

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе,  
качеству образования – первый  
проректор

подпись

« 31 » мая 2019г.

Хагуров Т.А.



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.В.ДВ.01.02 ОСНОВЫ СЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (Профиль): Математическое и информационное обеспечение  
экономической деятельности

Программа подготовки Академическая

Форма обучения Очная

Квалификация Бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «Основы сеточных методов» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Программу составили:

С.И. Фоменко, к.ф.-м.н., доцент



подпись

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры прикладной математики, протокол № 10 «15» мая 2019 г.

Заведующий кафедрой Уртенов М.Х.



подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры прикладной математики, протокол № 10 «15» мая 2019 г.

Заведующий кафедрой Уртенов М.Х.



подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики  
протокол № 1 от «15» мая 2019 г.

Председатель УМК факультета Коваленко А.В.



подпись

Рецензенты:

Сыромятников П. В., зав. лабораторией прикладной математики и механики  
ЮНЦ РАН, г. Ростов-на-дону, доктор. физ.-мат. Наук

Голуб М.В., доктор. физ.-мат. наук, доцент кафедры математических и компьютерных методов ФГБОУ ВПО «КубГУ»

## **1 Цели и задачи изучения дисциплины .**

### **1.1 Цель освоения дисциплины.**

**Целью** изучения дисциплины «Основы сеточных методов» является развитие профессиональных компетентностей и приобретение практических навыков решения инженерных задач и задач моделирования финансового рынка современными численными методами.. Цели дисциплины соответствуют формируемой компетенции ПК-2 и ПК-3 и позволяют подготовить обучающихся к успешной работе в различных сферах, применяющих математические методы, математическое и компьютерное моделирование, а также информационные технологии и развить способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения.

### **1.2 Задачи дисциплины**

#### **Задачи освоения дисциплины.**

- освоить конечно-элементные и сеточные методы аппроксимации решений физико-математических задач;
- изучить приемы программирования, визуализации и анализа численного решения задач математической физики численными методами.
- поднять общий уровень исследовательской, математической и программистской культуры обучающихся.
- выработать умения использовать справочные материалы и пособия в своей профессиональной деятельности.

### **1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.**

Дисциплина «Основы сеточных методов» относится к вариативной части профессионального цикла и является естественным продолжением читаемых ранее курсов по программированию и современному анализу.

Для освоения дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками по дисциплинам «Математический анализ» (Б1.О.04), «Алгебра и аналитическая геометрия» (Б1.О.05), «Дифференциальные уравнения»(Б1.О.09), «Уравнения математической физики» (Б1.О.25), «Численные методы» (Б1.О.13), Методы программирования (Б1.О.08) (специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика, бакалавриат)

### **1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.**

Программа определяет общий объем знаний, позволяющий сформировать у студента культуру решения как простых вспомогательных задач, так и умения программировать и решать задачи математического моделирования сложных физических явлений, владение общими принципами построения вычислительных алгоритмов, написания и отладки компьютерных программ.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Основы сеточных методов»:

№ п.п	Код и наимено- вание компетен- ции	Индикаторы достижения компетенции		
		знает	умеет	владеет
1.	ПК-2: Способен эффективно планировать необходимые ресурсы и этапы выполнения работ в области математического моделирования и информационно-коммуникационных технологий, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции	основные методы математического и компьютерного моделирования, особенности работы с конечно-элементными пакетами, справочными пособиями и технической и математической литературой по численным и сеточным методам	Использовать знания современного математического аппарата для решения математических и прикладных задач, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции; подготавливать справочные материалы и описания программных комплексов для численного анализа с помощью сеточных методов.	навыками применения знаний по современному математическому аппарату для решения математических задач, способностями эффективно планировать необходимые ресурсы для проектирования и организации вычислений; навыками подготовки отчеты о результатах исследовательских и профессиональных работ.
2.	ПК-3: Способен эффективно применять алгоритмические и программные решения в области информационно-коммуникационных технологий, а также участвовать в их проектировании и разработке	основные понятия, положения и приемы метода конечных элементов как одного из самых эффективных методов моделирования и численного анализа	реализовывать элементы алгоритмов или математических моделей для метода конечных элементов в виде компьютерных программ;	навыками анализа программного кода с точки зрения его адекватности той математической модели, которую он реализует и его вычислительной сложности, вывода, интерпретации и анализа численных результатов

