

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
факультет математики и компьютерных наук



ВЕРЖДАЮ:  
\_\_\_\_\_

М. Г. Барышев

«31» мая» 2019 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.В.ОД.3 Геометрическая теория меры и её приложения**

Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика

Профиль: 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Форма обучения: очная

Квалификация: Исследователь. Преподаватель - исследователь

Краснодар 2019


Рабочая программа дисциплины «Геометрическая теория меры и её приложения» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, профиль: Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Руководитель ООП,  
составитель программы,



Е.А. Щербаков

Зав. кафедрой теории функций,  
23.04.2019 г.

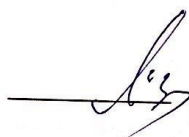


В.А. Лазарев

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теории функций

23.04.2019 г., протокол № 8.

Зав. кафедрой теории функций,



В.А. Лазарев

Зав. отделом аспирантуры



Е.В. Строганова

# 1 Цели и задачи изучения дисциплины

## 1.1 Цель освоения дисциплины

Главная цель курса – освоение основных методов современной геометрической теории меры, составляющей основу современных вариационных методов.

## 1.2 Задачи дисциплины

1. Формирование знаний о логическом обосновании теории меры с помощью аксиоматической теории множеств.
2. Формирование знаний о взаимосвязи между различными мерами в многообразии мер и роли меры Бореля среди них.
3. Формирование знаний о теоремах покрытия и вопросах дифференцируемости мер и представлениях линейных непрерывных функционалов.
4. Формирование знаний о тонких свойствах функций.
5. Формирование знаний о мерах Хаусдорфа, размерностях Хаусдорфа, их свойствах.
6. Формирование знаний о структуре фракталов.
7. Формирование знаний о спрямляемых множествах
8. Формирование знаний о теории варифолдов, потоков и их применениях к решению экстремальных задач.

## 1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Геометрическая теория меры и её приложения» относится к вариативной части Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Программа рассчитана на аспирантов, прослушавших курсы: современные вопросы теории функций; вещественный, комплексный и функциональный анализ (кандидатский экзамен) и курс математического анализа, включающий дифференциальное и интегральное исчисление, а также курсы линейной алгебры.

Знания, полученные в этом курсе, необходимы для проведения научно-исследовательской работы и успешной сдачи государственной итоговой аттестации.

## 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций (ПК): ПК-1, ПК-2.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-1	способность к системному мышлению и грамотному использованию основных принципов, концеп-	основные понятия и гипотезы для предметной области и исследуемых моделей. В том числе: математические понятия дисциплины и формулировки всех утверждений и теорем;	ориентироваться в современных методах и подходах, применяемых для изучения	навыками применения классических и современных методов

№ п.п	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
		ций и методов вещественного, комплексного и функционального анализа		рассматриваемых процессов и явлений, грамотно использовать и развивать математическую теорию и физико-математические модели, лежащие в их основе В том числе: применять знания на практике;	анализа математических моделей формализованных материальных объектов и процессов.
2.	ПК-2	готовность к постановке профессиональных задач в области научно-исследовательской и практической деятельности, подбору, развитию и совершенствованию методов их решения на базе современных достижений в области вещественного, комплексного и функционального анализа	нормативные документы для составления заявок, грантов, проектов НИР В том числе: основные положения аксиоматической теории Цермело-Френкеля; -определения и геометрические свойства элементарных функций комплексного переменного; -определения спрямляемых множеств и теоремы о критериях спрямляемости. Элементы теории функций с ограниченным изменением; -определения и свойства различных интегралов, определяемых для суммируемых функций; -теоремы рекуррентности и трансфинитной рекуррентности; -теоремы о построении для заданной системы множеств минимального сигма кольца; -теоремы о структуре минимальных колец и монотонных классов; -теоремы о произведении мер; -теоремы Лузина и Егорова;	использовать и совершенствовать методы и программное обеспечение для расчета исследуемых характеристик объектов и процессов на базе современных достижений в области механики, прикладной математики и ИТ В том числе: ориентироваться в постановках задач; -понять поставленную задачу; -формули-	методами планирования, подготовки, проведения НИР, анализа полученных данных, формулировки выводов и рекомендаций по профилю 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ. В том числе: проб-

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			-теоремы о связи между борелевскими и суслинскими множествами; -теоремы о дифференцируемости.	рывать результат; -строго доказать утверждение; -на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат; -грамотно пользоваться языком предметной области.	лемно-задачной формой представления математических знаний.

