

Министерство науки и высшего образования российской федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор

Хатуров Т. А.

подпись

« 31 » мая 2019 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Б1.В.ДВ.06.02 ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МАТРИЧНЫХ ИГР**

Направление подготовки	02.03.01 Математика и компьютерные науки
Направленность (профиль)	Алгебра, теория чисел и дискретный анализ
Форма обучения	очная
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.06.02 Введение в теорию матричных игр в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Программу составила:
И.В. Сухан, старший преподаватель


подпись

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры вычислительной математики и информатики
протокол № 13 « 18 » апреля 2019 г.
Заведующий кафедрой (разработчик) Гайденок С.В.


подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры функционального анализа и алгебры
протокол № 9 « 12 » апреля 2019 г.
Заведующий кафедрой (выпускающей) Барсукова В.Ю.


подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
протокол № 2 « 24 » апреля 2019 г.
Председатель УМК факультета Титов Г.Н.


подпись

Рецензенты:

Профессор кафедры прикладной математики Кубанского государственного университета кандидат физико-математических наук доцент Кармазин В.Н.

Доктор экономических наук, кандидат технических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем КубГАУ Луценко Е.В.

1 Цели и задачи изучения дисциплины (модуля).

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целью преподавания дисциплины "Введение в теорию матричных игр" является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по вопросам, касающимся принятия управленческих решений в конфликтных ситуациях; обучение студентов основам процесса принятия управленческих решений, нахождению оптимальных стратегий в процессе подготовки и принятия управленческих решений в организационно-экономических и производственных системах.

1.2 Задачи дисциплины.

Изучение теории матричных игр помогает освоить методы анализа ситуации стратегического взаимодействия, когда индивидуумы принимают решения, сознавая, что их действия влияют друг на друга, и когда каждый индивидуум учитывает это. Именно взаимодействие между принимающими решение участниками, все из которых ведут себя целенаправленно и чьи решения влияют на других участников, делает стратегические решения отличными от других решений. Изучение теории игр существенно расширит понимание проблем, возникающих в различных областях деятельности человека, поскольку дает ясный и точный язык исследования поставленных задач; дает возможность подвергать интуитивные представления проверке на логическую согласованность; помогает проследить путь от наблюдений до основополагающих предположений и обнаружить, какие из предположений действительно лежат в центре частных выводов.

Задачи дисциплины:

- ознакомление с основными понятиями теории матричных игр;
- обучение теории и практике принятия решений, математическими методами для обоснования решений в различных областях целенаправленной человеческой деятельности;
- формирование у студентов умения формализовать реальную ситуацию, создавать правильную математическую модель;
- рассмотрение широкого круга задач, возникающих в практике менеджмента и связанных с принятием решений, относящихся ко всем областям и уровням управления.

1.3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Введение в теорию матричных игр» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 "Дисциплины (модули)" учебного плана.

Список дисциплин, знание которых необходимо для изучения курса данной дисциплины:

1. «Математический анализ»,
2. «Линейная алгебра»,
3. «Методы оптимизации»,
4. «Теория вероятностей».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общекультурных/общепрофессиональных/профессиональных компетенций (УК/ОПК/ПК):

№ п.п.	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции		
		знает	умеет	владеет
1.	ПК-3 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	содержательную сторону задач, требующих принятия экономических решений, возникающих в практике менеджмента и маркетинга, т.е. уметь идентифицировать проблему – сформулировать ее на языке теории игр с целью применения изучаемых методов на практике.	использовать полученные знания для осуществления анализа управленческих ситуаций; уточнять совместно с лицом, принимающим решения (ЛПР) постановку задачи	математическими методами принятия решений, с помощью которых в современных условиях формируются и анализируются варианты управленческих решений
2	ПК-5 Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	теоретические основы принятия решений	выбирать метод принятия решений; собирать необходимую информацию; строить модель задачи; организовывать обработку информации на ЭВМ; интерпретировать полученные результаты и представлять их ЛПР	математическими методами принятия решений, с помощью которых в современных условиях формируются и анализируются варианты управленческих решений

2. Структура и содержание дисциплины.

