

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый

проректор

Хагуров Т.А.

2019 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.Б.11 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Направление подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика

Направленность (профиль) "Электронный бизнес"

Программа подготовки Академическая

Форма обучения Очная

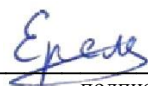
Квалификация выпускника Бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины *Линейная алгебра* составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика, направленность (профиль) «Электронный бизнес»

Программу составил:

А.А. Еремин, кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры прикладной математики

  
подпись

Рабочая программа дисциплины *Линейная алгебра* утверждена на заседании кафедры прикладной математики  
протокол № 10 от «15» мая 2019 г.  
Заведующий кафедрой (разработчика) Уртенев М. Х.

  
подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теоретической экономики, протокол № 7 от «14» мая 2019 г.  
Заведующий кафедрой (выпускающей) Сидоров В. А.

  
подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета Компьютерных технологий и прикладной математики  
протокол № 1 от «15» мая 2019 г.  
Председатель УМК факультета Малыхин К. В.

  
подпись

Рецензенты:

П.Г. Мартыненко, кандидат экономических наук, исполнительный директор ООО «Фебус»

А.В. Павлова

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования ФГБОУ ВО «КубГУ»

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины**

Линейная алгебра изучает различные числовые множества и структуры, построенные на числовых множествах, линейные и евклидовы пространства, линейные и полилинейные функции и функционалы, операторный анализ, а также системы линейных уравнений и методы их решения. Линейная алгебра по праву является основным элементом математического аппарата современной физики и, в частности, квантовой теории. Здесь вводятся такие фундаментальные понятия как линейное преобразование и линейный оператор, собственные значения и собственные функции (векторы) и т.п.

### **1.1 Цель освоения дисциплины**

Целью курса «Линейная алгебра» является изучение основных математических понятий, представлений и их свойств, на основе которых создаются математические модели экономических моделей. Знания, полученные при изучении курса «Линейной алгебры», с одной стороны, формируют математическую культуру, с другой, составляют основу естественнонаучного подхода исследования экономических явлений.

### **1.2 Задачи дисциплины**

- изучение и овладение методами решения математических задач, формулируемых и решаемых в линейной алгебре;
- изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
- овладение студентами знаний по применению алгебры в различных разделах экономики;
- усвоение студентами идей единства строения материи и неисчерпаемости процесса ее познания, понимание роли практики в познании.
- овладение практическими навыками и приемами вычислений определителей матриц, операций над матрицами, решения систем линейных алгебраических уравнений, законов преобразований векторов и матриц, решения характеристического уравнения, нахождения собственных векторов и собственных значений, операций над квадратичными формами, вычисления функций от матриц и т.д.

Программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как числовые множества, алгебраические структуры и их свойства. Приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

### **1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части блока Б.1. Изучение данного учебного материала предусматривается на первом курсе во втором семестре.

Требования к входным знаниям и умениям студента – знание элементарной математики: алгебры, элементарных функций и основ геометрии.

Дисциплина «Линейная алгебра» имеет логические и методологические последующие связи с дисциплинами базовой части Б1 Макроэкономика; Б1

Математический и естественнонаучный цикл: Дифференциальные и разностные уравнения, Теория вероятностей и математическая статистика, Общая теория систем, Исследование операций, Анализ данных; а также Вычислительные системы, сети, телекоммуникации, Информационная безопасность, Анализ экономических систем.

#### 1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурной компетенции ОК-7 и профессиональных компетенций ПК-17, ПК-18

| Индекс компетенции | Содержание компетенции (или её части)                                                                                                                      | В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                      |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                    |                                                                                                                                                            | знать                                                                                                                                                              | уметь                                                                                                                                                                                                  | владеть                                                                                                                                                              |
| ОК-7               | способностью к самоорганизации и самообразованию                                                                                                           | основные современные источники информации в области применения методов линейной алгебры для решения практических задач                                             | пользоваться учебной, научной литературой и информационными ресурсами сети Internet при осуществлении профессиональной деятельности, связанной с математическим моделированием экономических процессов | навыками самостоятельного изучения и освоения базовых методов решения СЛАУ с использованием ЭВМ                                                                      |
| ПК-17              | способность использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования | базовые математические модели на основе методов линейной алгебры, применяемые в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования | применять математические методы линейной алгебры при решении задач обработки экспериментальных данных                                                                                                  | навыками применения базового математического инструментария линейной алгебры для решения прикладных экономических задач, возникающих в профессиональной деятельности |
| ПК-18              | способность использовать                                                                                                                                   | основные методы                                                                                                                                                    | применять базовые методы                                                                                                                                                                               | понятиями и методами                                                                                                                                                 |

|  |                                                                                                                                            |                                                                     |                                                                     |                                                                                |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
|  | соответствующий математический аппарат и инструментальное средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования | линейной алгебры, используемые в задачах обработки и анализа данных | линейной алгебры для обработки, анализа и систематизации информации | дисциплины, используемыми в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|

## 2. Структура и содержание дисциплины

### 2.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зач. ед. (72 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице (для студентов ОФО).

| Вид учебной работы                                                    |                                      | Всего часов | Семестры (часы) |          |          |          |
|-----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------|-----------------|----------|----------|----------|
|                                                                       |                                      |             | 2               | ___      |          |          |
| <b>Контактная работа, в том числе:</b>                                |                                      |             |                 |          |          |          |
| <b>Аудиторные занятия (всего):</b>                                    |                                      | <b>54,2</b> | <b>54,2</b>     |          |          |          |
| Занятия лекционного типа                                              |                                      | 18          | 18              | -        | -        | -        |
| Лабораторные занятия                                                  |                                      | -           | -               | -        | -        | -        |
| Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)            |                                      | 36          | 36              | -        | -        | -        |
|                                                                       |                                      | -           | -               | -        | -        | -        |
| <b>Иная контактная работа:</b>                                        |                                      |             |                 |          |          |          |
| Контроль самостоятельной работы (КСР)                                 |                                      | 2           | 2               |          |          |          |
| Промежуточная аттестация (ИКА)                                        |                                      | 0,2         | 0,2             |          |          |          |
| <b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>                           |                                      | <b>15,8</b> | <b>15,8</b>     |          |          |          |
| Курсовая работа                                                       |                                      | -           | -               | -        | -        | -        |
| Проработка учебного (теоретического) материала                        |                                      | 7,8         | 7,8             | -        | -        | -        |
| Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, презентаций) |                                      |             |                 | -        | -        | -        |
| Реферат                                                               |                                      |             |                 | -        | -        | -        |
|                                                                       |                                      |             |                 |          |          |          |
| Подготовка к текущему контролю                                        |                                      | 8           | 8               | -        | -        | -        |
| <b>Контроль:</b>                                                      |                                      |             |                 |          |          |          |
| Подготовка к экзамену                                                 |                                      | -           | -               |          |          |          |
| <b>Общая трудоемкость</b>                                             | <b>час.</b>                          | <b>72</b>   | <b>72</b>       | <b>-</b> | <b>-</b> | <b>-</b> |
|                                                                       | <b>в том числе контактная работа</b> | <b>56,2</b> | <b>56,2</b>     |          |          |          |
|                                                                       | <b>зач. ед</b>                       | <b>2</b>    | <b>2</b>        |          |          |          |

