

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Кубанский государственный университет»  
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор



Хагуров Т.А.

«31» мая 2019 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.В.ДВ.01.01 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Направленность (профиль) Математическое моделирование

Форма обучения очная

Квалификация бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения и их приложения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Программу составили:

Т.Н. Афанасьева, канд. физ.-мат. наук, доцент



Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения и их приложения» утверждена на заседании кафедры (разработчика) функционального анализа и алгебры протокол № 9 «12» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой (разработчика) Барсукова В.Ю.



Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры (выпускающей) функционального анализа и алгебры протокол № 9 «12» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «24» апреля 2019 г, протокол № 2.

Председатель УМК факультета Титов Г.Н.



Эксперты:

Кирий К.А., доцент кафедры прикладной математики КубГТУ, кандидат физико-математических наук, доцент

Павлова А.В., профессор кафедры математического моделирования КубГУ, доктор физико-математических наук, доцент

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

### **1.1 Цель дисциплины**

Цели освоения дисциплины определены федеральным государственным стандартом высшего образования по направлению подготовки «Математика», в рамках которой преподается дисциплина.

Целями освоения дисциплины «Интегральные уравнения и их приложения» являются:

1. формирование у студентов представлений о понятиях интегральных уравнений и систем интегральных уравнений и методах их решения;
2. формирование математической культуры, способностей к алгоритмическому и логическому мышлению;
3. формирование и развитие личности студентов;
4. овладение современным аппаратом интегральных уравнений для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### **1.2 Задачи дисциплины**

Задачами изучения дисциплины являются:

1. получение студентами основных теоретических знаний (теоремы существования и единственности, теоретические основы методов решения различных типов уравнений);
2. формирование представления об основных типах интегральных уравнений и методах их решения;
3. выработать умения и навыки исследования и решения интегральных уравнений, систем линейных интегральных уравнений;
4. приобретение практических навыков работы с понятиями и объектами курса интегральных уравнений;
5. научить применять интегральные уравнения к решению различных прикладных задач (физических, геометрических).

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Интегральные уравнения и их приложения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана и является дисциплиной по выбору в освоении математических знаний. Курс «Интегральные уравнения и их приложения» читается на 3 курсе: 5 семестр.

Место курса в профессиональной подготовке бакалавра определяется ролью интегральных уравнений в формировании высококвалифицированного специалиста по направлению «Математика».

Для успешного освоения дисциплины обучающийся должен владеть знаниями, умениями и навыками по программе дисциплин «Математический анализ», «Алгебра» и «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения». Данная дисциплина является одной из основополагающих для дальнейшего изучения дисциплин высшей математики и механики.

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Изучение данной дисциплины направлено на получение необходимого объёма теоретических знаний, отвечающих требованиям ФГОС ВО и необходимых для дальнейшего

успешного изучения всех дисциплин высшей математики, с формированием следующих компетенций: ПК-1.

| № п.п. | Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части)                                                  | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны                                         |                                                                                 |                                                                                                                                                            |
|--------|--------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        |                    |                                                                                        | знать                                                                                               | уметь                                                                           | владеть                                                                                                                                                    |
| 1.     | ПК-1               | способностью решать актуальные и важные задачи фундаментальной и прикладной математики | возможные сферы приложений изученных в теории интегральных уравнений объектов и их основных свойств | математически корректно ставить и исследовать задачи, возникающие в приложениях | навыками необходимых технических преобразований; стандартными и нестандартными приемами решения исследовательских задач; навыками поиска нужной информации |