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы (108 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (часы)
		7-й
Контактная работа, в том числе:	56,3	56,3
Аудиторные занятия (всего):	52	52

Занятия лекционного типа		26	26
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)			
Лабораторные занятия		26	26
Иная контактная работа:			
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,3	0,3
Самостоятельная работа, в том числе:		25	25
Проработка учебного (теоретического) материала		10	10
Выполнение индивидуальных заданий (подготовка сообщений, выполнение расчетного задания)		5	5
Подготовка к текущему контролю		10	10
Контроль:			
Подготовка к экзамену		26,7	26,7
Общая трудоемкость	час	108	108
	в том числе контактная работа	56,2	56,2
	зач. ед.	3	3

2.2 Структура дисциплины:

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины

№	Наименование разделов	Количество часов			
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа
			Л	ЛР	СРС
1	2	3	4	5	6
1	Основные понятия.	6	2	2	2
2	Игры с противоположными интересами.	12	4	4	4
3	Статические игры с полной информацией.	12	4	4	4
4	Динамические игры с полной информацией.	12	4	4	4
5	Бесконечно повторяемые игры.	12	4	4	4
6	Статические игры с неполной информацией.	12	4	4	4
7	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	11	4	4	3
	<i>ИТОГО по разделам дисциплины</i>	77	26	26	25
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4			
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,3			
	Подготовка к экзамену	26,7			
	Общая трудоемкость по дисциплине	108			

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины.

2.3.1 Занятия лекционного типа.

№ п/п	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма теку- щего контроля
1	2	3	4
1	Основные понятия	Цель игры. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии. Классификация игр. Седловая точка. Равновесие Нэша.	Индивидуальное сообщение
2	Игры с противоположными интересами.	Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры. Смешанные стратегии и теорема о минимаксе для матричных антагонистических игр. Решение игр $2 \times n$ и $n \times 2$. Сведение конечной матричной игры к задаче линейного программирования.	Индивидуальное сообщение
3	Статические игры с полной информацией.	Биматричные игры. Итерационная процедура исключения строго доминируемых стратегий. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях. Доминирование по Парето и Парето оптимальное множество.	Индивидуальное сообщение
4	Динамические игры с полной информацией.	Метод обратной индукции. Равновесие Нэша, совершенное в подыграх.	Индивидуальное сообщение
5	Бесконечно повторяемые игры.	Дисконт-фактор и платеж в бесконечно повторяемых играх. Стратегии переключения.	Индивидуальное сообщение
6	Статические игры с неполной информацией.	Байесовские игры. Байесовское равновесие Нэша.	Индивидуальное сообщение
7	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	Информационное множество. Нормализация игры. Понятие веры. Слабое секвенциальное равновесие Нэша. Сигнализирующие игры. Примеры последовательных игр с определением слабого секвенциального равновесия.	Индивидуальное сообщение

2.3.2 Занятия семинарского типа.

Занятия семинарского типа не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	2	3
1.	Основные понятия теории игр. Классификация игр. Матрица выигрышей	Отчет по лабораторной работе
2.	Максиминные и минимаксные стратегии. Нижняя и верхняя цена игры в чистых стратегиях. Решение игры с седловыми точками	Отчет по лабораторной работе
3.	Смешанные стратегии. Функция выигрыша в смешанных стратегиях. Решение игры в смешанных стратегиях	Отчет по лабораторной работе
4.	Критерии и свойства оптимальных стратегий	Отчет по лабораторной работе

		работе
5.	Принцип доминирования	Отчет по лабораторной работе
6.	Разбиение матрицы игры на подматрицы	Отчет по лабораторной работе
7.	Аналитическое решение игры 2×2	Отчет по лабораторной работе
8.	Графическое решение игры 2×2	Отчет по лабораторной работе
9.	Решение игры $2 \times n$ Решение игры $m \times 2$	Отчет по лабораторной работе
10.	Решение игры $m \times n$ приближенным методом	Отчет по лабораторной работе
11.	Взаимосвязь матричных игр и задач линейного программирования	Отчет по лабораторной работе
12.	Игры с природой (статистические игры). Принятие решений в условиях риска	Отчет по лабораторной работе
13.	Планирование эксперимента в играх с природой	Отчет по лабораторной работе

Защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), курсовой работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), тестирование (Т) и т.д.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов).

Курсовые работы не предусмотрены.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Работа с лекционным материалом, поиск и анализ литературы и электронных источников информации по заданной проблеме	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г
2	Изучение теоретического материала к лабораторным занятиям	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г.

		Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г
3	Подготовка к зачету/экзамену	Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 14 от 14.06.2017 г. Методические указания к изучению курса «Теория игр», утвержденные кафедрой вычислительной математики и информатики, протокол № 11 от 01.03.2016 г

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии

Лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, зачет. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные и методические материалы

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Введение в теорию матричных игр».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме перечня вопросов для устного опроса, типовых заданий к контрольной работе, и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету/экзамену.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Структура оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	Основные понятия	ПК-3 ПК-5	Вопросы №1–4 для устного опроса по теме.	Вопросы к экзамену № 1–4
2	Игры с противоположными интересами	ПК-3 ПК-5	Вопросы №5–23 для устного опроса по теме, контрольная работа по теме.	Вопросы к экзамену № 5–15
3	Статические игры с полной информацией	ПК-3 ПК-5	Вопросы №24–27 для устного опроса по теме.	Вопрос к экзамену № 16
4	Динамические игры с полной информацией	ПК-3 ПК-5	Вопросы №28–29 для устного опроса по теме.	Вопрос к экзамену № 17
5	Бесконечно повторяемые игры	ПК-3 ПК-5	Вопросы №30–31 для устного опроса по теме.	Вопрос к экзамену № 18
6	Статические игры с неполной информацией	ПК-3 ПК-5	Вопрос №32 для устного опроса по теме.	Вопрос к экзамену № 19
7	Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.	ПК-3 ПК-5	Вопрос №33 для устного опроса по теме.	Вопрос к экзамену № 20

Показатели, критерии и шкала оценки сформированных компетенций

Код и наименование компетенции	Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания		
	пороговый	базовый	продвинутый

	Оценка		
	Удовлетворительно /зачтено	Хорошо/зачтено	Отлично/зачтено
ПК-3 Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	З: основные понятия, формулировки основных математических утверждений курса	З: основные понятия, формулировки основных математических утверждений курса, основы построения моделей	З: основные понятия теории игр, формулировки основных математических утверждений курса, основы построения моделей, основные методы решения задач курса
	У: решать задачи прикладного характера репродуктивного уровня; воспроизводить доказательства стандартных результатов теории графов	У: решать задачи теоретического и репродуктивного и реконструктивного уровней, строить модели объектов и понятий, воспроизводить основную структуру доказательств теорем из курса	У: решать задачи теоретического и прикладного характера репродуктивного, реконструктивного и вариативного уровней, строить модели объектов и понятий, оценивать строгость математических текстов; обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях оценивать строгость математических текстов; обосновывать и оценивать логические ходы в математических рассуждениях и конструкциях
	В: навыками решения некоторых практических задач теории графов; навыками воспроизведения освоенного учебного материала	В: навыками решения основных практических задач теории графов; навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы и обсуждения освоенного материала	В: навыками решения практических задач теории графов с видоизмененным условием; навыками критического анализа учебной информации
ПК-5: Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математики	З: теоретическое содержание курса с незначительными пробелами; методы решения некоторых практических задач;	З: теоретическое содержание курса; методы решения основных практических задач; методы и алгоритмы интеллекту-	З: теоретическое содержание курса; методы решения практических задач; основы построения игровых моделей; кри-

ческих моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	методологию теоретических и экспериментальных исследований в области управления	альной поддержки при принятии управленческих решений в технических, экономических, биологических, медицинских и социальных системах	теории и модели описания и оценки эффективности решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации
	У: применять методы и алгоритмы теории игр при принятии решений в экономических, социальных системах	У: сравнивать, оценивать и выбирать методы решения заданий, применять методы и алгоритмы теории игр при принятии решений в экономических, социальных системах	У: сравнивать, оценивать и выбирать методы решения заданий, применять методы и алгоритмы теории игр при принятии решений в экономических, социальных системах; работать целенаправленно, используя связанные между собой формы представления информации
	В: навыками применения критериев и моделей описания и оценки эффективности решения задач обработки информации	В: навыками применения и разработки критериев и моделей описания и оценки эффективности решения задач обработки информации	В: методами обобщения и оценивания информации, полученной на основе исследования нестандартной ситуации; навыками использования сведений из различных источников, успешно соотнося их с предложенной ситуацией.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы для устного опроса

- 1 Сформулируйте цели и задачи принятия решений в области экономики, бизнеса и финансов.
- 2 Что означает принятие решений в условиях риска, неопределенности и полуопределенности?
- 3 Опишите кратко основные понятия и определения антагонистической игры.
- 4 Какова методика построения теоретико-игровой антагонистической модели?
- 5 Перечислите игровые модели разных классов.
- 6 Как формируется матрица выигрышей?