## 2.2 Структура учебной дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины во 2 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 часа.

Разделы дисциплины, изучаемые во втором семестре:

| №   | Наименование разделов                                | Количество часов |                   |           |    |                      |
|-----|------------------------------------------------------|------------------|-------------------|-----------|----|----------------------|
|     |                                                      | Всего            | Аудиторная работа |           |    | Внеаудиторная работа |
|     |                                                      |                  | Л                 | ПЗ        | ЛР | СР                   |
| 1   | 2                                                    | 3                | 4                 | 5         | 6  | 7                    |
| 1.  | Матрицы и определители: свойства и основные операции | 6                | 2                 | 4         |    | 1                    |
| 2.  | Обращение квадратных матриц, ранг матриц             | 6                | 2                 | 4         |    | 1                    |
| 3.  | Методы обратной матрицы, Крамера и Гаусса            | 8                | 2                 | 4         |    | 1                    |
| 4.  | Однородные и неоднородные СЛАУ                       | 10               | 2                 | 6         |    | 2                    |
| 5.  | Векторное пространство: размерность, базис           | 8                | 2                 | 2         |    | 2                    |
| 6.  | Скалярное произведение, ортогональный базис          | 8                | 2                 | 4         |    | 2                    |
| 7.  | Матрица линейного оператора                          | 5                | 1                 | 2         |    | 1                    |
| 8.  | Собственные числа и собственные векторы              | 7                | 1                 | 4         |    | 2                    |
| 9.  | Квадратичные формы                                   | 6                | 2                 | 2         |    | 2                    |
| 10. | Некоторые приложения в экономике                     | 7,8              | 2                 | 4         |    | 1,8                  |
|     | <b>ИТОГО по разделам дисциплины</b>                  | <b>69,8</b>      | <b>18</b>         | <b>36</b> |    | <b>15,8</b>          |
|     | Контроль самостоятельной работы (КСР)                | 2                |                   |           |    |                      |
|     | Промежуточная аттестация (ИКР)                       | 0,2              |                   |           |    |                      |
|     | Подготовка к текущему контролю                       | -                |                   |           |    |                      |
|     | <b>Общая трудоемкость по дисциплине</b>              | <b>72</b>        |                   |           |    |                      |

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СР – самостоятельная работа

## 2.3 Содержание тем дисциплины:

### 2.3.1 Занятия лекционного типа.

| №  | Наименование темы                                    | Содержание темы                                                                                                                                                                                               | Форма текущего контроля |
|----|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 1  | 2                                                    | 3                                                                                                                                                                                                             | 4                       |
| 1. | Матрицы и определители: свойства и основные операции | Понятие матрицы и операции над ними. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Определители 2-ого и 3-его порядка – способы их вычисления. Алгебраические дополнения и миноры. Теорема Лапласа. | Теоретический опрос     |
| 2. | Обращение квадратных матриц, ранг матриц             | Определение обратной матрицы, ее свойства, условие существования. Метод вычисления обратной матрицы.<br>Линейная зависимость и линейная независимость строк или столбцов матрицы.                             | Теоретический опрос     |

|     |                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                     |
|-----|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
|     |                                             | Теорема о ранге матрицы. Методы определения ранга матрицы.                                                                                                                                                                                                                               |                     |
| 3.  | Методы обратной матрицы, Крамера и Гаусса   | Методы обратной матрицы и Крамера для решения системы с невырожденной матрицей. Алгоритм приведения матрицы СЛАУ к верхнетреугольному виду. Метод Гаусса – прямой и обратный ход.                                                                                                        | Теоретический опрос |
| 4.  | Однородные и неоднородные СЛАУ              | Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Теорема Кронекера-Капелли. Строение множества решений совместной системы линейных неоднородных уравнений.                                                                                                        | Теоретический опрос |
| 5.  | Векторное пространство: размерность, базис  | Векторы на плоскости и в пространстве. n-мерное векторное пространство. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Критерий линейной зависимости системы векторов. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.                                     | Теоретический опрос |
| 6.  | Скалярное произведение, ортогональный базис | Скалярное произведение векторов, его свойства. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.                                                                                                                         | Теоретический опрос |
| 7.  | Матрица линейного оператора                 | Определение линейного оператора, его свойства. Ядро и образ линейного оператора. Действия с линейными операторами. Построение матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.                                                      | Теоретический опрос |
| 8.  | Собственные числа и собственные векторы     | Определение собственного числа линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора. Определение собственного вектора линейного оператора, свойства собственных векторов. Матрица оператора в базисе из его собственных векторов. Линейные операторы простой структуры. | Теоретический опрос |
| 9.  | Квадратичные формы                          | Определение квадратичной формы, построение ее матрицы. Алгоритм Лагранжа. Невырожденное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.                                                        | Теоретический опрос |
| 10. | Некоторые приложения в экономике            | Балансовый анализ. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики – основные понятия и допущения. Стоимостный межотраслевой баланс. Матрица полных затрат. Линейная модель обмена – модель международной торговли. Структурная матрица торговли.                                             | Теоретический опрос |