## 2 Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

| Вид учебной работы                                                           |                                      | Всего часов | Семестры (часы) |   |   |   |
|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------|-----------------|---|---|---|
|                                                                              |                                      |             | 5               | — |   |   |
| <b>Контактная работа, в том числе:</b>                                       |                                      | <b>72,2</b> | <b>72,2</b>     |   |   |   |
| <b>Аудиторные занятия (всего):</b>                                           |                                      | <b>68</b>   | <b>68</b>       |   |   |   |
| Занятия лекционного типа                                                     |                                      | 34          | 34              | - | - | - |
| Лабораторные занятия                                                         |                                      | 34          | 34              | - | - | - |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)                   |                                      | -           | -               | - | - | - |
|                                                                              |                                      | -           | -               | - | - | - |
| <b>Иная контактная работа:</b>                                               |                                      |             |                 |   |   |   |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)                                        |                                      | 4           | 4               |   |   |   |
| Промежуточная аттестация (ИКР)                                               |                                      | 0,2         | 0,2             |   |   |   |
| <b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>                                  |                                      | <b>35,8</b> | <b>35,8</b>     |   |   |   |
| <i>Курсовая работа</i>                                                       |                                      | -           | -               | - | - | - |
| <i>Проработка учебного (теоретического) материала</i>                        |                                      | 8           | 8               | - | - | - |
| <i>Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций)</i> |                                      | 17          | 17              | - | - | - |
| <i>Реферат</i>                                                               |                                      | -           | -               | - | - | - |
|                                                                              |                                      |             |                 |   |   |   |
| Подготовка к текущему контролю                                               |                                      | 10,8        | 10,8            | - | - | - |
| <b>Контроль:</b>                                                             |                                      |             |                 |   |   |   |
| Подготовка к экзамену                                                        |                                      | -           | -               |   |   |   |
| <b>Общая трудоемкость</b>                                                    | <b>час.</b>                          | <b>108</b>  | <b>108</b>      | - | - | - |
|                                                                              | <b>в том числе контактная работа</b> | <b>72,2</b> | <b>72,2</b>     |   |   |   |

|  |         |   |   |  |  |  |
|--|---------|---|---|--|--|--|
|  | зач. ед | 3 | 3 |  |  |  |
|--|---------|---|---|--|--|--|

## 2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы (темы) дисциплины, изучаемые в 5 семестре (очная форма)

| № | Наименование разделов (тем)                            | Количество часов |                   |          |           |                      |
|---|--------------------------------------------------------|------------------|-------------------|----------|-----------|----------------------|
|   |                                                        | Всего            | Аудиторная работа |          |           | Внеаудиторная работа |
|   |                                                        |                  | Л                 | ПЗ       | ЛР        | СРС                  |
| 1 | 2                                                      | 3                | 4                 | 5        | 6         | 7                    |
|   | Тема 1 Введение                                        | 5                | 2                 | -        | 1         | 2                    |
|   | Тема 2 Существование и единственность решения          | 13               | 4                 | -        | 3         | 6                    |
|   | Тема 3 Уравнения с вырожденным и с разностным ядром    | 8                | 2                 | -        | 2         | 4                    |
|   | Тема 4 Интегральные неравенства                        | 10               | 4                 | -        | 2         | 4                    |
|   | Тема 5 Зависимость решения от параметров. Устойчивость | 16               | 6                 | -        | 6         | 4                    |
|   | Тема 6 Допустимость относительно оператора             | 14               | 6                 | -        | 4         | 4                    |
|   | Тема 7 Допустимость относительно уравнения             | 16               | 6                 | -        | 6         | 4                    |
|   | Тема 8 Уравнения с разностным ядром                    | 12               | 2                 | -        | 6         | 4                    |
|   | Тема 9 Приложения интегральных уравнений               | 9,8              | 2                 | -        | 4         | 3,8                  |
|   | <b>Итого по дисциплине:</b>                            |                  | <b>34</b>         | <b>-</b> | <b>34</b> | <b>35,8</b>          |
|   |                                                        |                  |                   |          |           |                      |

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента.