## **2. Структура и содержание дисциплины.**

### **2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач.ед. (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		3 семестр
<b>Контактная работа (всего), в том числе:</b>		
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	42	42
В том числе:		
Занятия лекционного типа	14	14
Лабораторные занятия	28	28
<b>Иная контактная работа</b>		
В том числе:		
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
<b>Самостоятельная работа, в том числе:</b>		
Проработка учебного материала	15	15
Выполнение индивидуальных заданий	40,8	40,8
Подготовка к текущему контролю	10	10
<b>Контроль</b>		
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>час.</b>	<b>108</b>
	<b>в том числе контактная работа</b>	<b>148,5</b>
	<b>зач. ед</b>	<b>3</b>

### **2.2 Структура дисциплины:**

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины, разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре (*очная форма*)

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛР	
1	2	3	4	6	7
1.	Вариационные и проекционные методы аппроксимации	8,4	2	2	4,4
2.	Метод конечных элементов для решения одномерных задач	26	3	8	15,0

3.	Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики	25	4	6	15,0	
4.	Метод конечных элементов с полиномиальной аппроксимацией высокого порядка.	24,4	3	6	15,4	
5.	Конечно-элементные пакеты	24	2	6	16	
	Всего по разделам дисциплины:	107,8	14	28	65,8	
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2				
	<i>Итого по дисциплине:</i>	<b>108</b>	<b>14</b>	<b>28</b>	<b>65,8</b>	

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента; ИКР – иная контактная работа

### **2.3 Содержание разделов дисциплины:**

#### **2.3.1 Занятия лекционного типа.**

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
			1
1	Вариационные и проекционные методы аппроксимации	Задача минимизации невязки; слабая постановка задачи и обобщенные решения; вариация, функционал энергии, метод Ритца, метод наименьших квадратов; проекционные методы Галеркина, метод коллокаций.	Устный опрос
2	Метод конечных элементов для решения одномерных задач	Понятие о конечном элементе, функции формы; слабая постановка; одномерный элемент с кусочно-линейными базисными функциями; элементная матрица, ансамблирование, матрица жёсткости; решение систем уравнений ленточного типа.	Устный опрос
3	Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики	Триангуляция, линейный треугольный элемент и применение четырехугольных элементов в задачах аппроксимации; решение двумерных задач теплопроводности и волновых задач упругости.	Устный опрос
4	Метод конечных элементов с полиномиальной аппроксимацией высокого порядка.	Полиномы Гаусса-Лобатто; аппроксимация на конечных элементах, квадратурные формулы и элементная матрицы жёсткости одномерного спектрального элемента.	Устный опрос
5	Конечно-элементные пакеты	Разработка конечно-элементных моделей в специализированных пакетах программ	Устный опрос

#### **2.3.2 Занятия семинарского типа – не предусмотрены.**

### **2.3.3 Лабораторные занятия.**

№	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1		3	4
1.	1	Вариационные методы аппроксимации и Проекционные методы Галеркина	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индивидуальных заданий.
2.	2	Одномерный конечный элемент с кусочно-линейными базисными функциями	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индивидуальных заданий.
3.	2	Программирование элементных матриц и матриц жесткости для краевых задач одномерного уравнения Гельмгольца	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индивидуальных заданий.
4.	2	Программная реализация и решение разрешающих уравнений	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индивидуальных заданий.
5.	2	Анализ сходимости решения краевых задач методом конечных элементов	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
6.	3	Триангуляция и линейный треугольный конечный элемент; Элементные матрицы и матрица жесткости для краевых задач на плоскости.	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
7.	3	Программная реализация и приемы решения разрешающих систем линейных уравнений для конечных элементов на плоскости	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
8.	3	Анализ сходимости метода конечных элементов на треугольных сетках.	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.