### 2.3.2 Занятия семинарского типа.

| №  | Наименование темы                                    | Тематика практических занятий (семинаров)                                                                                                                                                                                                   | Форма текущего контроля                                       |
|----|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| 1  | 2                                                    | 3                                                                                                                                                                                                                                           | 4                                                             |
| 1. | Матрицы и определители: свойства и основные операции | Операции над матрицами: сложение, умножение на число. Вычисление определителей второго и третьего порядка. Вычисление определителя разложением по столбцу/строке. Использование свойств определителя для упрощения процесса его вычисления. | Проверка домашних практических заданий по темам.<br>КР-1(1,2) |
| 2. | Обращение квадратных матриц, ранг матриц             | Метод вычисления обратной матрицы. Алгоритмы определения ранга матрицы                                                                                                                                                                      | Проверка домашних практических заданий по темам.<br>КР-1(3)   |
| 3. | Методы обратной матрицы, Крамера и Гаусса            | Методы обратной матрицы и Крамера для решения системы с невырожденной матрицей. Метод Гаусса – прямой и обратный ход.                                                                                                                       | Проверка домашних практических заданий по темам.<br>КР-1(4)   |
| 4. | Однородные и неоднородные СЛАУ                       | Решение однородной СЛАУ методом Гаусса; фундаментальная система решений. Алгоритм построения общего решения неоднородной СЛАУ                                                                                                               | Проверка домашних практических заданий по темам.<br>КР-1(5,6) |
| 5. | Векторное пространство: размерность, базис           | Алгоритм определения линейной зависимости/независимости системы векторов. Построение матрицы перехода от одного базиса к другому. Определение координат заданного вектора в старом и новом базисе.                                          | Проверка домашних практических заданий по темам.<br>КР-2(1,2) |
| 6. | Скалярное произведение, ортогональный базис          | Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами в ортонормированном и произвольном базисе. Применение процесса ортогонализации для построения ортонормированного базиса по заданному произвольному базису.        | Проверка домашних практических заданий по темам.<br>КР-2(1)   |
| 7. | Матрица линейного оператора                          | Построение матрицы линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису                                                                                                                             | Проверка домашних практических заданий по темам.<br>КР-2(3)   |
| 8. | Собственные числа и собственные                      | Построение характеристического многочлена линейного оператора. Алгоритм построения                                                                                                                                                          | Проверка домашних                                             |



|     |                                  |                                                                                                                                                                                                               |                                                  |
|-----|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
|     | векторы                          | множества собственных векторов. Приведение матрицы линейного оператора простой структуры к диагональному виду.                                                                                                | практических заданий по темам.<br>КР-2(4)        |
| 9.  | Квадратичные формы               | Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Невырожденные преобразования квадратичных форм. Применение критерия Сильвестра для установления знакоопределенности квадратичной формы. | Проверка домашних практических заданий по темам. |
| 10. | Некоторые приложения в экономике | Стоимостный межотраслевой баланс. Линейная модель обмена                                                                                                                                                      | Решение задач                                    |

### 2.3.3 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия не предусмотрены

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), контрольные работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и индивидуальное задание (ИЗ) т.д.

### 2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

## 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

| № | Вид самостоятельной работы                                                                                               | Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | 2                                                                                                                        | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 1 | Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы, подготовка к семинарским занятиям | Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.<br>Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. |
| 2 | Подготовка к лабораторным занятиям                                                                                       | Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 3 | Подготовка к решению задач и тестов                                                                                      | Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.                                                                                                                                                                                                                                                |
| 4 | Подготовка докладов                                                                                                      | Методические указания для подготовки эссе, рефератов, курсовых работ, утвержденные на заседании кафедры                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

|   |                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                                         | прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 5 | Подготовка к решению расчетно-графических заданий (РГЗ) | Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.<br>Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г. |
| 6 | Подготовка к текущему контролю                          | Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.                                                                                                                                                                                                                                        |

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### 3. Образовательные технологии

В процессе изучения дисциплины лекции, практические занятия, консультации являются ведущими формами обучения в рамках лекционно-семинарской образовательной технологии.

Лекции излагаются и в виде презентации с использованием мультимедийной аппаратуры. Данные материалы в электронной форме передаются студентам.

Основной целью практических занятий является разбор практических заданий. Дополнительной целью практических занятий является контроль усвоения пройденного материала. На практических занятиях также осуществляется проверка и разбор выполнения домашних заданий.

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с

мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

В число видов работы, выполняемой слушателями самостоятельно, входят: 1) поиск и изучение литературы по рассматриваемой теме; 2) поиск и анализ решений и доказательств по рассматриваемой теме; 3) расчет типовых заданий; 4) подготовка домашних заданий.

Интерактивные образовательные технологии, используемые в аудиторных занятиях: при реализации различных видов учебной работы (лекций и практических занятий) используются следующие образовательные технологии: дискуссии, презентации, конференции. В сочетании с внеаудиторной работой они создают дополнительные условия формирования и развития требуемых компетенций обучающихся, поскольку позволяют обеспечить активное взаимодействие всех участников. Эти методы способствуют личностно-ориентированному подходу.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается особый порядок освоения указанной дисциплины. В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения (ролевая игра), технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Вышеозначенные образовательные технологии дают наиболее эффективные результаты освоения дисциплины с позиций актуализации содержания темы занятия, выработки продуктивного мышления, терминологической грамотности и компетентности обучаемого в аспекте социально-направленной позиции будущего специалиста, и мотивации к инициативному и творческому освоению учебного материала.

#### **Занятия, проводимые с использованием интерактивных технологий**

| №  | Наименование разделов (тем)                          | Количество часов |                    |
|----|------------------------------------------------------|------------------|--------------------|
|    |                                                      | всего ауд. часов | интерактивные часы |
| 1  | 2                                                    | 3                | 4                  |
| 1. | Матрицы и определители: свойства и основные операции | 6                | 2                  |
| 2. | Обращение квадратных матриц, ранг матриц             | 6                | 2                  |
| 3. | Методы обратной матрицы, Крамера и Гаусса            | 6                | 2                  |
| 4. | Однородные и неоднородные СЛАУ                       | 8                | 2                  |
| 5. | Векторное пространство: размерность, базис           | 4                | -                  |
| 6. | Скалярное произведение, ортогональный базис          | 6                | -                  |
| 7. | Матрица линейного оператора                          | 3                | 1                  |
| 8. | Собственные числа и собственные векторы              | 5                | -                  |
| 9. | Квадратичные формы                                   | 4                | -                  |
| 10 | Некоторые приложения в экономике                     | 6                | 2                  |
|    | <i>Итого по дисциплине:</i>                          | 54               | 11                 |