## 2.3 Содержание разделов дисциплины

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

| № п/п | Наименование раздела                         | Содержание раздела                                                                                     | Форма текущего контроля     |
|-------|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 1     | 2                                            | 3                                                                                                      | 4                           |
| 1     | Введение                                     | История. Уравнения Вольтерра – математические модели эволюционных процессов.                           | Устный опрос                |
| 2     | Существование и единственность решения       | Резольвента уравнения. Теорема существования и единственности решения. Проблемы теории единственности. | Устный опрос                |
| 3     | Уравнения с вырожденным и с разностным ядром | Формула решения уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения с разностным ядром.               | Проверка домашнего задания, |

| №<br>п/<br>п | Наименование<br>раздела                                    | Содержание раздела                                                                                                                                             | Форма<br>текуще-<br>го<br>контроля      |
|--------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1            | 2                                                          | 3                                                                                                                                                              | 4                                       |
|              |                                                            |                                                                                                                                                                | устный<br>опрос                         |
| 4            | Интегральные<br>неравенства                                | Интегральные неравенства. Методы доказательства интегральных неравенств. Основные линейные неравенства. Лемма Беллмана. Использование интегральных неравенств. | Устный<br>опрос                         |
| 5            | Зависимость<br>решения от па-<br>раметров.<br>Устойчивость | Непрерывная зависимость решений от ядра и свободного члена. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений линейных уравнений. Устойчивость ядра.         | Устный<br>опрос                         |
| 6            | Допустимость<br>относительно<br>оператора                  | (L)-свойство. Допустимость пар $(BC, BC)$ , $(C_0, BC)$ , $(A_0, BC)$ относительно линейных операторов.                                                        | Проверка<br>домаш-<br>него за-<br>дания |
| 7            | Допустимость<br>относительно<br>уравнения                  | Допустимость пар пространств $(C_0, C_0)$ , $(A_0, A_0)$ относительно линейных уравнений. Критерии устойчивости ядра.                                          | Устный<br>опрос                         |
| 8            | Уравнения с<br>разностным<br>ядром                         | Критерий устойчивости разностного ядра. Преобразование Лапласа.                                                                                                | Проверка<br>домаш-<br>него<br>задания   |
| 9            | Приложения<br>интегральных<br>уравнений                    | Задача Дирихле, бигармоническое уравнение. Применение интегралов, аналогичных потенциалам. Применение интегральных уравнений к теории колебаний.               | Устный<br>опрос                         |

**2.3.2 Занятия семинарского типа** не предусмотрены.

### **2.3.3 Лабораторные занятия**

| №<br>п/<br>п | Наименование<br>раздела                                   | Тематика лабораторных занятий                                                                          | Форма<br>текущего<br>контроля                              |
|--------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 1            | 2                                                         | 3                                                                                                      | 4                                                          |
| 1            | Введение                                                  | История. Уравнения Вольтерра – математические модели эволюционных процессов.                           | Устный опрос                                               |
| 2            | Существование и<br>единственность ре-<br>шения            | Резольвента уравнения. Теорема существования и единственности решения. Проблемы теории единственности. | Проверка до-<br>машнего за-<br>дания                       |
| 3            | Уравнения с вы-<br>рожденным<br>и с разностным яд-<br>ром | Формула решения уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения с разностным ядром.               | Проверка до-<br>машнего за-<br>дания, кон-<br>трольная ра- |

| №<br>п/<br>п | Наименование<br>раздела                                 | Тематика лабораторных занятий                                                                                                                                     | Форма<br>текущего<br>контроля                                    |
|--------------|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
|              |                                                         |                                                                                                                                                                   | бота                                                             |
| 4            | Интегральные не-<br>равенства                           | Интегральные неравенства. Методы доказательства интегральных неравенств. Основные линейные неравенства. Лемма Беллмана. Использование интегральных неравенств.    | Проверка до-<br>машнего за-<br>дания, устный<br>опрос            |
| 5            | Зависимость реше-<br>ния от параметров.<br>Устойчивость | Непрерывная зависимость решений от яд-<br>ра и свободного члена. Устойчивость и<br>асимптотическая устойчивость решений<br>линейных уравнений. Устойчивость ядра. | Проверка до-<br>машнего за-<br>дания                             |
| 6            | Допустимость от-<br>носительно опера-<br>тора           | (L)-свойство. Допустимость пар $(BС, BС)$ ,<br>$(C_0, BС)$ , $(A_0, BС)$ относительно линейных<br>операторов.                                                     | Проверка до-<br>машнего<br>задания, кон-<br>трольная ра-<br>бота |
| 7            | Допустимость от-<br>носительно уравне-<br>ния           | Допустимость пар пространств $(C_0, C_0)$ ,<br>$(A_0, A_0)$ относительно линейных уравне-<br>ний. Критерии устойчивости ядра.                                     | Проверка до-<br>машнего за-<br>дания                             |
| 8            | Уравнения с раз-<br>ностным ядром                       | Критерий устойчивости разностного ядра.<br>Преобразование Лапласа.                                                                                                | Проверка до-<br>машнего за-<br>дания                             |
| 9            | Приложения инте-<br>гральных<br>уравнений               | Задача Дирихле, бигармоническое уравне-<br>ние. Применение интегралов, аналогичных<br>потенциалам. Применение интегральных<br>уравнений к теории колебаний.       | Проверка до-<br>машнего за-<br>дания                             |