9.	4	Аппроксимация функций ортогональными полиномами Лежандра и Лобатто; полиномы Гаусса-Лобатто и квадратурные формулы Гаусса-Лежандра-Лобатто	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
10	4	Одномерный конечный элемент высокого порядка точности в глобальных и локальных координатах	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
11	4	Программная реализация и численный анализ решения одномерных задач с кусочно-линейной и полиномиальной аппроксимацией	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
12	5	Разработка проектов в пакетах программ, реализующих конечно-элементные методы	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
13	5	Решение одномерных задач в конечно-элементных пакетах	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.
14	5	Решение двумерных и трехмерных задач в конечно-элементных пакетах	Проверка выполнения практических индивидуальных заданий.

#### 2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
2	Подготовка к лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
3	Подготовка к решению задач	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.

		тиki ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
4	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

### **3. Образовательные технологии.**

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные лекции, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой и др. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематический обзор понятий и методов Комплексного анализа с подачей материала в форме презентаций и с использованием других интерактивных технологий: проблемное обучение, моделирование, дискуссия.

#### **Занятия, проводимые с использованием интерактивных технологий**

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов	
		всего ауд. часов	интерактивные часы
1	2	3	4
1.	Вариационные и проекционные методы аппроксимации	8,4	1
2.	Метод конечных элементов для решения одномерных задач	26	3
3.	Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики	25	4
4.	Метод конечных элементов с полиноминальной аппроксимацией высокого порядка.	24,4	3
5.	Конечно-элементные пакеты	24	2
<i>Итого по дисциплине:</i>		107,8	14

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач, развить математическую интуицию и творческое мышление. Разбор конкретных ситуаций, математическое моделирование за-

дач, встречающихся на практике (проблемное обучение), командная работа, визуализация и обсуждение результатов анализа широко используется при проведении лабораторных, а также самостоятельных работ.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием возможностей средств удаленного доступа (электронная почта, видеоконференция).

#### **4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

Текущий контроль знаний студентов представляет собой:

- выполнение расчетно-графических заданий;

##### **4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.**

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля выполнения заданий, лабораторных работ, средств для промежуточной аттестации (зачета)

Оценка успеваемости осуществляется по результатам:

- выполнения лабораторных работ;
- оценки, выставляемой при сдаче индивидуальных заданий;

Зачет выставляется по результатам выполненных индивидуальных заданий и текущей работы на лабораторных занятиях.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Вариационные и проекционные методы аппроксимации	ПК-2	Отчет по лабораторной работе №1	Вопросы к зачету 1,2
2	Метод конечных элементов для решения одномерных задач	ПК-2, ПК-3	Отчеты по лабораторным работам №2-5	Индивидуальное задание № 1 Вопросы к зачету 3,4
3	Метод конечных элементов решения двумерных и трехмерных задач математической физики	ПК-2, ПК-3	Отчеты по лабораторным работам №5-8	Индивидуальное задание № 2 Вопросы к зачету 5,6
4	Метод конечных элементов с полиноминальной аппроксимацией высокого порядка.	ПК-2, ПК-3	Отчеты по лабораторным работам №9-11	Индивидуальное задание № 3 Вопросы к зачету 7,8
5	Конечно-элементные пакеты	ПК-3	Отчеты по лабораторным работам №12-14	Вопросы к зачету 9,10

### Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенций	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый
	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично /зачтено
ПК-2: Способен эффективно планировать необходимые ресурсы и этапы выполнения работ в области математического моделирования и информационно-коммуникационных технологий, составлять на высоком уровне соответствующие технические описания и инструкции	Знает – базовые понятия и методы дисциплины, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного и профессионального цикла;	Знает – основные методы и понятия, изучаемые в дисциплине, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного и профессионального цикла;	Знает - основные методы, понятия, изучаемые в дисциплине, сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного и профессионального цикла;