- 7 Опишите методику построения игровой модели.
- 8 Опишите методику построения и анализа антагонистической игровой модели.
- 9 Дайте определение и перечислите свойства седловых точек выигрыш-функции и матрицы выигрышей.
- 10 Сформулируйте общие положения решения игр с седловыми точками.
- 11 Дайте определения чистой и смешанной стратегий.
- 12 Как определяется оптимальная стратегия во множестве чистых стратегий?
- 13 Какое действие называется смешанной стратегией? Перечислите свойства смешанных стратегий. Как определяется решение игры в смешанных стратегиях?
- 14 Что собой представляет смешанное расширение игры и решение игры в смешанных стратегиях?
- 15 Какие существуют методы решения игры в смешанных стратегиях?
- 16 Что такое минимаксный и максиминный принцип игры?
- 17 Сформулируйте теорему об эквивалентности решения матричной игры и пары двойственных задач линейного программирования.
- 18 Как решается игра 2×2 с седловыми точками?
- 19 Опишите геометрический метод решения игры $2 \times n$.
- 20 Опишите геометрический метод решения игры $m \times 2$.
- 21 Опишите алгоритм итераций.
- 22 Как применяется линейное программирование для решения игр?
- 23 Какие программные продукты можно использовать при решении задач с помощью игровых моделей?
- 24 Что называют статическими играми с полной информацией?
- 25 Что такое биматричные игры?
- 26 В чем состоит итерационная процедура исключения строго доминируемых стратегий?
- 27 Как определяется равновесие Нэша в смешанных стратегиях?
- 28 Что представляют динамические игры с полной информацией?
- 29 В чем состоит метод обратной индукции?
- 30 Что представляют бесконечно повторяемые игры?
- 31 Что такое дисконт-фактор и платеж в бесконечно повторяемых играх? В чем состоят стратегии переключения?
- 32 Что представляют статические игры с неполной информацией?
- 33 Что представляют динамические игры с неполной и несовершенной информацией?

Перечень компетенций, проверяемых оценочным средством: ПК-3, ПК-5.

Задачи для контрольных работ

Вопросы для проверки в контрольной работе

1. Формальное описание игры. Платежная матрица, примеры.
2. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса. Решение антагонистической игры 2×2 .
3. Решение антагонистической игры $2 \times n$ и $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
4. Приближенные методы решения матричных игр.
5. Игра с "природой". Критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Образец контрольной работы

ЗАДАНИЕ 1. Зная платежную матрицу

8 5 4 7 3
 7 6 10 8 11
 3 4 6 7 6
 4 5 6 7 9

определить нижнюю и верхнюю цены игры и найти решение игры.

РЕШЕНИЕ. Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число в каждой строке обозначим i

α . Получаем: $4 \ 1 \ \alpha = , 3 \ 2 \ \alpha = , 6 \ 3 \ \alpha = , 3 \ 4 \ \alpha =$. Выберем максимальное из этих значений $\alpha = 6$ - нижняя цена игры.

Аналогично для второго игрока. Найдем максимальные значения выигрыша по столбцам: $8 \ 1 \ \beta = , 6 \ 2 \ \beta = , 10 \ 3 \ \beta = , 8 \ 4 \ \beta = , 11 \ 5 \ \beta =$ и минимальное из этих чисел $\beta = 6$ - верхняя цена игры.

Так как $\alpha = \beta$, в игре есть седловая точка, оптимальные стратегии игроков А3 и В2, цена игры $v = 6$

ЗАДАНИЕ2. Найти стратегии игроков А, В и цену игры, заданной матрицей (с помощью формул и графически)

3 5 2 0
 6 1 3 5

РЕШЕНИЕ. Найдем наилучшую стратегию первого игрока: минимальное число в каждой строке обозначим $i \alpha$. Получаем: $1 \ \alpha = 0, 2 \ \alpha = -1$. Выберем максимальное из этих значений $\alpha = 0$ - нижняя цена игры.

Аналогично для второго игрока. Найдем максимальные значения выигрыша по столбцам: $1 \ \beta = 6, 2 \ \beta = 5, 3 \ \beta = 3, 4 \ \beta = 5$ и минимальное из этих чисел $\beta = 3$ - верхняя цена игры.