**2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)** курсовые работы не предусмотрены.

**2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

| №  | Вид СРС                                               | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины<br>по выполнению самостоятельной работы                                                             |
|----|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | 2                                                     | 3                                                                                                                                                        |
| 1. | Проработка учебного (теоретического) ма-<br>териала   | Методические указания по организации самостоятельной<br>работы, утвержденные кафедрой функционального анализа<br>и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |
| 2. | Выполнение домаш-<br>них заданий (реше-<br>ние задач) | Методические указания по организации самостоятельной<br>работы, утвержденные кафедрой функционального анализа<br>и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |
| 3. | Подготовка к теку-<br>щему контролю                   | Методические указания по организации самостоятельной<br>работы, утвержденные кафедрой функционального анализа<br>и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |
| 4. | Промежуточная ат-<br>тестация (зачет)                 | Методические указания по организации самостоятельной<br>работы, утвержденные кафедрой функционального анализа<br>и алгебры протокол № 9 от 12.04.2019 г. |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3 Образовательные технологии**

При изучении данного курса используются как традиционные лекции и лабораторные занятия, так и современные интерактивные образовательные технологии.

Цель лабораторных занятий – научить студента применять полученные на лекциях теоретические знания к решению и исследованию конкретных задач. В каждом семестре проводятся контрольные работы для проверки усвоения материала студентами.

К образовательным технологиям также относятся интерактивные методы обучения. Интерактивность подачи материала по дисциплине «Интегральные уравнения и их приложения» предполагает не только взаимодействия вида «преподаватель - студент» и «студент - преподаватель», но и «студент - студент». Все эти виды взаимодействия хорошо достигаются при изложении материала, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях в ходе дискуссий. Кроме того, используются занятия-визуализации.

### **Дискуссия**

Возможность дискуссии предполагает умение высказать собственную идею, предложить свой путь решения, аргументировано отстаивать свою точку зрения, связно излагать мысли. Полезны следующие задания: составление плана решения задачи, поиск другого способа решения, сравнение различных способов решения, проведение выкладок для решения задачи и выкладок для проверки правильности полученного решения, рассмотрение задач с лишними и недостающими данными. Студентам предлагается проанализировать варианты решения, высказать своё мнение. Основной объем использования интерактивных методов обучения реализуется именно в ходе дискуссий, как на лекционных, так и на лабораторных занятиях.

Общие вопросы, которые выносятся на дискуссию:

1. Составления плана доказательства утверждения или решения задачи.
2. Определение возможных способов доказательства утверждения или поиск различных способов решений задачи.
3. Выбор среди рассматриваемых способов наиболее рационального.
4. Обсуждение логической составляющей в формулировке той или иной теоремы, а также обсуждение возможности построения иллюстрирующих ее примеров и контр-примеров.



### Занятие-визуализация.

В данном типе передача преподавателем информации студентам сопровождается показом различных рисунков, структурно-логических схем, опорных конспектов, диаграмм и т. п. (например, с помощью слайдов).

