Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования –
первый проректор

_____ Хагуров Т. А.

31 мая 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.09.02
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Направление подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

«Математическое и компьютерное моделирование»

Форма обучения очная

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «Дополнительные главы экономико-математических методов» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень высшего образования: бакалавриат)

Программу составил:
доцент, канд. физ.-мат. наук,

Марковский А. Н. _____

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры
математических и компьютерных методов,
протокол № 11 от 15.04.2019.

И. о. заведующего кафедрой математических и компьютерных методов

Лежнев А. В. _____

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры
математических и компьютерных методов,
протокол № 11 от 15.04.2019.

И. о. заведующего кафедрой математических и компьютерных методов

Лежнев А. В. _____

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии
факультета математики и компьютерных наук,
протокол № 2 от 24.04.2019

Председатель УМК
факультета математики и компьютерных наук

Титов Г. Н. _____

Рецензенты:

Савенко И. В., коммерческий директор ООО «РосГлавВино»

Никитин Ю. Г., доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины «Дополнительные главы экономико-математических методов» являются: формирование углубленных знаний по фундаментальной линейной алгебре и сингулярному матричному анализу; рассмотрение приложений к актуальным экономическим задачам линейного программирования.

1.2 Задачи дисциплины.

Получение базовых теоретических сведений решения экстремальных задач на множествах *n*-мерного векторного пространства, задаваемых системами линейных уравнений и неравенств; решение задач линейного и дробно-линейного программирования; построение алгоритмов решения задач линейного и дробно-линейного программирования и их реализация в системе компьютерной алгебры (MathCAD), визуализация полученных результатов, проведение численных экспериментов.

При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения задач алгебры и теории математического программирования, в частности, дробно линейного программирования.

Получаемые знания лежат в основе математического образования и служат развитию навыков математического и компьютерного моделирования, вычислительного эксперимента, применения численных методов и программных комплексов.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Дополнительные главы экономико-математических методов» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б.1 «Дисциплины (модули)» и является дисциплиной для изучения по выбору.

Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении общих и специальных курсов, при выполнении курсовых и выпускных квалификационных работ, связанных с применением компьютерных технологий.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся компетенций

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
1.	ПК-1	способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	информационно-коммуникационные технологии	решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры	навыками стандартные задачи профессиональной деятельности

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	**уметь**	**владеть**
2	ПК-3	способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	методы математического и алгоритмического моделирования	использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	навыками математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа, из них – 48 часа аудиторной нагрузки: лекционных 24 часов, лабораторных 24 часа; 21,8 часов самостоятельной работы; 2 часов КСР), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)
			8-й
Контактная работа, в том числе:		**50,2**	**50,2**
Аудиторные занятия (всего)		**48**	**48**
Занятия лекционного типа		24	24
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		–	–
Лабораторные занятия		24	24
Иная контактная работа:			
Контроль самостоятельной работы (КСР)		2	2
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:		21,8	21,8
Проработка учебного (теоретического) материала		21,8	21,8
Подготовка к текущему контролю		–	–
Общая трудоемкость	**час.**	**72**	**72**
	в том числе контактная работа	**50,2**	**50,2**
	зач. ед.	**2**	**2**

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины.

Разделы дисциплины, изучаемые в 8 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов					
		Всего	Аудиторная работа			КСР	Самостоятельная работа
			Л	ПЗ	ЛР		
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Линейные модели	8,8	3		3		2,8
2.	Выпуклые многогранники и линейные неравенства	20	7		7		6
3.	Сингулярное разложение матриц	21	7		7		7

4.	Свойства сингулярного разложения матриц	22	7		7	2	6
	Итого по дисциплине:	72	24		24	2	21,8

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины:

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
8-й семестр			
1	Линейные модели	Линейное программирование; примеры линейных моделей; различные формы задач линейного программирования и их эквивалентность; проблема отыскания численного решения задачи линейного программирования	
2	Выпуклые многогранники и линейные неравенства	Геометрическая интерпретация задач линейного программирования; выпуклые множества и теоремы о разделяющей гиперплоскости; многогранные выпуклые множества; структура допустимых множеств задач линейного программирования; эквивалентность двух определений выпуклого многогранного множества; неравенства	
3	Сингулярное разложение матриц	Сингулярные числа и сингулярные векторы; полярное разложение; выводы из сингулярного разложения; сингулярное разложение и решение систем; метод наименьших квадратов; псевдообратная матрица; наилучшие аппроксимации с понижением ранга; расстояние до множества вырожденных матриц; общий вид инвариантных норм	
4	Свойства сингулярного разложения матриц	Разделение собственных значений эрмитовой матрицы; вариационные свойства собственных значений; возмущения собственных значений; соотношения разделения; критерий неотрицательной определенности; вариационные свойства сингулярных чисел; разделение сингулярных чисел	

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа не предусмотрены

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3
5-й семестр		
1	Линейное программирование	ЛР
2	Примеры линейных моделей	ЛР