#### 4. Оценочные и методические материалы

##### 4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме устных теоретических опросов, задач для внеаудиторного выполнения, контрольных работ и **промежуточной аттестации** в форме вопросов к зачету.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

##### Структура фонда оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

| № п/п | Контролируемые разделы (темы) дисциплины             | Код контролируемой компетенции и (или ее части) | Наименование оценочного средства |                          |
|-------|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------|--------------------------|
|       |                                                      |                                                 | Текущий контроль                 | Промежуточная аттестация |
| 1     | Матрицы и определители: свойства и основные операции | ОК-7, ПК-17, ПК-18                              | УО, ПДР, КР                      | ВкЗ (1-2)                |
| 2     | Обращение квадратных матриц, ранг матриц             | ОК-7, ПК-17, ПК-18                              | УО, ПДР, КР                      | ВкЗ (3-5)                |
| 3     | Методы обратной матрицы, Крамера и                   | ОК-7,                                           | УО, ПДР, КР                      | ВкЗ (6-7)                |

|    |                                             |                    |              |             |
|----|---------------------------------------------|--------------------|--------------|-------------|
|    | Гаусса                                      | ПК-17, ПК-18       |              |             |
| 4  | Однородные и неоднородные СЛАУ              | ОК-7, ПК-17, ПК-18 | УО, ПДР, КР  | ВкЗ (7-10)  |
| 5  | Векторное пространство: размерность, базис  | ОК-7, ПК-17, ПК-18 | УО, ПДР, КР  | ВкЗ (11-12) |
| 6  | Скалярное произведение, ортогональный базис | ОК-7, ПК-17, ПК-18 | УО, ПДР, КР  | ВкЗ (13-14) |
| 7  | Матрица линейного оператора                 | ОК-7, ПК-17, ПК-18 | УО, ПДР, КР  | ВкЗ (15)    |
| 8  | Собственные числа и собственные векторы     | ОК-7, ПК-17, ПК-18 | УО, ПДР, КР  | ВкЗ (16)    |
| 9  | Квадратичные формы                          | ОК-7, ПК-17, ПК-18 | УО, ПДР      | ВкЗ (17-18) |
| 10 | Некоторые приложения в экономике            | ОК-7, ПК-17, ПК-18 | УО, ПДР, ЗСР | ВкЗ (19-20) |

Сокращения: УО – устный опрос, ПДР – проверка самостоятельной неаудиторной работы, КР – контрольная работа, ЗСР – задачи для самостоятельного решения, ВкЗ – вопросы к зачету.

### 1.1 Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

| Код и наименование компетенции | Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                | пороговый                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | базовый                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | продвинутый                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|                                | Оценка                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                                | зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | зачтено                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                                | Бакалавр показывает не достаточный уровень знаний учебного и лекционного материала, не в полном объеме владеет практическими навыками, чувствует себя неуверенно при анализе междисциплинарных связей. В ответе не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские. На поставленные вопросы затрудняется с ответами, показывает недостаточно глубокие знания. | Бакалавр показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, методами оценки принятия решений, имеет представление о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, но при ответе допускает некоторые погрешности. | Бакалавр показывает не только высокий уровень теоретических знаний по дисциплине, но и прослеживает междисциплинарные связи. Умеет увязывать знания, полученные при изучении различных дисциплин, анализировать практические ситуации, принимать соответствующие решения. Ответ, построен логично, материал излагается четко, ясно, хорошим языком, аргументировано. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, |

|                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                        | уверенно, по существу.                                                                                                                                                                                 |
| ОК-7,<br>способностью к<br>самоорганизации и<br>самообразованию                                                                                                                                 |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                        |
| <b>знает</b>                                                                                                                                                                                    | основные учебники и учебные пособия в области применения методов линейной алгебры для решения практических задач                                    | основные учебники (учебные пособия) и ресурсы сети Интернет в области применения методов линейной алгебры для решения практических задач                                                               | основные учебники (учебные пособия), ресурсы сети Интернет и рецензируемые периодические издания в области применения методов линейной алгебры для решения практических задач                          |
| <b>умеет</b>                                                                                                                                                                                    | пользоваться учебной литературой при осуществлении профессиональной деятельности, связанной с математическим моделированием экономических процессов | пользоваться учебной, научной литературой и информационными ресурсами сети Internet при осуществлении профессиональной деятельности, связанной с математическим моделированием экономических процессов | пользоваться учебной, научной литературой и информационными ресурсами сети Internet при осуществлении профессиональной деятельности, связанной с математическим моделированием экономических процессов |
| <b>владеет</b>                                                                                                                                                                                  | навыками самостоятельного изучения и освоения прямых методов решения СЛАУ с использованием ЭВМ                                                      | навыками самостоятельного изучения и освоения прямых и итерационных методов решения СЛАУ с использованием ЭВМ                                                                                          | навыками самостоятельного изучения и освоения прямых и итерационных методов решения СЛАУ с вещественными и комплексными коэффициентами с использованием ЭВМ                                            |
| ПК-17,<br>Способность<br>использовать<br>основные методы<br>естественнонаучных<br>дисциплин в<br>профессиональной<br>деятельности для<br>теоретического и<br>экспериментального<br>исследования |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                        |
| <b>знает</b>                                                                                                                                                                                    | Термины и основные понятия изучаемых разделов линейной алгебры                                                                                      | Термины, основные понятия и теоремы из изучаемых разделов линейной алгебры.                                                                                                                            | Термины, основные понятия и теоремы (с доказательствами) из изучаемых разделов линейной алгебры.                                                                                                       |

|                                                                                                                                                                               |                                                                                           |                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>умеет</b>                                                                                                                                                                  | Применять основные изученные методы линейной алгебры для решения числовых задач.          | Решать числовые задачи линейной алгебры, требующие применения и комбинирования нескольких изученных методов.                                                                    | Решать теоретические задачи линейной алгебры, требующие достаточного знания теоретического материала (определений, теорем и т.д.). |
| <b>владеет</b>                                                                                                                                                                | Методами выбора подходящего метода для решения конкретных числовых задач линейной алгебры | Методами выбора оптимального метода для решения конкретных числовых задач линейной алгебры                                                                                      | Методами построения доказательства при решении теоретических задач линейной алгебры на основе изученного материала                 |
| ПК-18,<br>Способность использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования |                                                                                           |                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                    |
| <b>знает</b>                                                                                                                                                                  | простейшую модель межотраслевого баланса (модель Леонтьева)                               | модель межотраслевого баланса (модель Леонтьева) и линейную модель торговли                                                                                                     | основные методы линейной алгебры, используемые в задачах обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования       |
| <b>умеет</b>                                                                                                                                                                  | использовать модель Леонтьева для расчета статического межотраслевого баланса             | использовать модель Леонтьева для расчета статического межотраслевого баланса и аппарат собственных чисел и векторов матрицы оператора для расчетов по линейной модели торговли | применять базовые методы линейной алгебры для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования                  |

|                |                                                                                                                 |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                      |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>владеет</b> | навыками применения базового математического инструментария линейной алгебры для расчета межотраслевого баланса | навыками использования базового математического инструментария линейной алгебры для расчета межотраслевого баланса и применения линейной модели торговли | понятиями и методами дисциплины, используемыми в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности при решении задач обработки, анализа и систематизации информации |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Примеры вопросов для устных теоретических опросов:**

***Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:***

ОК-7, ПК-17, ПК-18.

1. Что такое матрица?
2. Какие две матрицы называются равными?
3. Какая матрица называется диагональной?
4. Каким свойством обладает пара индексов, характеризующих элементы стоящие на главной диагонали квадратной матрицы?
5. Сформулируйте условие, при котором возможно сложение/вычитание двух прямоугольных матриц.
6. Сформулируйте условие, при котором возможно перемножение двух прямоугольных матриц.
7. Перечислите основные свойства операции сложения матриц.
8. Назовите основные свойства операции умножения матриц.
9. Можно ли вычислить определитель прямоугольной (неквадратной) матрицы?
10. Чему равен определитель матрицы первого порядка?
11. Чему равен определитель матрицы второго порядка?
12. Что такое минор?
13. Чем алгебраическое дополнение отличается от минора?
14. Сформулируйте частный случай теоремы Лапласа
15. Существует ли мнемоническое правило вычисления определителя третьего порядка? Как оно называется?
16. Чему равен определитель матрицы с нулевой строкой?
17. Что произойдет с определителем, если в нем какую-либо строку или столбец умножить на заданное число?
18. Как связаны между собой определитель исходной матрицы и транспонированной?
19. Что произойдет со значением определителя, если в исходной матрице поменять местами какие-либо две строки/столбца.
20. Чему равен определитель матрицы с двумя одинаковыми строками/столбцами?
21. Что произойдет с определителем, если к одной из его строк прибавить другую, умноженную на некоторое число? Если к столбцу?
22. Чему равен определитель треугольной матрицы? Как это можно доказать?
23. Как соотносится определитель произведения двух матриц и определители каждой из матриц, участвовавших в умножении?
24. Какая матрица называется невырожденной?
25. Что получится, если заданную невырожденную матрицу умножить справа на обратную к ней? Если слева?



26. Как связаны между собой определители исходной невырожденной матрицы и обратной к ней?
27. Перечислите основные этапы алгоритма построения обратной матрицы через присоединенную.
28. Можно ли найти обратную матрицу к матрице с нулевым определителем?
29. Как проверить правильность нахождения обратной матрицы?
30. Какова связь между определителями исходной матрицы и обратной к ней?
31. Дайте определение линейного пространства.
32. Назовите основные свойства, которым должны удовлетворять операции сложения и умножения на число?
33. Дайте определение вектора в  $n$ -мерном пространстве
34. Какие два вектора называют равными?
35. Если для множества  $n$ -мерных векторов выполняются операции сложения и умножения на число, какое пространство они образуют?
36. При каком условии вектор  $x$  будет линейной комбинацией векторов  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ?
37. При каком условии векторы  $a_1, a_2, \dots, a_n$  будут линейно зависимыми (независимыми)?
38. Что можно сказать о совокупности векторов, если среди них имеется нулевой вектор?
39. Дайте определение размерности векторного пространства.
40. Что такое базис векторного пространства?
41. Как называются коэффициенты в разложении заданного вектора по базисным векторам?
42. Любой ли вектор из заданного пространства можно разложить по базису этого пространства?
43. Конечно ли количество базисов в  $n$ -мерном векторном пространстве над полем вещественных чисел?
44. Как в матрицу перехода от старого базиса к новому записываются координаты разложения векторов нового базиса по старому?
45. Может ли определитель матрицы перехода равняться нулю?
46. Как связаны между собой матрицы перехода от старого базиса к новому и от нового базиса к старому?
47. Если  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – координаты вектора  $\mathbf{x}$  в старом базисе  $\mathbf{x}' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  – в новом, то как они связаны через матрицу перехода?
48. Какое подпространство называют суммой двух подпространств?
49. В каком случае сумма двух подпространств будет прямой?
50. Сформулируйте определение пересечения двух подпространств.
51. Как связаны между собой размерности суммы и пересечения двух подпространств?
52. Будет ли линейная оболочка совокупности векторов подпространством в исходном линейном векторном пространстве? Почему?
53. Как связаны между собой ранг матрицы и количество линейно-независимых строк (столбцов) в ней?
54. Что произойдет с СЛАУ после применения элементарных преобразований первых четырех типов?
55. Сформулируйте теорему Кронекера-Капели.
56. Как должны соотноситься количество строк и столбцов матрицы СЛАУ с ее рангом, чтобы у СЛАУ было единственное решение?
57. Какие переменные в СЛАУ называют базисными, а какие – свободными?
58. Как строится базисное решение СЛАУ? Будет ли оно являться частным решением СЛАУ?