Так как верхняя и нижняя цены игры различны, игра не имеет решения в чистых стратегиях, цена игры находится в промежутке от 0 до 3 (между нижней и верхней ценой игры).

Игра имеет большую размерность, попробуем ее уменьшить, выделив невыгодные стратегии и вычеркнув их из матрицы: все элементы столбца В1 больше элементов столбца В3, поэтому вычеркиваем столбец В1.

5 2 0
 1 3 5

Получили матрицу (А1, А2, В2, В3, В4):

5 2 0
 1 3 5

Теперь найдем решение игры, заданной данной платежной матрицей в смешанных стратегиях.

Найдем две активные стратегии игрока В. Для этого определим оптимальные смешанные стратегии игрока А.

Игрок В имеет три чистые стратегии, им будут соответствовать три прямые в геометрическом решении игры.

Вычислим средний выигрыш первого игрока, при условии, что он применяет свою смешанную стратегию, а второй – свою чистую j -ю стратегию:

$$M_j(x_1) = (a_{1j} - a_{2j})x_1 + a_{2j}.$$

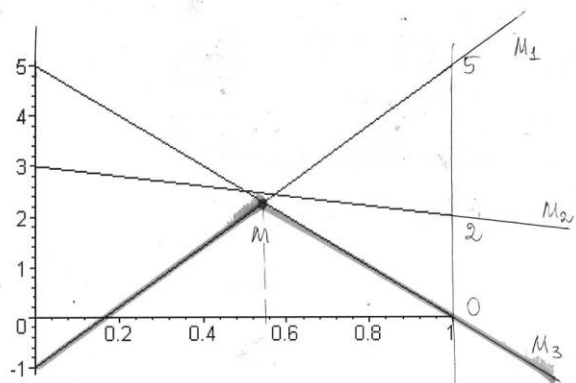
Получаем:

$$M_1(x_1) = (a_{11} - a_{21})x_1 + a_{21} = 6x_1 - 1,$$

$$M_2(x_1) = (a_{12} - a_{22})x_1 + a_{22} = -x_1 + 3,$$

$$M_3(x_1) = (a_{13} - a_{23})x_1 + a_{23} = -5x_1 + 5.$$

Строим соответствующие прямые линии в прямоугольной системе координат:



Цель второго игрока – минимизировать выигрыш первого за счет выбора своих стратегий, поэтому берем самые нижние отрезки. Цель первого игрока – максимизировать выигрыш за счет выбора 1 x , поэтому берем самую высокую точку M (см. чертеж).

Те линии стратегии, пересечением которых образована точка M , являются активными стратегиями игрока B , в нашем случае это 1 B и 3 B . Таким образом, игра сводится к игре 2×2 с матрицей

5 0
1 5

Находим оптимальные стратегии:

$$6x - 1 = -5x + 5 = v,$$

$$x + x_2 = 1.$$

Откуда

$$x = 6/11, x_2 = 5/11, v = 25/11.$$

Теперь найдем стратегии второго игрока:

$$5q_1 + 0q_2 = v = 25/11 \Rightarrow q_1 = 5/11, q_2 = 6/11.$$

Получили

$$P = (6/11, 5/11)$$

$$Q = (0, 5/11, 0, 6/11)$$

$v = 25/11$ - цена игры.

ЗАДАНИЕ 3. Найти оптимальный вариант электростанции по критериям Лапласа, Вальда, Гурвица с показателями 0,8 и 0,3 и Сэвиджа по заданной таблице эффективности:

	B1	B2	B3	B4
A1	10	8	4	11
A2	9	9	5	10
A3	8	10	3	14
A4	7	7	8	12

РЕШЕНИЕ.

Критерий Лапласа. В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Исходя из этого действуют формулы:

$$n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} = 1, \dots, \} \text{ опт } i \in K = K A_i = m /$$

Получаем:

$$() () 1 K A = 0, 25 \cdot 10 + 8 + 4 + 11 = 8, 25,$$

$$() () 2 K A = 0,25 \cdot 9 + 9 + 5 + 10 = 8,25 ,$$

$$() () 3 K A = 0,25 \cdot 8 + 10 + 3 + 14 = 8,75 ,$$

$$() () 4 K A = 0,25 \cdot 7 + 7 + 8 + 12 = 8,5 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 3 А .

Критерий Вальда. Это *максиминный критерий*, он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что, если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.