	<p><i>Умеет</i> – решать базовые задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, сформулированные в терминах данной математической дисциплины, применять основные методы решения; использовать графические и текстовые редакторы, а также составлять научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ</p>	<p><i>Умеет</i> - решать основные задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, сформулированные в терминах данной математической дисциплины, применять основные и продвинутые методы решения; использовать графические и текстовые редакторы, а также визуализировать полученные результаты, составлять научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ</p>	<p><i>Умеет</i> – формулировать в терминах данной математической дисциплины задачи, встречающиеся в практике профессиональной деятельности, решать их с помощью основных и продвинутых методов; использовать графические и текстовые редакторы, а также визуализировать полученные результаты, составлять на высоком уровне научно-технические отчеты, инструкции и описание разработанных программ по ГОСТ</p>
	<p><i>Владеет</i> отдельными методами применения математических методов, рассмотренных в рамках дисциплины, для решения профессиональных задач; навыками составления технических описаний и инструкций</p>	<p><i>Владеет</i> основными методами применения математических методов, рассмотренных в рамках дисциплины, для решения профессиональных задач; навыками составления научно-технических описаний и инструкций</p>	<p><i>Владеет</i> методами применения полученных знаний в постановке и решении прикладных задач; навыками составления научно-технических описаний и инструкций</p>
ПК-3: Способен эффективно применять алгоритмические и программные решения в области информационно-коммуникационных технологий, а также участвовать в их проектировании и разработке	<p><i>Знает</i> – базовые методы, понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине, формулировки и утверждений; методы алгоритмизации математической модели, разработки соответствующих компьютерных программ на высоком уровне</p>	<p><i>Знает</i> – основные методы, основные понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине; методы алгоритмизации математической модели, разработки соответствующих компьютерных программ на высоком уровне</p>	<p><i>Знает</i> - основные методы, основные понятия, определения и свойства математических объектов, изучаемых в дисциплине, формулировки утверждений, методы их доказательства; знаком с нестандартными подходами к решению задач; методы алгоритмизации математической модели, разработки соответствующих компьютерных программ на высоком уровне</p>

	<i>Умеет</i> – формулировать базовые утверждения, решать базовые задачи дисциплины; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты	<i>Умеет</i> - формулировать и доказывать базовые утверждения дисциплины, решать основные задачи дисциплины, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты.	<i>Умеет</i> - формулировать и доказывать основные утверждения дисциплины, решать основные и продвинутые задачи, применять полученные навыки в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла; проводить доказательства нестандартным путем; программировать разработанные алгоритмы на языках высокого уровня, проводить расчеты и анализировать полученные результаты
	<i>Владеет</i> – методами решения базовых задач и базовыми понятиями, рассматриваемые в дисциплине, а также методами разработки программных проектов. Способен работать в команде разработчиков.	<i>Владеет</i> - методами решения задач, а также методами разработки программных комплексов, навыками применения этого в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла. Способен работать в команде разработчиков.	<i>Владеет</i> - методами решения задач, а также методами разработки программных комплексов, навыками применения этого в других областях и дисциплинах естественно-научного цикла. Способен работать в команде разработчиков в качестве лидера. Демонстрирует дополнительные знания и эрудицию.

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### 4.1.1. Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ

Для успешного выполнения лабораторной работы обучающемуся следует ознакомиться с теоретической частью дисциплины по теме лабораторной работы, изложенной в лекциях. Для углубленного понимания теоретического материала могут быть использованы источники, указанные в списке основной литературы [1-4], дополнительной [5-7].