59. Каково максимально возможное количество базисных решений для данной СЛАУ? Почему?
60. Какую СЛАУ называют однородной? При каком условии у однородной СЛАУ существуют решения, отличные от тривиального?
61. Сформулируйте два основных свойства решений однородной СЛАУ. Образует ли множество решений однородной СЛАУ подпространство линейного векторного пространства? Почему?
62. Какую совокупность решений однородной СЛАУ называют фундаментальной? Как связано количество векторов в фундаментальной системе (совокупности) с размерностью матрицы СЛАУ и ее рангом? В каком виде можно представить общее решение однородной СЛАУ?
63. В каком виде можно представить общее решение неоднородной СЛАУ?
64. Какое линейное векторное пространство называется евклидовым?
65. Что является результатом операции скалярного произведения двух векторов?
66. Каким четырем свойствам должна удовлетворять операция скалярного произведения?
67. Какой вид имеет матрица Грамма для заданной совокупности векторов? Будет ли она симметричной? Если да, то почему?
68. Что означает невырожденность матрицы Грамма для заданной совокупности векторов?
69. Какими соотношениями определяются длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве?
70. Перечислите основные свойства длины вектора в евклидовом пространстве.
71. Может ли длина суммы двух векторов быть больше, чем сумма длин этих же векторов?
72. Какие два вектора называют ортогональными?
73. Дайте определение ортогональной, нормированной и ортонормированной систем векторов.
74. Может ли система ортогональных (ортонормированных) векторов быть линейно зависимой?
75. Дайте определение ортогонального дополнения к заданному подпространству евклидова пространства. Каковы основные свойства ОД? Что такое ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора?
76. Дайте определение линейного отображения.
77. Каким свойства должно удовлетворять отображение, чтобы быть линейным?
78. Что называется образом линейного отображения (ЛОт)? Что такое ранг ЛОт?
79. Что называется ядром линейного отображения? Что такое дефект ЛОт?
80. Образуют ли образ и ядро ЛОт подпространства? Почему?
81. Достаточно ли для однозначного задания ЛОт указать, как оно преобразует базисные векторы?
82. Дайте определение суммы и произведения (композиции) линейных операторов (ЛОп).
83. Какой ЛОп называют тождественным?
84. Если в линейном пространстве задан базис и действует некоторый ЛОп, каким способом можно поставить ему в соответствие матрицу?
85. В каком случае матрица ЛОп будет вырожденной?
86. Укажите, как связаны между собой матрицы ЛОп в разных базисах.
87. Изменится ли значение определителя матрицы ЛОп после перехода к новому базису?
88. Дайте определение собственного вектора и собственного значения ЛОп.
89. Как и из каких соображений строится характеристическое уравнение ЛОп?

90. Как называют множество всех собственных чисел ЛОп? Чему равна их сумма с учетом кратности?
91. Каким свойством обладает матрица квадратичной формы?
92. Если квадратичная форма не содержит квадратов переменных, какую замену необходимо сделать, чтобы их получить?
93. Зависит ли количество положительных слагаемых в каноническом виде квадратичной формы от невырожденного преобразования, с помощью которого он был получен?
94. Сформулируйте критерий Сильвестра.
95. Если среди главных миноров хотя бы один оказался равным нулю, будет ли применим критерий Сильвестра?

### **Примерный перечень заданий для неаудиторного самостоятельного выполнения**

**Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:**  
ОК-7, ПК-17, ПК-18.

#### **1. Матрицы и определители: свойства и основные операции**

(номера приводятся по задачнику Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 575 с)  
№ 1.1.3, 1.1.8, 1.1.15, 1.1.19, 1.1.23, 1.1.80, 1.1.84, 1.2.5, 1.2.10, 1.2.16, 1.2.23, 1.2.28, 1.2.34, 1.2.40, 1.2.43, 1.2.47

#### **2. Обращение квадратных матриц, ранг матриц**

(номера приводятся по задачнику Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 575 с)  
1.3.5, 1.3.7, 1.3.12, 1.3.14, 1.3.16, 1.3.21, 1.3.30, 1.4.4, 1.4.8, 1.4.19, 1.4.35

#### **3. Методы обратной матрицы, Крамера и Гаусса**

(номера приводятся по задачнику Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 575 с)  
2.2.4, 2.2.8, 2.2.10, 2.2.14, 2.2.23, 2.2.27, 2.2.29

#### **4. Однородные и неоднородные СЛАУ**

(номера приводятся по задачнику Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. I курс. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 575 с)  
2.1.11, 2.1.17, 2.1.19, 2.1.46, 2.3.10, 2.3.12, 2.3.16, 2.3.18, 2.3.23, 2.3.25

#### **5. Векторное пространство: размерность, базис**

(номера приводятся по задачнику Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов. – СПб.: Лань, 2008. – 288 с.)  
№ 928 (с,е,ф), 933 (b,c), 936 (a)

#### **6. Скалярное произведение, ортогональный базис**

(номера приводятся по задачнику Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов. – СПб.: Лань, 2008. – 288 с.)  
№ 1076, 1077, 1087, 1088, 1091(a)

#### **7. Матрица линейного оператора**

(номера приводятся по задачнику Кряквин В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях. – СПб.: Лань, 2016. – 592 с.)  
№ 68 (a-c) (с. 213), 72 (a-c) (с. 215),

(номера приводятся по задачнику *Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов. – СПб.: Лань, 2008. – 288 с.)*

№ 966 (а-с)

#### **8. Собственные числа и собственные векторы**

(номера приводятся по задачнику *Кряквин В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях. – СПб.: Лань, 2016. – 592 с.)*

№ 85 (а-с) (с. 289), 86 (а-с) (с. 289), 88 (а-с) (с. 290)

#### **9. Квадратичные формы**

(номера приводятся по задачнику *Кряквин В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях. – СПб.: Лань, 2016. – 592 с.)*

№ 119 (а-с) (с. 371), 120 (а-с) (с. 372), 121 (а-с) (с. 372)

(номера приводятся по задачнику *Малугин В.А., Рощина Я.А. Линейная алгебра для экономистов: учебник, практикум и сборник задач для академического бакалавриата. – М.: Юрайт, 2018. – 478 с.)*

№ 5.57 (а-г), 5.58

#### **10. Некоторые приложения в экономике.**

(номера приводятся по задачнику *Малугин В.А., Рощина Я.А. Линейная алгебра для экономистов: учебник, практикум и сборник задач для академического бакалавриата. – М.: Юрайт, 2018. – 478 с.)*

№ 2.36-2.39

Оценивание выполнения заданий для неаудиторного самостоятельного выполнения осуществляется по следующему принципу:

- баллы начисляются за решенные по каждой из тем задачи. Если верно решено более 60% задач – 2 балла, от 30 до 60% - 1 балл, менее 30% - 0 баллов. Таким образом, максимальная суммарная оценка за выполнение данного типа оценочного средства составляет 20 баллов (2 балла \* 10 тем).