Всего учебным планом предусмотрено 18 часов в интерактивной форме

| Се-<br>мест<br>р | Вид занятия          | Используемые интерактивные образовательные технологии                | Количе-<br>ство ча-<br>сов |
|------------------|----------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 5                | Лабораторные занятия | Дискуссия на тему: «Существование и единственность решения»          | 2                          |
|                  |                      | Дискуссия на тему: «Уравнения с вырожденным и с разностным ядром»    | 2                          |
|                  |                      | Дискуссия на тему: «Интегральные неравенства»                        | 2                          |
|                  |                      | Дискуссия на тему: «Зависимость решения от параметров. Устойчивость» | 4                          |
|                  |                      | Дискуссия на тему: «Допустимость относительно оператора»             | 2                          |
|                  |                      | Дискуссия на тему: «Допустимость относительно уравнения»             | 4                          |
|                  |                      | Дискуссия на тему: «Приложения интегральных уравнений»               | 2                          |
| Итого:           |                      |                                                                      | 18                         |

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций со студентом при помощи электронной информационно-образовательной среды ВУЗа.

#### 4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций.

Оценочными средствами дисциплины являются средства текущего контроля (коллоквиумы, контрольные работы, а также на лабораторных занятиях – ответ у доски и проверка домашних заданий) и итоговая аттестация (зачет).

##### 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

1. Найти итерированные ядра и резольвенту ядра

$$K(t, s) = \frac{1 + t^2}{1 + s^2}.$$

2. Решить уравнение

$$x(t) = \int_0^t e^{t-s} x(s) ds + e^t.$$

3. Решить уравнение

$$x(t) = - \int_0^t (t-s)x(s) ds + t.$$

4. Оценить решение неравенства

$$x(t) \leq \int_0^t tsx(s)ds + t^4.$$

5. Оценить решение уравнения

$$x(t) = \int_0^t \arctg(t + 2s + t^2) \cos^2 s x(s)ds + e^t \sin e^t.$$

6. Допустимы ли пары  $(BC, BC)$ ,  $(C_0, C_0)$ ,  $(A_0, A_0)$  относительно линейного оператора

$$\tilde{K}x(t) = \int_0^t \frac{1}{t^2 + 1} x(s)ds?$$

7. Является ли уравнение

$$x(t) = \int_0^t \left( \frac{t+1}{s+1} \right)^2 e^{s-t} x(s)ds + f(t), t \geq 0,$$

устойчивым (асимптотически устойчивым)?

8. При каких значениях параметров ядро

$$k(t) = \alpha e^{\beta t}, \alpha \in R, \beta < 0,$$

не устойчиво? Каков вид резольвенты?

#### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Примерные вопросы к зачету:

##### 5 семестр

1. Линейное интегральное уравнение Вольтерра. Основные понятия.
2. Теорема существования и единственности решения линейного уравнения.
3. Формула решения уравнения с вырожденным ядром.
4. Оценка решений интегральных неравенств.
5. Непрерывная зависимость решений от свободного члена.
6. Устойчивость решений уравнения.
7. Допустимость пары  $(X, BC)$  относительно  $Q$ .
8. Допустимость пары  $(Co, Y)$  относительно  $Q$ .
9. Допустимость пары  $(Co, Co)$  относительно линейного уравнения.
10. Допустимость пары  $(X, X)$  относительно уравнения.
11. Критерий устойчивости разностного ядра.
12. Приложения интегральных уравнений.

#### Типовые задачи, выносимые на зачет

##### 5 семестр

1. Решить уравнение

$$x(t) = \int_0^t \cos t \cos s x(s)ds + t e^t.$$

2. Допустимы ли пары  $(BC, BC)$ ,  $(C_0, C_0)$ ,  $(A_0, A_0)$  относительно линейного оператора

$$\tilde{K}x(t) = \int_0^t (t-s) e^{s-t} x(s) ds ?$$

3. Является ли уравнение

$$x(t) = \int_1^t \frac{s}{t} x(s) ds + f(t), \quad t \geq 1,$$

устойчивым (асимптотически устойчивым)?

### ***Критерии оценивания по промежуточной аттестации***

Зачет выставляется по результатам работы студента в течение семестра. Отметка «зачтено» выставляется студентам, которые регулярно посещали занятия, выполняли домашние работы, написали контрольные работы на положительные оценки. Отметка «не зачтено» выставляется студентам, которые пропустили более 60 % занятий и написали контрольные работы на неудовлетворительные оценки.