Критерием должной подготовки студентов к выполнению лабораторных работ являются приобретенные знания, позволяющие безошибочно ответить на вопросы, сформулированные по каждой теме лабораторных работ. Для приобретения должных навыков к решению задач предполагается решение задач на лабораторных занятиях в учебных аудиториях под руководством преподавателя. Закрепление приобретенных навыков осуществляется внеаудиторным самостоятельным решением студентом задач. Номера задач для решения в аудитории и дома указаны к каждой лабораторной работе.

#### 4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

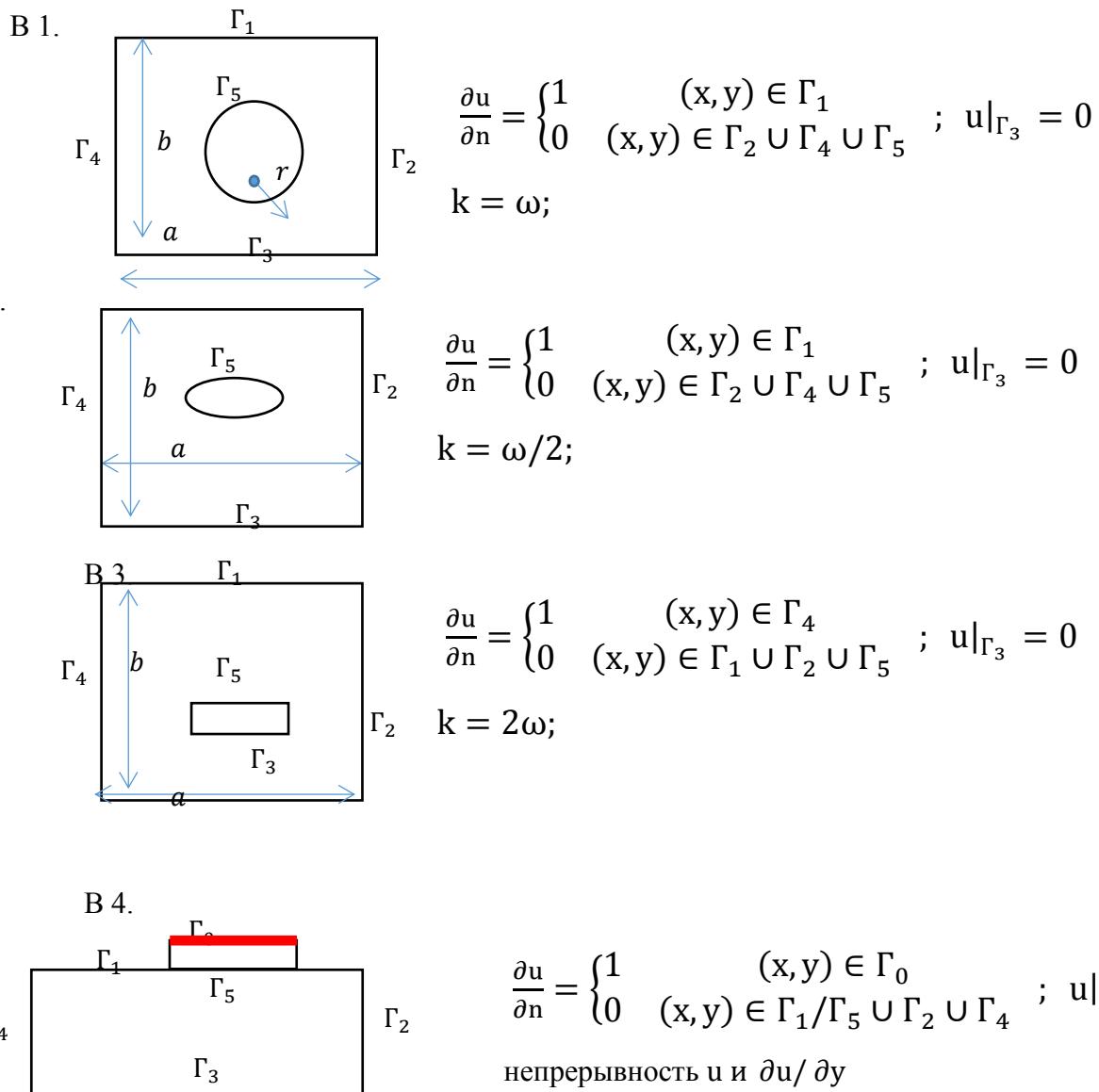
Промежуточный контроль осуществляется в конце семестра в форме зачета.