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для аспирантов ОФО).

Вид учебной работы	Всего часов	Курсы (часы)
		4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	54	54
В том числе:		
Занятия лекционного типа	18	18
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	18	18
Лабораторные занятия	18	18
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	54	54
<b>Промежуточная аттестации</b>		зачет
Общая трудоёмкость	час	108
	зач. ед.	3

### 2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.  
Разделы дисциплины, изучаемые на 4 курсе

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6	7
1.	Теория множеств. Ординалы. Кардинальные числа. Мощность множеств.	11	2	2	2	6
2.	Полукольца. Сигма кольца. Монотонные классы.	11		2	2	6
3.	Суслинские и борелевские множества.	9	2	2	2	4
4.	Регулярные меры Бореля. Меры Радона	11		2	2	6
5.	Измеримые функции. Теоремы Егорова и Лузина. Интегралы. Теорема Фубини	10	2	2	2	4
6.	Дифференцирование мер Радона	10	2	2	2	4
7.	Мера Хаусдорфа	12	2	2	2	6
8.	Липшецевы функции и спрямляемые множества	10	2	2	2	6
9.	Формулы площади и коплощади.	8	2			4
10.	ВV-функции и множества конечного периметра	8	2	2	2	4
11.	Теория варифолдов	8	2			4
<i>Итого по дисциплине:</i>		72	18	18	18	54

## 2.3 Содержание разделов дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Теория множеств. Ординалы. Кардинальные числа. Мощность множеств.	Система аксиом Цермело – Френкеля(ZF-C), пополненная аксиомой выбора. Теорема рекуррентности. Метод трансфинитной индукции. Лемма Цорна и вполне упорядоченные множества. Обобщенная теорема рекуррентности. Теорема о сравнении вполне упорядоченных множеств и ординалов. Шкала ординалов для вполне упорядоченных множеств. Кардинальные числа. Теорема С.Н. Бернштейна.	Контроль в процессе проведения занятий
2.	Полукольца. Сигма кольца. Монотонные классы.	Конструирование минимальных сигма колец для заданной системы множеств. Трансфинитная рекуррентность и мера	Контроль в процессе проведения занятий

		Бореля, её неполнота. Пополнение меры Бореля	
3.	Суслинские и борелевские множества	Суслинские и борелевские множества. Необходимое и достаточное условие принадлежности множеств к классу борелевских множеств.	Контроль в процессе проведения занятий
4.	Регулярные меры Бореля. Меры Радона.	Регулярные меры Бореля. Мера Радона. Теоремы об аппроксимации меры множества мерами открытых и замкнутых множеств	Контроль в процессе проведения занятий
5.	Измеримые функции. Теоремы Егорова и Лузина. Интегралы. Теорема Фубини	Пространства измеримых функций. Теорема об аппроксимации измеримых функций простыми функциями. Типы сходимости функций, связь между ними. Интегралы Лебега, Лебега-Стилтьеса, Римана-Стилтьеса. Теорема Фубини.	Контроль в процессе проведения занятий
6.	Дифференцирование мер Радона	Дифференцирование мер Радона. Теорема о представимости линейных непрерывных функционалов.	Контроль в процессе проведения занятий
7.	Мера Хаусдорфа	Мера Хаусдорфа, её свойства, связь с мерой Лебега. Размерность Хаусдорфа. Способы вычисления размерности. Фракталы, структурная теорема	Контроль в процессе проведения занятий
8.	Липшецевы функции и спрямляемые множества	Счётно спрямляемые $k$ -мерные множества. Слабые касательные пространства. Мера конусов и спрямляемость. Плотность и спрямляемость. Ортогональное проектирование и спрямляемость.	Контроль в процессе проведения занятий
9.	Формулы площади и коплощади.	Формулы площади и коплощади. Формулы первой и второй вариаций.	Контроль в процессе проведения занятий
10.	$BV$ -функции и множества конечного периметра	Структура пространства $BV$ -функций. Критерии конечности периметра.	Контроль в процессе проведения занятий
11.	Теория варифолдов	Теория варифолдов. Касательные конусы и спрямляемость.	Контроль в процессе проведения занятий