## **5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1 Основная литература:**

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 160 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>.
2. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2009. — 136 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59553>.
3. Барсукова, В.Ю. (КубГУ). Практикум по линейным интегральным уравнениям Вольтерра [Текст] / В. Ю. Барсукова, З. Б. Цалюк, М. В. Цалюк. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2008. - 24 с. - Библиогр.: с. 24. - 50.00.

### **4.2 Дополнительная литература:**

1. Мышкис, А.Д. Прикладная математика для инженеров. Специальные курсы [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2006. — 688 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48184>.
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.Б. Васильева [и др.]. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2358>.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

----

## **7 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал, лабораторных занятий, в ходе которых студентами приобретаются и закрепляются основные практические навыки решения различных задач, в том числе с применением полученных теоретических знаний.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине. Самостоятельная работа студентов является неотъемлемой частью процесса подготовки. Под самостоятельной работой понимается часть учебной планируемой работы, которая выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа направлена на усвоение системы научных и профессиональных знаний, формирования умений и навыков, приобретение опыта самостоятельной творческой деятельности. СРС помогает формировать культуру мышления студентов, расширять познавательную деятельность.

Виды самостоятельной работы по курсу:

**а) по целям:** подготовка к лекциям, к лабораторным занятиям, к контрольной работе, к коллоквиуму.

**б) по характеру работы:** изучение литературы, конспекта лекций; поиск литературы в библиотеке; конспектирование рекомендуемой для самостоятельного изучения научной литературы; решение задач.

Тематическое планирование самостоятельной работы студентов.

| Раздел | Тема        | Содержание вопросов темы                                                                            | Вид работы                                            |
|--------|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1      | Введение    | История. Уравнения Вольтерра - математические модели эволюционных процессов. Построение матмоделей. | Поиск необходимой информации (см. список литературы). |
| 2      | Существова- | Теорема существования и единственно-                                                                | Поиск необходимой                                     |

| Раздел | Тема                                                          | Содержание вопросов темы                                                                                                                               | Вид работы                                                                                                       |
|--------|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | ние и единственность решения                                  | сти решения. Проблемы теории единственности.                                                                                                           | информации. Изучение лекционного материала.                                                                      |
| 3      | Линейные уравнения Вольтерра с вырожденным и разностным ядром | Формула решения уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения с разностным ядром.                                                               | Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование. Подготовка к контрольной работе. |
| 4      | Интегральные неравенства                                      | Интегральные неравенства. Методы доказательства интегральных неравенств. Использование интегральных неравенств.                                        | Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала.                                                    |
| 5      | Зависимость решения от параметров. Устойчивость               | Непрерывная зависимость решений от ядра и свободного члена. Устойчивость и асимптотическая устойчивость решений линейных уравнений. Устойчивость ядра. | Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала. Конспектирование.                                  |
| 6      | Допустимость пар пространств относительно операторов          | Допустимость пар $(BC, BC)$ , $(C_0, BC)$ , $(A_0, BC)$ относительно линейных операторов.                                                              | Поиск необходимой информации. Изучение теоретического материала. Подготовка к контрольной работе.                |
| 7      | Допустимость пар пространств относительно уравнений           | Допустимость пар пространств $(C_0, C_0)$ , $(A_0, A_0)$ относительно линейных уравнений. Критерии устойчивости ядра.                                  | Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала.                                                    |
| 8      | Уравнения с разностным ядром                                  | Критерий устойчивости разностного ядра. Преобразование Лапласа.                                                                                        | Подготовка к самостоятельной работе.                                                                             |
| 9      | Приложения интегральных уравнений                             | Применение интегралов, аналогичных потенциалам. Применение интегральных уравнений к теории колебаний.                                                  | Поиск необходимой информации. Изучение лекционного материала.                                                    |

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **8.1. Перечень информационных технологий.**

## 8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

– Программы для демонстрации и создания презентаций («Microsoft Power Point»).