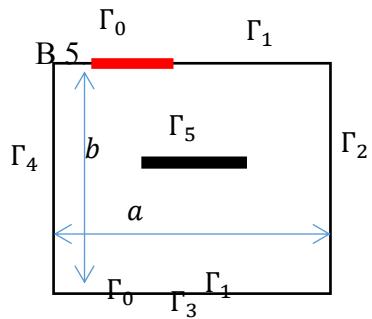
#### Образцы расчетно-графических заданий к лабораторным работам

- 1) Разработать алгоритм и компьютерную вычислительную программу для решения краевой задачи для гармонических колебаний струны методом конечных элементов с кусочно-линейной аппроксимацией; найти точное аналитическое решение, сравнить его с приближенным, исследовать сходимость решения в зависимости от частоты колебаний  $\omega$ :

- B 1.  $u''(x) + k^2 u(x) = x^2, \quad u(0) = 1, \quad u'(1) = 0, \quad k = \omega/2$   
 B 2.  $u''(x) + k^2 u(x) = 2x, \quad u'(0) = 1, \quad u(1) = 0, \quad k = \omega/3$   
 B 3.  $u''(x) + k^2 u(x) = 2x-1, \quad u(0) = 2, \quad u'(1) = 0, \quad k = \omega/3$   
 B 4.  $u''(x) + k^2 u(x) = \frac{x^2}{2}, \quad u'(0) = 1, \quad u(1) = 0, \quad k = \omega/4$   
 B 5.  $u''(x) + k^2 u(x) = e^x, \quad u(0) = 1, \quad u(1) = 0, \quad k = \omega$   
 B 6.  $u''(x) + k^2 u(x) = e^{-x}, \quad u'(0) = 1, \quad u(1) = 0, \quad k = \omega/2$   
 B 7.  $u''(x) + k^2 u(x) = x(1-x), \quad u'(0) = 1, \quad u(1) = 0, \quad k = \omega/2$   
 B 8.  $u''(x) + k^2 u(x) = x(1-x^2), \quad u(0) = 1, \quad u'(1) = 0, \quad k = \omega$   
 B 9.  $u''(x) + k^2 u(x) = x^3, \quad u'(0) = 2, \quad u'(1) = 0, \quad k = \omega$   
 B 10.  $u''(x) + k^2 u(x) = \cos x, \quad u(0) = 1, \quad u'(1) = 0, \quad k = \omega$

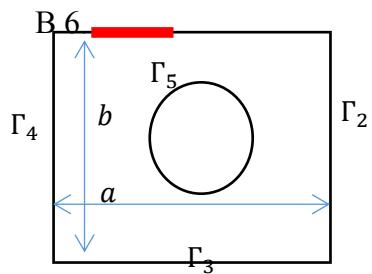
2) Разработать алгоритм и компьютерную программу для численного решения уравнения Гельмгольца  $\Delta u(x, y) + k^2 u(x, y) = 0$  в области  $\Omega$  (ограниченная линиями  $\Gamma_k$ ) методом конечных элементов с триангуляцией кусочно-линейными функциями; исследовать численную сходимость решения. Границные условия и волновые числа даны в соответствии с вариантом:





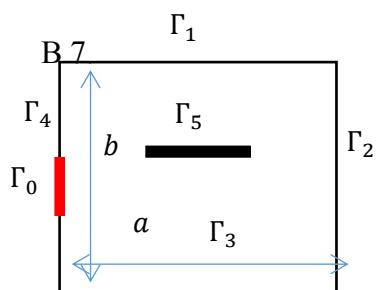
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases}; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = \omega;$



