

8. Теорема о фундаментальной системе решений линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
9. Нахождение частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка по виду  $f(x)$ .
10. Функция Коши для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
11. Лемма Беллмана.
12. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных.
13. Устойчивость решений по Ляпунову (определения, примеры).
14. Устойчивость линейных систем дифференциальных уравнений.
15. Устойчивость линейных однородных систем дифференциальных уравнений.
16. Устойчивость линейных систем дифференциальных уравнений с постоянной матрицей. Критерий Гурвица.
17. Устойчивость по первому приближению.
18. Краевые задачи (определения, примеры).
19. Теорема об альтернативе.
20. Функция Грина и ее построение.
21. Представление решения краевой задачи через функцию Грина.
22. Спектральная задача.

### Типовые задачи, выносимые на экзамен

#### 3 семестр

1. Решить задачу Коши:  $y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \operatorname{ctg} x$ ,  $y(0)=1$ .
2. Решить систему: 
$$\begin{cases} x' = 2x + 4y - 8 \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$$

#### 4 семестр

1. Решить уравнение:  $x'' - 4x' + 3x = e^{2t}$
2. Исследовать устойчивость тривиального решения системы

$$\begin{cases} x' = -x - 2y + x^5 \\ y' = -2x + 3y - y^4 + x^3 \end{cases}$$

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебник / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2002. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48171>
2. Петровский, И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Г. Петровский ; под ред. Мышкис А.Д.а, Олейник О.А.. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 208 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59554>
3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.К. Романко и др. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 222 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70710>

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Библиоклуб».

### **5.2 Дополнительная литература:**

1. Демидович, Б.П. Лекции по математической теории устойчивости [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/123>
2. Бибииков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Н. Бибииков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/1542>
3. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>

## 6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

## 7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практически навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к практическим занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач, тестов; работа с обучающими и контролирующими программами.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов

| Раздел | Тема                                        | Содержание вопросов темы                                                                                               | Вид работы                                                                              |
|--------|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1      | Основные понятия                            | Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.                       | Поиск необходимой информации (см. список литературы). Решение задач.                    |
| 2      | Интегрируемые типы уравнений                | Теоремы существования и единственности решения задачи Коши                                                             | Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.         |
| 3      | Линейные системы дифференциальных уравнений | Фундаментальная система решений. Фундаментальная матрица. Множество фундаментальных матриц. Матрица Коши, её свойства. | Повторение лекционного материала и материала учебников. Подготовка к контрольной работе |
| 4      | Линейные уравнения $n$ -го порядка          | Уравнения с постоянными коэффициентами. Решение уравнений со специальной правой частью                                 | Поиск необходимой информации. Подготовка к контрольной работе                           |
| 5      | Нелинейные системы                          | Теоремы Пикара и Пеано.                                                                                                | Изучение лекционного материала и материала учебников.                                   |
| 6      | Непрерывная                                 | Устойчивость по первому приближению                                                                                    | Поиск необходимой                                                                       |

| Раз-дел | Тема                                                 | Содержание вопросов темы                 | Вид работы                                                         |
|---------|------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
|         | зависимость решения задачи Коши от начальных данных. |                                          | информации. Решение задач. Подготовка к контрольной работе         |
| 7       | Краевые задачи                                       | Функция Грина: существование, построение | Изучение и повторение лекционного материала и материала учебников. |

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1. Перечень информационных технологий.**

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

Microsoft Windows

Microsoft Office

Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

## **8 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

| №  | Вид работ                                  | Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность                                                                                  |
|----|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Лекционные занятия                         | Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью                                           |
| 2. | Семинарские занятия                        | Специальное помещение, оснащенное учебной мебелью, презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО). |
| 3. | Лабораторные занятия                       | Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом                                                     |
| 4. | Групповые (индивидуальные) консультации    | Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом                                            |
| 5. | Текущий контроль, промежуточная аттестация | Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.                                                                |

|    |                        |                                                                                                                                                                                                                                           |
|----|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6. | Самостоятельная работа | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета |
|----|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Рецензия

на рабочую программу дисциплины «Дифференциальные уравнения»,  
предназначенную для студентов направления подготовки  
02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация «бакалавр»)

Дифференциальные уравнения составляют основу подготовки квалифицированного специалиста в области математики. Они используются практически во всех дисциплинах высшей математики и механики. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу является актуальным.

Рабочая программа по курсу «Дифференциальные уравнения» предусматривает формирование у обучающихся математического аппарата, включающего в себя математические знания, умения и навыки необходимые для дальнейшей профессиональной деятельности.

Программа отвечает современным требованиям к обучению и отражает современные тенденции в обучении и воспитании личности. Содержание рабочей программы охватывает весь материал, необходимый для обучения студентов высших учебных заведений по направлению «Математика и компьютерные науки».

Рабочая программа дает целостное представление о дисциплине. Структура и содержание курса взаимно дополняют друг друга. Также в программе приведены примеры заданий для промежуточной аттестации, перечень вопросов выносимых на экзамен, перечень основной и дополнительной литературы, доступной обучающимся.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает требованиям к образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Рецензент

доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор кафедры математического  
моделирования КубГУ



Павлова А.В.

## Рецензия

на рабочую программу дисциплины «Дифференциальные уравнения»  
для студентов направления подготовки  
02.03.01 Математика и компьютерные науки (квалификация «бакалавр»)

Дифференциальные уравнения являются одним из мощнейших аппаратов анализа и исследования процессов различной природы. Изучение дифференциальных уравнений необходимо для дальнейшего изучения всех дисциплин высшей математики и механики.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» включает в себя структурные части, необходимые для документации такого рода. Все основные разделы программы нашли свое отражение в перечне представленных в программе необходимых знаний, умений и компетенций. Распределение времени, отводимого на изучение различных разделов курса, включая самостоятельную работу, соответствует их трудоемкости.

Содержание разделов, их разделение по видам занятий, и трудоемкость в часах отвечают требовательности и целесообразности. Логика построения программы обеспечивает лаконичность изложения, необходимую при ограниченном времени, отводимом учебным планом. Овладение практическими навыками и умениями обеспечивается лабораторными занятиями. В программе сформулированы темы самостоятельной внеаудиторной работы, примеры заданий для контрольных работ, билеты для экзаменов, перечень основной и дополнительной литературы, доступной для обучающихся.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Рецензент

Кандидат физ.-мат. наук, доцент, доцент  
кафедры прикладной математики ФГБОУ  
ВО «Кубанский государственный  
технологический университет»

  
Кирий К.А.  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.