## 8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем

Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)

## 9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| №  | Вид работ                                  | Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность.                                                                                                                                                                    |
|----|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Лекционные занятия                         | Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...) и соответствующим программным обеспечением (ПО).                                                                                       |
| 2. | Семинарские занятия                        | -                                                                                                                                                                                                                                          |
| 3. | Лабораторные занятия                       | Специальное помещение, оснащенное доской, маркерами и мелом.                                                                                                                                                                               |
| 4. | Групповые (индивидуальные) консультации    | Аудитория, (кабинет) 314Н.                                                                                                                                                                                                                 |
| 5. | Текущий контроль, промежуточная аттестация | Аудитория, (кабинет) 312Н, 314Н, 307Н, 310Н.                                                                                                                                                                                               |
| 6. | Самостоятельная работа                     | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета. |



### Рецензия

на рабочую учебную программу по курсу «Интегральные уравнения и их приложения»,  
предназначенную для студентов направления подготовки  
01.03.01 Математика (квалификация «бакалавр»)

Интегральные уравнения входят в вариативную часть программы подготовки квалифицированного специалиста в области математики. Изучение интегральных уравнений необходимо для последующего изучения всех дисциплин высшей математики и механики. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу является актуальным.

Учебная программа предусматривает формирование у обучающихся математической культуры, математического аппарата, включающего в себя математические знания, умения и навыки, необходимые для дальнейшей профессиональной деятельности.

Программа отвечает современным требованиям к обучению и отражает современные тенденции в обучении и воспитании личности. Содержание рабочей программы охватывает весь материал, необходимый для обучения студентов высших учебных заведений по направлению 01.03.01 Математика.

Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения и их приложения» включает в себя структурные части, необходимые для документации такого рода. Рабочая программа дает целостное представление о дисциплине. Структура и содержание курса взаимно дополняют друг друга. Также в программе приведены примеры заданий для контрольных работ, для зачета, перечень основной и дополнительной литературы, доступной для обучающихся.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Интегральные уравнения и их приложения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.01 Математика по дисциплине «Интегральные уравнения и их приложения».

### Рецензент

доцент кафедры прикладной математики КубГТУ,  
кандидат физико-математических наук, доцент

Кирий К.А.

Подпись:   
УДОЛОВОЖЕНИЕ  
Назначения на должность  
к. ф. м. н. Кирий К.А.



**Рецензия**  
на рабочую учебную программу по курсу «Интегральные уравнения  
и их приложения»,  
предназначенную для студентов направления подготовки  
01.03.01 Математика (квалификация «бакалавр»)

Интегральные уравнения входят в вариативную часть программы подготовки квалифицированного специалиста в области математики. Изучение курса интегральные уравнений овладение его современным аппаратом необходимо для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. Поэтому создание рабочей программы по данному курсу является актуальным.

Рабочая программа по курсу «Интегральные уравнения и их приложения» предусматривает расширение и углубление базового компонента, обеспечение интеграции необходимой информации для формирования математического мышления, формирование у обучающихся математического аппарата, включающего в себя математические знания, умения и навыки, необходимые для последующей профессиональной деятельности.

Программа отвечает современным требованиям к обучению и отражает современные тенденции в обучении и воспитании личности. Содержание рабочей программы охватывает весь материал, необходимый для обучения студентов высших учебных заведений по направлению 01.03.01 Математика.

Рабочая программа дает целостное представление о дисциплине. Структура и содержание курса взаимно дополняют друг друга. Также в программе приведены примеры заданий для промежуточной аттестации, перечень вопросов выносимых на зачет, перечень основной и дополнительной литературы, доступной обучающимся.

В целом, рабочая программа по дисциплине «Интегральные уравнения и их приложения» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и отвечает современным требованиям к качественному образовательному процессу. Данная рабочая программа может быть использована для обеспечения основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.01 Математика по дисциплине «Интегральные уравнения и их приложения».

Рецензент  
профессор кафедры математического моделирования КубГУ,  
доктор физико-математических наук, доцент



Павлова А.В.