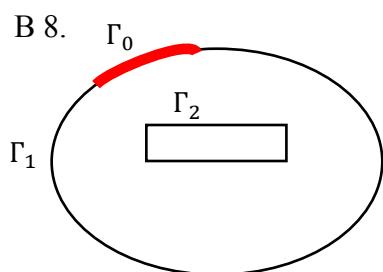
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases}; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = 2\omega;$



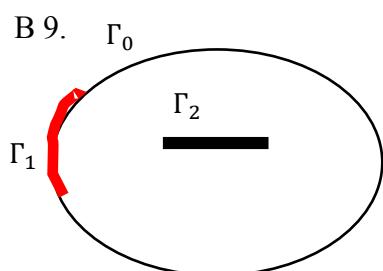
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4/\Gamma_0 \end{cases}; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

$k = 0.5\omega;$



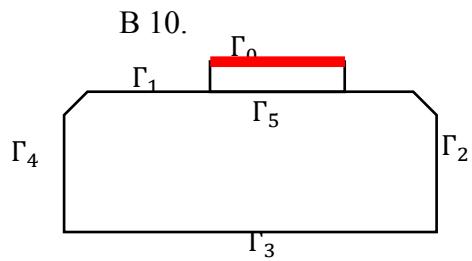
$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \end{cases}$$

$k = 0.5\omega;$



$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1/\Gamma_0 \cup \Gamma_2 \end{cases}$$

$k = 2\omega;$



$$\frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} 1 & (x, y) \in \Gamma_0 \\ 0 & (x, y) \in \Gamma_1/\Gamma_5 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \end{cases}; \quad u|_{\Gamma_3} = 0$$

непрерывность  $u$  и  $\partial u / \partial y$

- 3) Разработать алгоритм и компьютерную вычислительную программу для решения краевой задачи для гармонических колебаний струны методом конечных элементов с аппроксимацией полиномами Гаусса-Лежандра-Лобатто, параметры задач см. в соответствующем варианте задания 1.
- 4) В среде конечно-элементного пакета разработать проекты решения задач из задания 1 и 2. Сравнить результаты работы собственной программы и конечно-элементного пакета.

По результатам работы необходимо подготовить итоговый отчет, включающий в себя описания постановки задачи, метода решения, а также и анализа численного анализа и выводы по результатам выполнения лабораторной работы

### **Критерии выставления оценок.**

#### **Оценка «отлично»:**

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;
- точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;
- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;
- творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

#### **Оценка «хорошо»:**

- достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;
- умение ориентироваться в основном теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;
- использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;
- средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

#### **Оценка «удовлетворительно»:**

- достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;
- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;

- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;
- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;
- умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;
- работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;
- достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «неудовлетворительно»:

- фрагментарные знания по дисциплине;
- отказ от ответа (выполнения письменной работы);
- знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;
- неумение использовать научную терминологию;
- наличие грубых ошибок;
- низкий уровень культуры исполнения заданий;
- низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

## **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **5.1 Основная литература:**

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. — Электрон. дан. — Москва : Издательство "Лаборатория знаний", 2015. — 243 с. — ISBN 978-5-9963-2980-9 - [Электронный ресурс]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70743> (06.04.2018).

2. Срочко, В.А. Численные методы. Курс лекций: учебник / В.А. Срочко.— М : Издательство "Лань", 2010. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1014-9. — [Электронный ресурс]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/378> (06.04.2018).

3. Зализняк, В. Е. Численные методы. Основы научных вычислений : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 356 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02714-3. — URL: <https://biblio-online.ru/book/9D9516CB-A065-4497-9062-5D8C77D8E644/chislennye-metody-osnovy-nauchnyh-vychisleniy>

4. Голуб М. В., Фоменко С. И., Шпак А. Н. Метод спектральных конечных элементов в задачах математической физики: учеб. пособие. Краснодар: Кубан-ский гос. ун-т, 2015.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань».