3	Различные формы задач линейного программирования и их эквивалентность	ЛР
4	Проблема отыскания численного решения задачи линейного программирования	ЛР
5	Геометрическая интерпретация задач линейного программирования	ЛР
6	Выпуклые множества и теоремы о разделяющей гиперплоскости	ЛР
7	Многогранные выпуклые множества	ЛР
8	Структура допустимых множеств задач линейного программирования	ЛР
9	Эквивалентность двух определений выпуклого многогранного множества	ЛР
10	Линейные неравенства	ЛР
11	Сингулярные числа и сингулярные векторы	ЛР
12	Полярное разложение	ЛР
13	Выводы из сингулярного разложения	ЛР
14	Сингулярное разложение и решение систем	ЛР
15	Метод наименьших квадратов	ЛР
16	Псевдообратная матрица	ЛР
17	Наилучшие аппроксимации с понижением ранга	ЛР
18	Расстояние до множества вырожденных матриц	ЛР
19	Общий вид унитарно инвариантных норм	ЛР
20	Разделение собственных значений эрмитовой матрицы	ЛР
21	Вариационные свойства собственных значений	ЛР
22	Возмущения собственных значений	ЛР
23	Соотношения разделения	ЛР
24	Критерий неотрицательной определенности	ЛР
25	Вариационные свойства сингулярных чисел	ЛР
26	Разделение сингулярных чисел	ЛР

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка учебного (теоретического) материала	Литература из основного и дополнительного списков
2	Подготовка к текущему контролю	Образцы программ по темам лабораторных занятий в электронном виде

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в форме электронного документа,

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

Лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, зачет.

Разбор практических задач и примеров, моделирование ситуаций, приводящих к тем или иным ошибкам в программе, выработка навыков выявления и исправления ошибок в процессе написания программы. Построение тестовых примеров для выявления ошибок в программе и сравнения эффективности различных алгоритмов.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля.

Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету:

1. Линейные модели;
2. Линейное программирование;
3. Примеры линейных моделей;
4. Различные формы задач линейного программирования и их эквивалентность;
5. Проблема отыскания численного решения задачи линейного программирования;
6. Выпуклые многогранники и линейные неравенства;
7. Геометрическая интерпретация задач линейного программирования;
8. Выпуклые множества и теоремы о разделяющей гиперплоскости;
9. Многогранные выпуклые множества;
10. Структура допустимых множеств задач линейного программирования;
11. Эквивалентность двух определений выпуклого многогранного множества;
12. Линейные неравенства;
13. Сингулярное разложение матриц;
14. Сингулярные числа и сингулярные векторы;
15. Полярное разложение;
16. Выводы из сингулярного разложения;
17. Сингулярное разложение и решение систем;
18. Метод наименьших квадратов;
19. Псевдообратная матрица;
20. Наилучшие аппроксимации с понижением ранга;
21. Расстояние до множества вырожденных матриц;
22. Общий вид унитарно инвариантных норм;
23. Свойства сингулярного разложения матриц;
24. Разделение собственных значений эрмитовой матрицы;
25. Вариационные свойства собственных значений;
26. Возмущения собственных значений;
27. Соотношения разделения;
28. Критерий неотрицательной определенности;
29. Вариационные свойства сингулярных чисел;

Полный набор всех вариантов оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и вопросов к зачету приводится в ФОС (Фонде оценочных средств), который оформлен как отдельное приложение к рабочей программе.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации.

1. Найти сингулярное разложение $(2\times n)$ матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$

2. Дана квадратная матрица с нормой $\|A\|_2 \le 1$. Докажите, что существует квадратные матрицы B, C, D такие, что матрица $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ является унитарной.

3. Пусть $A = A^T \in C^{n\times n}$. Докажите, что матрица A обладает сингулярным разложением $A = V\Sigma U^*$ с дополнительным условием $U^* = V^T$.

4. Найти нормальное псевдорешение несовместной системы $\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1, \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0. \end{cases}$

5. Пусть A произвольная прямоугольная матрица и A^+ – ее псевдообратная матрица. Докажите что выполняются соотношения $(AA^+)^* = AA^+$, $(A^+A)^* = A^+A$, $AA^+A = A$, $A^+AA^+ = A^+$. Докажите, что A^+ – единственная матрица, удовлетворяющая этой системе уравнений.

6. Пусть $s_1 \ge s_2 \ge \dots \ge s_n$ – сингулярные числа $(n\times n)$-матрицы

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & & & 0 \\ & 1 & 2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 2 \\ 0 & & & & 1 \end{pmatrix}$, Докажите, что $1 \le s_{n-1} \le \dots \le s_1 \le 3$ и кроме того, $0 < s_n < 2^{-n+1}$.