### **Образцы контрольных работ**

**Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:**  
ОК-7, ПК-17, ПК-18.

#### **Контрольная работ № 1**

1. Даны матрицы  $A$  и  $B$ . Найти произведение матриц  $AB$  и  $BA$  (если это возможно):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу для данной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных уравнений, воспользовавшись методами Крамера и Гаусса, сделать проверку:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -6, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

5. Найти фундаментальную систему решений и построить общее решение для однородной СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 = 0. \end{cases}$$

6. Найти общее решение неоднородной СЛАУ:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 3, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 = -2, \\ 7x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

## Контрольная работа № 2

- Векторы  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  заданы своими координатами в некотором ортонормированном базисе. Необходимо: 1) показать, что векторы  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  сами образуют базис; 2) найти координаты вектора  $\mathbf{x}$  в данном базисе; 3) применить к системе процесс ортогонализации и построить на ее основе (если это возможно) ортогональный или ортонормированный (по выбору) базис.

$$\mathbf{a}_1 = \{2, 5, 2\}, \mathbf{a}_2 = \{0, -2, 2\}, \mathbf{a}_3 = \{2, 5, 5\}, \mathbf{x} = \{-1, 2, 0\}$$

- Найти матрицу перехода от базиса  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  к базису

$$\mathbf{e}'_1 = 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_2 = -5\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_3 = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$$

- Выяснить, является ли оператор  $A(\mathbf{x})$  линейным;  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$ . Построить матрицу данного оператора. Для заданного  $\tilde{\mathbf{x}}$  найти вектор  $\tilde{\mathbf{y}} = A(\tilde{\mathbf{x}})$ :

$$A(\mathbf{x}) = (3x_1 - x_2 + x_3, -x_1 + 5x_2 - x_3, x_1 - x_2 + 3x_3); \quad \tilde{\mathbf{x}} = (1, 1, 1).$$

- Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Оценивание выполнения контрольных работ осуществляется по следующему принципу: контрольная считается решенной (засчитывается 20 баллов), если 2/3 и более задач оценены на + (верное полное решение) или +/- (в целом верное решение, содержащее несущественные недостатки).

**Примеры задач для самостоятельного решения на практических занятиях:**  
*Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:*

## 10. Некоторые приложения в экономике

1. Продавец может закупить от 1 до 5 билетов на спектакль по цене 500 руб. и продать их перед спектаклем по 750 руб. каждый. Составить матрицу выручки продавца в зависимости от количества купленных им билетов и от результатов продаж.
2. Имеются данные о работе системы нескольких отраслей в прошлом отчетном периоде и план выпуска конечной продукции  $Y_1$  в будущем периоде (в у.е.):

| Отрасль | Потребление |     | Чистая продукция | План $Y_1$ |
|---------|-------------|-----|------------------|------------|
|         | I           | II  |                  |            |
| I       | 80          | 120 | 300              | 350        |
| II      | 70          | 30  | 200              | 300        |

Найти матрицы прямых и полных затрат, а также выпуск валовой продукции в плановом периоде, обеспечивающий выпуск конечной продукции  $Y_1$ .

3. Выяснить, в каком соотношении должны быть национальные доходы трех стран для сбалансированной торговли, если задана структурная матрица торговли  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$$

## Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (зачет)

### Перечень вопросов, которые выносятся на зачет во втором семестре

1. Свойства матриц и определителей. Примеры.
2. Вычисление определителей. Примеры.
3. Теорема о существовании обратной матрицы.
4. Ранг матрицы в терминах определителей. Примеры.
5. Линейно-эквивалентные совокупности строк. Теорема о ранге матрицы.
6. Правило Крамера и метод обратной матрицы. Примеры.
7. Нахождение общего решения системы линейных уравнений методом Гаусса. Примеры.
8. Теорема Кронекера –Капели.
9. Системы линейных однородных уравнений.
10. Общее решение системы неоднородных линейных уравнений.
11. Понятие векторного пространства. Определение базиса и размерности векторного пространства.
12. Переход к новому базису. Матрица перехода. Координаты вектора в разных базисах.
13. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского, следствия.
14. Процесс ортогонализации. Пример.
15. Матрица линейного оператора. Переход к новому базису.
16. Собственные векторы и собственные числа.
17. Невырожденное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции.
18. Критерий Сильвестра.

19. Модель Леонтьева. Пример.
20. Линейная модель торговли. Пример.

**Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством:** ОК-7, ПК-17, ПК-18.

#### **4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания ответов на вопросы для устного теоретического опроса:** Вопросы для устного теоретического опроса носят индикативный характер и позволяют провести экспресс-оценку степени первичного усвоения теоретического материала студентами. Предполагается, что устный опрос проводится в первые 5-10 минут лекционного занятия. Ответ на каждый вопрос должен быть кратким; многие вопросы являются «да/нет»-вопросами, поэтому студент также должен привести краткое обоснование ответа.

**Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов самостоятельной внеаудиторной работы:** баллы начисляются за решенные по каждой из тем задачи. Если верно решено более 60% задач – 2 балла, от 30 до 60% - 1 балл, менее 30% - 0 баллов. Таким образом, максимальная суммарная оценка за выполнение данного типа оценочного средства составляет 20 баллов (2 балла \* 10 тем).

**Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания контрольных работ:** оценивание выполнения контрольных работ осуществляется по следующему принципу: контрольная считается решенной (засчитывается 20 баллов), если 2/3 и более задач оценены на + (верное полное решение) или +/- (в целом верное решение, содержащее несущественные недостатки).

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания на зачете:

Зачет является заключительным этапом процесса формирования компетенции студента при изучении дисциплины и имеет целью проверку и оценку знаний студентов по теории и применению полученных знаний, умений и навыков при решении практических задач. Зачет проводится по расписанию, сформированному учебным отделом и утвержденному проректором по учебной работе, в сроки, предусмотренные календарным графиком учебного процесса. Расписание зачета доводится до сведения студентов не менее чем за две недели до начала сессии. Зачет принимается преподавателем, ведущими занятия.

Зачет проводится только при предъявлении студентом зачетной книжки и при условии выполнения всех контрольных мероприятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой по изучаемой дисциплине. Студентам на зачете должен быть представлены ответы на два теоретических вопроса из приведенного выше списка вопросов к зачету.

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если вопросы освещены правильно и достаточно раскрыты, задания для неаудиторного самостоятельного выполнения выполнены в соответствии с приведенными выше критериями оценки, обе контрольные работы зачтены; при ответе на вопрос обучающийся показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические

ситуации. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, при ответе допускаются некоторые погрешности.