### 2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела	Тематика практических занятий (семинаров)	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Теория множеств. Ординалы. Кардинальные числа. Мощность множеств.	Система аксиом Цермело – Френкеля (ZF-C), пополненная аксиомой выбора. Теорема рекуррентности. Метод трансфинитной индукции. Лемма Цорна и вполне упорядоченные множества. Обобщённая теорема рекуррентности. Теорема о сравнении вполне упорядоченных множеств и ординалов. Шкала	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.

		ординалов для вполне упорядоченных множеств. Кардинальные числа. Теорема С.Н. Бернштейна.	
2.	Полукольца. Сигма кольца. Монотонные классы.	Конструирование минимальных сигма колец для заданной системы множеств. Трансфинитная рекуррентность и мера Бореля, её неполнота. Пополнение меры Бореля	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
3.	Суслинские и борелевские множества	Суслинские и борелевские множества. Необходимое и достаточное условие принадлежности множеств к классу борелевских множеств.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
4.	Регулярные меры Бореля. Меры Радона.	Регулярные меры Бореля. Мера Радона. Теоремы об аппроксимации меры множества мерами открытых и замкнутых множеств	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
5.	Измеримые функции. Теоремы Егорова и Лузина. Интегралы. Теорема Фубини	Пространства измеримых функций. Теорема об аппроксимации измеримых функций простыми функциями. Типы сходимости функций, связь между ними. Интегралы Лебега, Лебега-Стилтьеса, Римана-Стилтьеса. Теорема Фубини.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
6.	Дифференцирование мер Радона	Дифференцирование мер Радона. Теорема о представимости линейных непрерывных функционалов.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
7.	Мера Хаусдорфа	Мера Хаусдорфа, её свойства, связь с мерой Лебега. Размерность Хаусдорфа. Способы вычисления размерности. Фракталы, структурная теорема	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
8.	Липшецевы функции и спрямляемые множества	Счётно спрямляемые $k$ -мерные множества. Слабые касательные пространства. Мера конусов и спрямляемость. Плотность и спрямляемость. Ортогональное проектирование и спрямляемость.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
9.	Формулы площади и коплощади.	Формулы площади и коплощади. Формулы первой и второй вариаций.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
10.	$BV$ -функции и множества конечного периметра	Структура пространства $BV$ -функций. Критерии конечности периметра.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
11.	Теория варифолдов	Теория варифолдов. Касательные конусы и спрямляемость.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.

### 2.3.3 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела	Тематика лабораторных занятий	Форма текущего контроля
1	2	3	4
12.	Теория множеств. Ординалы. Карди-	Система аксиом Цермело – Френкеля (ZF-C), пополненная аксиомой выбо-	Проверка домашних заданий. Решение