7. Дана эрмитова матрица H и столбец b. Докажите неравенство

$$\left\| \begin{pmatrix} H & b \\ b^* & 0 \end{pmatrix} \right\|_2 \le \frac{\|H\|_2 + \sqrt{\|H\|_2^2 + 4\|b\|_2^2}}{2}.$$

8. Пусть $s_1 \ge s_2 \ge \dots \ge s_n$ – сингулярные числа $(n\times n)$-матрицы

$A = \begin{pmatrix} 1 & a_1 & & & 0 \\ & 1 & a_2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & a_{n-1} \\ 0 & & & & 1 \end{pmatrix}$, $a_1 a_2 \dots a_{n-1} > 0$. Докажите, что $0 < s_n < \dfrac{1}{a_1 a_2 \dots a_{n-1}}$.

9. Пусть A_k – ведущая подматрица порядка k эрмитовой матрица A порядка n. Докажите, что если в последовательности: 1, $|A_1|$, …, $|A_n|$ нет нулей, то число перемен (совпадений) знака соседних членов равно числу отрицательных (положительных) собственных значений матрицы A.

10. Пусть $A \in C^{n\times n}$ и $f_k(A) = s_1(A) + ... + s_k(A)$. Докажите, что для любого $1 \le k \le n$ функция $f_k(A)$ является матричной нормой на $C^{n\times n}$.

11. Докажите, что для любой квадратной матрицы A наименьшее собственное значение ее эрмитовой части $H = (A + A^*)/2$ не больше наименьшего сингулярного числа матрицы A.

Для получения зачёта студент должен выполнить и сдать преподавателю полученные практические семестровые задания.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

5.1 Основная литература:

1. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учеб. / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 736 с. — ISBN 978-5-8114-0317-2 — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/400

2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 1. Основы алгебры. – 273 с. – ISBN 978-5-94057-453-8 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах.

5.2 Дополнительная литература:

1) Кажикин, В.В. Проблемы макроэкономического равновесия в современной экономической теории / В.В. Кажикин. - Москва : Лаборатория книги, 2011. - 103 с. - ISBN 978-5-504-00295-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=141505

2) Королев А. В. Экономико-математические методы и моделирование : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. В. Королев. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 280 с. — ISBN 978-5-534-00883-8.- [Электронный ресурс]. – URL: https://biblio-online.ru/book/6D79329C-E5ED-4CEC-B10E-144AE1F65E43/ekonomiko-matematicheskie-metody-i-modelirovanie

3) Федосеев, В.В. Математическое моделирование в экономике и социологии труда: методы, модели, задачи : учебное пособие / В.В. Федосеев. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 167 с. : табл., граф., схемы - Библиогр. в кн. - ISBN 5-238-01114-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114723

4) Экономическая теория: макроэкономика– 1, 2, метаэкономика, экономика трансформаций : учебник / Г.П. Журавлева, Д.Г. Александров, В.В. Громыко и др. ; под общ. ред. Г.П. Журавлевой. – 3-е изд. – М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. – 919 с. – ISBN 978-5-394-01290-7 –[Электронный ресурс]. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453883

5.3. Периодические издания:

1) Вычислительные методы и программирование. Электронный научный журнал НИВЦ МГУ (Научно-исследовательский вычислительный центр Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова) http://num-meth.srcc.msu.ru.
2) Сибирские электронные математические известия, электронный научный журнал института математики им. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, http://semr.math.nsc.ru/indexru.html.

6. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля).

1. Электронно-библиотечная система Издательства «Лань» http://e.lanbook.com.
2. Список литературы по MathCAD. Образовательный математический сайт: http://www.exponenta.ru/soft/mathcad/mathcad_book.asp

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, рассматриваются основные приёмы решения задач и решаются примеры практических задач.

На лабораторных занятиях студенты, решая семестровые задания, приобретают практические навыки применения компьютерных пакетов, написания и отладки программ, программной реализации алгоритмов теории аппроксимации.

Важнейшим этапом курса является самостоятельная работа по дисциплине «Дополнительные главы экономико-математических методов», во время которой студенты осуществляют проработку необходимого материала, используя литературу из основного и дополнительного списков, готовятся к текущему контролю, изучая примеры задач, рассмотренных на лекциях и на практических занятиях, и образцы программ по темам лабораторных занятий (выдаются студентам в электронном виде).

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

8.1 Перечень информационных технологий.

Освоение курса «Дополнительные главы экономико-математических методов» предполагает теоретическое изучение компьютерных технологий и проведение практических занятий с использованием компьютера.

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения.

Пакет компьютерной (символьной) алгебры MATHCAD 14.

8.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Очков В.Ф. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 369 с.
2. Мурашкин В. Г. Инженерные и научные расчеты в программном комплексе MathCAD: учебное пособие. – Самара: СГАСУ, 2011. – 84 с. - доступно: www.biblioclub.ru – Университетская библиотека ONLINE.
3. Список литературы по MathCAD. Образовательный математический сайт: http://www.exponenta.ru/soft/mathcad/mathcad_book.asp.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория
2.	Лабораторные занятия	Лаборатория, укомплектованная компьютерами для работы студентов и компьютером для преподавателя, подключенным к интерактивной доске.
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Лаборатория, укомплектованная компьютерами для работы студентов и компьютером для преподавателя, подключенным к интерактивной доске.
4.	Самостоятельная работа	Лаборатория, укомплектованная компьютерами для работы студентов