- оценка «не зачтено», если ответ не соответствует вопросу или изложен недостаточно полно, задания для неаудиторного самостоятельного выполнения выполнены в недостаточном объеме, и контрольные работы незачтены.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **5.1. Основная литература**

1. Горлач, Б.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник / Б.А. Горлач. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 300 с. — ISBN 978-5-8114-2717-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/99103>.
2. Сборник задач по высшей математике (с контрольными работами) [Текст] : 1 курс : линейная алгебра, аналитическая геометрия, основы математического анализа, комплексные числа / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. - 9-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2011. - 575 с. - (Высшее образование). - ISBN 9785811243891 : 262.45. (23 экз. в библиотеке КубГУ).



3. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для бакалавриата и специалитета / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 478 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/433176>
4. Письменный, Дмитрий Трофимович. Конспект лекций по высшей математике [Текст] : [в 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Письменный. - 12-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2013. - 280 с. - (Высшее образование). - ISBN 9785811248551. - ISBN 9785811240005 : 135.75. (23 экз. в библиотеке КубГУ).
5. Кряквин, В.Д. Линейная алгебра в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Д. Кряквин. — Электрон. дан. — СПб: Лань, 2016. — 592 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72583>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Юрайт».

## **5.2. Дополнительная литература**

1. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для студентов вузов. – СПб.: Лань, 2008. – 288 с. (30 экз. в библиотеке КубГУ)
2. Бортакровский А.С., Пантелеев А.В. Линейная алгебра в примерах и задачах: учебное пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 2010. – 591 с. (8 экз. в библиотеке КубГУ).
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.: Физматлит: Лаборатория Базовых Знаний: Невский Диалект, 2001 – 382 с. (187 экз. в библиотеке КубГУ).

## **5.3. Периодические издания:**

- 1.
- 2.

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Во время *лекционных занятий* по дисциплине «Линейная алгебра» необходимо особое внимание студентов обратить на:

- а) формулы, определения, графики, схемы;
- б) сложные места;
- в) факты, от которых зависит понимание главного;
- г) все новое, незнакомое;
- д) данные, которыми часто придется пользоваться и которые трудно получить из других источников.

Акцентировать внимание на том, что записывать материал надо, по возможности, сжато, но без ущерба для ясности. Главная ценность конспекта лекций не в том, что по нему удобно готовиться к экзаменам. Конспект особенно ценен в том случае, если в нем выражается свое отношение к материалу. Целесообразно подчеркивать те места, на которые следует обратить внимание при каждом чтении.

Во время подготовки к *практическим занятиям* студенту следует обратиться к сформулированным к каждому модулю / теме соответствующим вопросам и заданиям.

Зная тему лабораторного занятия, необходимо готовиться к нему заблаговременно. Для эффективной подготовки студенту необходимо иметь методическое руководство к лабораторному занятию. В предлагаемых планах проведения занятий задания для самостоятельной работы студентов выступают в качестве домашнего задания, обязательного для выполнения.

Практические занятия организуются так, чтобы постоянно ощущалось нарастание сложности выполняемых заданий, испытывались положительные эмоции от переживания собственного успеха в учении, напряженной творческой работы, поиска правильных и точных решений.

Большое значение имеют индивидуальный подход и продуктивное педагогическое общение.

Обучаемые получают возможность раскрыть и проявить свои способности, свой личностный потенциал. Поэтому при разработке заданий и плана занятий преподавателю необходимо учитывать уровень подготовки и интересы каждого студента группы, выступая в роли консультанта и не подавляя самостоятельности и инициативы студентов.

На вводном занятии студентам предлагается объяснение концепции изучения дисциплины в течение семестра и допуске к экзамену. Основным постулатом такой концепции изучения дисциплины является постановка перед студентами задач по выполнению каждого вида предложенных работ.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнении практических заданий по разобранным во время аудиторных занятий примерами. На итоговом занятии необходимо резюмировать итоги изучения дисциплины в группе. На этом занятии отмечаются лучшие студенты по различным критериям.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

## **7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **7.1 Перечень информационно-коммуникационных технологий.**

Информационные технологии – не предусмотрены.

### **7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.**

1. Microsoft Office (лицензия доступна обучающимся и сотрудникам ФГБОУ ВО «КубГУ»)

### **7.3 Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)

2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (<http://www.biblioclub.ru>)

3. ЭБС Издательства «Лань» <http://e.lanbook.com/> ООО Издательство «Лань»
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru) ООО «Директ-Медиа»
5. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - <http://school-collection.edu.ru>

## 8. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

| №  | Вид работ                                  | Наименование учебной аудитории, ее оснащенность оборудованием и техническими средствами обучения                                                                                                                                                                                    |
|----|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Лекционные занятия                         | Ауд. 201А, 202А, 205А, 520А, 207Н, 208Н, 209Н, 212Н, 214Н, 2026Л, 2027Л, 4033Л, 4034Л, 4035Л, 4036Л, 4038Л, 4039Л, 5040Л, 5041Л, 5042Л, 5045Л, 5046Л<br>Лекционные аудитории, оснащенные презентационной техникой (проектор, экран) и соответствующим программным обеспечением (ПО) |
| 2. | Семинарские занятия                        | А208Н, 210Н, 216Н, 513А, 514А, 515А, 516А, 5043Л, 201А, 202А, 205А, 520А, 2026Л, 2027Л, 4033Л, 4034Л, 4035Л, 4036Л, 4038Л, 4039Л, 5040Л, 5041Л, 5042Л, 5045Л, 5046Л, 207Н, 208Н, 209Н, 212Н, 214Н,                                                                                  |
| 3. | Курсовое проектирование                    | Ауд.230 (кафедра Теоретической экономики)<br>Кабинет для выполнения курсовых работ                                                                                                                                                                                                  |
| 4. | Групповые (индивидуальные) консультации    | Кафедра Теоретической экономики ауд. 230                                                                                                                                                                                                                                            |
| 5. | Текущий контроль, промежуточная аттестация | А208Н, 210Н, 216Н, 513А, 514А, 515А, 516А, 5043Л, 201А, 202А, 205А, 520А, 201Н, 202Н, 203Н, А203Н, 207Н, 208Н, 209Н, 212Н, 214Н, 2026Л, 2027Л, 4033Л, 4034Л, 4035Л, 4036Л, 4038Л, 4039Л, 5040Л, 5041Л, 5042Л, 5045Л, 5046Л                                                          |
| 6. | Самостоятельная работа                     | Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.                                          |