### **5.2 Дополнительная литература:**

5. Ю.А. Сагдеева, С.П. Копысов, А.К. Новико. Введение в метод конечных элементов: метод. пособие. Ижевск: Изд-во "Удмуртский университет". 2011. 44с
6. Попонин В. Метод спектральных элементов на неструктурированной сетке в вычислительной механике. Томск.: Изд-во Томского государственного университета, 2009.— С. 143.
7. Огородников А.С. Моделирование в среде MatLab - COMSOL 3.5a. Часть 1. Учебное пособие.-Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012.– 104 с.

### **5.3. Периодические издания:**

1. Журнал "Вычислительная механика сплошных сред"  
<http://www2.icmm.ru/journal/>

## **6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <https://e.lanbook.com/> (Электронно-библиотечная система)
2. Российская система прочностного анализа на основе метода спектральных конечных элементов Fidesys <http://www.cae-fidesys.com/ru/about/info>
3. Конечно-элементный пакет COMSOL Multiphysics:  
<https://www.comsol.com/comsol-multiphysics>

## **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями и методами Комплексного анализа и навыками их применением в решении практических задач.

Важнейшим этапом является самостоятельная работа по дисциплине. Целью самостоятельной работы магистра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоре-

тического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

Отчет по выполнению лабораторной работы и индивидуальных расчетно-графических заданий должен быть подготовлен в соответствии с ГОСТ 7.32-2001 и содержать:

- титульный лист;
- введение;
- постановку задачи;
- краткое описание последовательного алгоритма;
- подробное описание параллельного алгоритма;
- текст разработанной программы на выбранном языке программирования;
- тестовые примеры и результаты тестирования программы: оценка ускорения и эффективности разработанного параллельного алгоритма, оптимальные размеры входных данных на которых достигается максимум ускорения при различном числе узлов вычислительной системы и др.;
- заключение
- список использованной литературы.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнении практических заданий по разобранным во время аудиторных занятий примерам.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список задач и вопросов коллоквиума) и итоговой аттестации (зачета, экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

**8.1 Перечень информационных технологий.**

Информационные технологии – не предусмотрены.

## **8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.**

Программное обеспечение - не предусмотрено.

## **8.3 Перечень информационных справочных систем:**

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>)
2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (<http://www.biblioclub.ru>)
3. ЭБС Издательства «Лань» <http://e.lanbook.com/> ООО Издательство «Лань»
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru) ООО «Директ-Медиа»

**Перечень договоров ЭБС (за период, соответствующий сроку получения образования по ООП)**

<b>Учебный год</b>	<b>Наименование документа с указанием реквизитов</b>	<b>Срок действия документа</b>
2018/2019	ЭБС Издательства «Лань» <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> ООО Издательство «Лань» Договор № 99 от 30 ноября 2017 г. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <a href="http://www.biblioclub.ru">www.biblioclub.ru</a> ООО «Директ-Медиа» Договор № 0811/2017/3 от 08 ноября 2017 г.	С 01.01.18 по 31.12.18 С 01.01.18 по 31.12.18

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

<b>№</b>	<b>Вид работ</b>	<b>Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность</b>
1.	Лекционные занятия	Лекционные аудитории, оснащенные презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО): А305, 133.
2.	Лабораторные занятия	Аудитории для проведения лабораторных и практических занятий, оснащенные учебной мебелью (столы, стулья), соответствующей количеству студентов, доской: 133, 149, 150.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитории А305, 133, 150, 148, . оснащенные учебной мебелью (столы, стулья), презентационной техникой для проведения групповых и индивидуальных консультаций
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитории А305, 133. оснащенные учебной мебелью (столы, стулья)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета: 102-А, а также студенческий читальный зал библиотеки КубГУ (к.109С) и зал доступа к электронным ресурсам и каталогам (к. А213).