	нальные числа. Мощность множеств.	ра. Теорема рекуррентности. Метод трансфинитной индукции. Лемма Цорна и вполне упорядоченные множества. Обобщённая теорема рекуррентности. Теорема о сравнении вполне упорядоченных множеств и ординалов. Шкала ординалов для вполне упорядоченных множеств. Кардинальные числа. Теорема С.Н. Бернштейна.	ние задач у доски.
13.	Полукольца. Сигма кольца. Монотонные классы.	Конструирование минимальных сигма колец для заданной системы множеств. Трансфинитная рекуррентность и мера Бореля, её неполнота. Пополнение меры Бореля	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
14.	Суслинские и борелевские множества	Суслинские и борелевские множества. Необходимое и достаточное условие принадлежности множеств к классу борелевских множеств.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
15.	Регулярные меры Бореля. Меры Радона.	Регулярные меры Бореля. Мера Радона. Теоремы об аппроксимации меры множества мерами открытых и замкнутых множеств	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
16.	Измеримые функции. Теоремы Егорова и Лузина. Интегралы. Теорема Фубини	Пространства измеримых функций. Теорема об аппроксимации измеримых функций простыми функциями. Типы сходимости функций, связь между ними. Интегралы Лебега, Лебега-Стилтьеса, Римана-Стилтьеса. Теорема Фубини.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
17.	Дифференцирование мер Радона	Дифференцирование мер Радона. Теорема о представимости линейных непрерывных функционалов.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
18.	Мера Хаусдорфа	Мера Хаусдорфа, её свойства, связь с мерой Лебега. Размерность Хаусдорфа. Способы вычисления размерности. Фракталы, структурная теорема	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
19.	Липшецевы функции и спрямляемые множества	Счётно спрямляемые $k$ -мерные множества. Слабые касательные пространства. Мера конусов и спрямляемость. Плотность и спрямляемость. Ортогональное проектирование и спрямляемость.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
20.	Формулы площади и коплощади.	Формулы площади и коплощади. Формулы первой и второй вариаций.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
21.	$BV$ -функции и множества конечного периметра	Структура пространства $BV$ -функций. Критерии конечности периметра.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.
22.	Теория варифолдов	Теория варифолдов. Касательные конусы и спрямляемость.	Проверка домашних заданий. Решение задач у доски.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены.

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	разбор лекций	1) Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055</a> 2) Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284</a> 3) Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245</a>
2	работа с литературой	1) Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055</a> 2) Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284</a> 3) Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245</a>
3	отработка навыков решения практических задач	1) Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055</a> 2) Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284</a> 3) Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245</a>
	подготовка к занятиям-конференциям	1) Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Лань, 2015 <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=65055</a> 2) Натансон. И.П. Теория функций вещественной переменной. Лань, 2008. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284</a> 3) Люстерник Л.А. Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Лань, 2009. <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=245</a>

### 3. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции: проблемная лекция, лекция – пресс-конференция (могут применяться презентации); практические занятия: мозговой штурм, занятие – конференция (с применением презентаций), разбор практических задач, контрольные работы, активизация творческой деятельности, регламентированная дискуссия; для воплощения образовательных форм могут быть использованы компьютерные технологии.

### 4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

## 4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущей аттестации

### Задания для лабораторных работ

1. Привести пример неизмеримого множества. А) по Жордану. Б) по Лебегу.
2. Можно ли утверждать, что граница измеримого множества всегда измерима?
3. Можно ли утверждать, что множество с измеримой границей обязательно измеримо?
4. Вычислить  $n$ -мерную меру шара радиуса  $R$  в  $R^n$ .
5. Вычислить Хаусдорфову размерность стандартного канторова множества.

### Перечень примерных контрольных вопросов и задач для самостоятельной работы

1. Доказать теорему Безиковича о покрытиях
2. Построить двумерную область, граница которой имеет положительную двумерную меру Лебега
3. Доказать, что снежинка Коха не является локально спрямляемой кривой.
4. Доказать, что система измеримых по Борелю подмножеств числовой прямой имеет мощность континуума.
5. Построить, используя процедуру построения множества Кантора, множество положительной меры.
6. Пусть  $A$  - множество чисел, содержащих бесконечно много 5 в своих десятичных разложениях. Доказать, что  $A$  - борелевское множество.
7. Доказать теорему Егорова: если последовательность функций сходится всюду на множестве  $D$ , борелевское множество конечной меры, то найдутся борелевские множества, сколь угодно мало отличающиеся по мере от множества  $D$ , на которых имеет место равномерная сходимости исходной последовательности функций.
8. Доказать, что размерность Хаусдорфа канторовой пыли равна 1. Докажите, что размерность Хаусдорфа множества Кантора равна логарифму двух, поделённому на логарифм трёх.
9. Покажите, что существует компактное подмножество  $[0,1]$  1-мера Хаусдорфа которого равна единице, а размерность Хаусдорфа которого равна нулю.
10. Докажите, что регулярное 1-множество обладает почти всюду касательной, а у иррегулярного множества касательные отсутствуют почти всюду.
11. Построить нигде не связное регулярное 1- множество.
12. Доказать теорему Радемахера о дифференцируемости локально липшецевых отображений.
13. Вычислить меру Хаусдорфа спрямляемой кривой.
14. Доказать, что спрямляемая кривая является регулярным 1-множеством.
15. Доказать, что иррегулярное 1-множество не содержит дуг.
16. Доказать теорему Федерера о приближении аппроксимативно дифференцируемых функций липшецевыми функциями, дифференцируемыми функциями.
17. Счётная  $m$  - спрямляемостью и свойство слабо аппроксимативного касательного пространства. Доказать теорему о связи между ними.
18. Получить формулы площади и ко-площади.
19. Доказать теорему о следах для BV- функций
20. Доказать теорему Ди-Джорджи об  $(n-1)$  - спрямляемости приведённой границы множества, характеристическая функция которого является BV- функцией.
21. Доказать теорему о необходимом и достаточном условии сходимости варифолдов.
22. Доказать изопериметрическое неравенство для варифолдов.
23. Доказать теорему Федерера - Флеминга о компактности спрямляемых потоков.

## Темы для занятия-конференции

1. Логическое обоснование теории меры с помощью аксиоматической теории множеств.
2. Взаимосвязь между различными мерами в многообразии мер и роли меры Бореля среди них.
3. Теоремы покрытия и вопросы дифференцируемости мер и представлениях линейных непрерывных функционалов.
4. Понятие ёмкости множества и тонкие свойства функций.
5. Мера Хаусдорфа, размерность Хаусдорфа, их свойствах.
6. Фракталы. Структура фракталов.
7. Спрямоаемые множества. Структура спрямоаемых множеств.
8. Теория варифолдов, потоков и их применениях к решению экстремальных задач.

### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

#### Вопросы к зачету

1. Теория множеств. Ординалы. Кардинальные числа. Мощность множеств.
2. Полукольца. Сигма кольца. Монотонные классы.
3. Суслинские и борелевские множества.
4. Регулярные меры Бореля. Меры Радона
5. Измеримые функции. Теоремы Егорова и Лузина. Интегралы. Теорема Фубини
6. Дифференцирование мер Радона
7. Мера Хаусдорфа
8. Липшецевы функции и спрямоаемые множества
9. Формулы площади и коплощади.
10. BV-функции и множества конечного периметра
11. Теория варифолдов

Ответ аспиранта на зачете оценивается следующим образом.

Критерии оценивания	Количество баллов
Ответ грамотный, логично изложенный, существенные неточности отсутствуют. Проявлена достаточная научная и образовательно-культурная эрудиция.	зачет
В ответе значительные пробелы в фундаментальных знаниях, допускаются существенные ошибки.	незачет

## 5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### 5.1 Основная литература:

- 1) Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65055> . — Загл. с экрана.

2) Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. том 2-й [Электронный ресурс] : учебник / Г.М. Фихтенгольц. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 464 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/411> . — Загл. с экрана.

3) Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной [Электронный ресурс] : учебник / И.П. Натансон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2008. — 560 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/284> . — Загл. с экрана.

4) Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/245> . — Загл. с экрана.

## 5.2 Дополнительная литература:

1) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1977. - Т. 1. А - Г. - 576 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454588>

2) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1979. - Т. 2. Д - Коо. - 552 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454589> .

3) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1982. - Т. 3. Коо - Од. - 592 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454590>.

4) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1984. - Т. 4. Ок - Сло. - 608 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454591>

5) Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М. Виноградов. - Москва : Советская энциклопедия, 1985. - Т. 5. Слу - Я. - 624 с. - (Энциклопедии. Словари. Справочники). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454592>

## 5.3. Периодические издания:

1) Вестник МГУ. Серия: Математика. Механика; <http://vestnik.math.msu.ru/>

2) Вестник СПбГУ. Серия: Математика. Механика. Астрономия; <http://vestnik.spbu.ru/>

3) Известия ВУЗов. Серия: Математика; <https://kpfu.ru/>

4) Известия РАН (до 1993 г. Известия АН СССР). Серия: Математическая; <http://www.mathnet.ru/>

## 6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. ЭБС "Университетская библиотека ONLINE" – <http://biblioclub.ru/>

2. Электронная библиотечная система издательства "Лань" – <http://e.lanbook.com/>

3. Электронная библиотечная система "Юрайт" – <http://www.biblio-online.ru/>

4. Scopus – база данных рефератов и цитирования – <http://www.scopus.com/>

5. Web of Science (WoS) –

[http://apps.webofknowledge.com/WOS\\_GeneralSearch\\_input.do?product=WOS&search\\_mode=GeneralSearch&SID=V2yRRW6FP9RssAaul78&preferencesSaved](http://apps.webofknowledge.com/WOS_GeneralSearch_input.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&SID=V2yRRW6FP9RssAaul78&preferencesSaved)

6. Научная электронная библиотека (НЭБ) – <http://www.elibrary.ru/>

7. Архив научных журналов – <http://archive.neicon.ru/>

8. Электронная Библиотека Диссертаций – <https://dvs.rsl.ru/>

9. Национальная электронная библиотека – <http://нэб.рф/>

10. База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <http://infoneeds.kubsu.ru/>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной систематизированный материал и поднимаются проблемные вопросы; практических занятий, на которых широко используются активные и интерактивные образовательные технологии; лабораторных, в процессе проведения которых обучающиеся отрабатывают навыки решения конкретных научных задач.

Важнейшими составляющими курса являются такие виды занятий, как мозговой штурм и занятие – конференция, на которых по максимуму осуществляется активизация творческой деятельности обучающихся; а также самостоятельная работа аспирантов, такая как разбор лекций, работа с литературой, отработка навыков решения практических задач, подготовка к занятиям-конференциям. В процессе самостоятельной работы обучающимися активно используются информационные справочные системы.

Текущий контроль осуществляется преподавателем, ведущим практические занятия на основе дискуссии с аспирантами, дающей представление о динамике роста знаний аспирантов и их научном потенциале; учета активности аспиранта на занятиях типа «мозговой штурм» и оценке выступления обучающегося на занятии-конференции. Контроль также осуществляется путем проведения контрольных работ.

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета.

Для аспиранта большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала, проводимая научным руководителем.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

### **8.1 Перечень информационных технологий**

- Сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- Обработка текстовой, графической и эмпирической информации;
- Подготовка, конструирование и презентация итогов исследовательской и аналитической деятельности;
- Использование электронных презентаций при проведении практических занятий;
- Работа с информационными справочными системами;
- Использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

### **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения**

- Офисный пакет приложений Microsoft Office.

### **8.3 Перечень необходимых информационных справочных систем**

- Электронные ресурсы библиотеки КубГУ – <https://kubsu.ru/node/1145> (см. п. 6)
- Могут использоваться иные информационно-поисковые системы сети Интернет.

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
2.	Семинарские занятия	Специальное помещение, оснащенное презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО).
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченная доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.