В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки $() \min_{j} a_{ij}$

$$K A = k , i = 1, \dots, m .$$

Оптимальной считается система из строки с максимальным значением эффективности:

$$\max \{ () , 1, \dots, m \} \text{ on } i K = K A i = m$$

$$\text{Вычисляем: } () 1 K A = 4 , () 2 K A = 5 , () 3 K A = 3 , () 4 K A = 7 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 А .

Критерий Гурвица с показателями 0,8 и 0,3. Это *критерий обобщенного максимина*.

Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточную позицию (взвешиваются наихудшие и наилучшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма α ($0 \leq \alpha \leq 1$), характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение. Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента α сумма максимальной и минимальной оценок: $() \max (1) \min_{j} a_{ij}$

$$K A = \alpha k + (1 - \alpha) k , i = 1, \dots, m .$$

Условие оптимальности стандартное: $\max \{ () , 1, \dots, m \} \text{ on } i K = K A i = m .$

1) Пусть $\alpha = 0,8$. Вычисляем:

$$() 1 K A = 0,8 \cdot 11 + 0,2 \cdot 4 = 9,6 ,$$

$$() 2 K A = 0,8 \cdot 10 + 0,2 \cdot 5 = 9,0 ,$$

$$() 3 K A = 0,8 \cdot 14 + 0,2 \cdot 3 = 11,8 ,$$

$$() 4 K A = 0,8 \cdot 12 + 0,2 \cdot 7 = 11,0 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 3 А .

2) Пусть $\alpha = 0,3$. Вычисляем:

$$() 1 K A = 0,3 \cdot 11 + 0,7 \cdot 4 = 6,1 ,$$

$$() 2 K A = 0,3 \cdot 10 + 0,7 \cdot 5 = 6,5 ,$$

$$() 3 K A = 0,3 \cdot 14 + 0,7 \cdot 3 = 6,3 ,$$

$$() 4 K A = 0,3 \cdot 12 + 0,7 \cdot 7 = 8,5 .$$

Лучшая стратегия по этому критерию 4 А .

Критерий Сэвиджа. Минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце: $\max_{ij} a_{ij} - a_{ij}$

$$\Delta k = k - k .$$

После преобразования матрицы используется критерий минимакса:

$$() \max_{ij} \Delta a_{ij}$$

$$K A = \Delta k , i = 1, \dots, m , \min \{ () , 1, \dots, m \} \text{ on } i K = K A i = m$$

Матрице эффективности будет соответствовать матрица потерь:

B1 B2 B3 B4

A1 0 2 4 3

A2 1 1 3 4

A3 2 0 5 0

A4 3 3 0 2

Вычисляем теперь:

$() 1 K A = 4$, $() 2 K A = 4$, $() 3 K A = 5$, $() 4 K A = 3$

Лучшая стратегия по этому критерию $4 A$.

Перечень компетенций, проверяемых оценочным средством: ПК-3, ПК-5.

Зачетно-экзаменационные материалы для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Основные понятия. Цель игры. Формальное описание игры. Платежная матрица.
2. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии.
3. Классификация игр.
4. Седловая точка. Равновесие Нэша.
5. Игры с противоположными интересами.
6. Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры.
7. Решение антагонистических игр. Принцип минимакса. Нижняя и верхняя цена игры. Игра с седловой точкой. Чистые стратегии.
8. Смешанные стратегии. Теорема о существовании решения игры.
9. Решение антагонистической игры 2×2 . Геометрическая интерпретация.
10. Решение антагонистической игры $2 \times n$. Геометрическая интерпретация.
11. Решение антагонистической игры $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
12. Формальная постановка задачи линейного программирования.
13. Решение конечных антагонистических игр методами линейного программирования.
14. Решение игры $m \times n$ приближенным методом.
15. Игры с природой (статистические игры). Планирование эксперимента в играх с природой. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.
16. Статические игры с полной информацией. Биматричные игры.
17. Динамические игры с полной информацией.
18. Бесконечно повторяемые игры.
19. Статические игры с неполной информацией
20. Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.

Перечень компетенций, проверяемых оценочным средством: ПК-3, ПК-5.

Билеты для экзамена

БИЛЕТ №1

по дисциплине «Теория игр»

1. Основные понятия. Цель игры. Формальное описание игры. Платежная матрица.
2. Решение антагонистической игры $m \times 2$. Геометрическая интерпретация.
3. Задача.

БИЛЕТ №2

по дисциплине «Теория игр»

1. Стратегия. Исход (профиль стратегий). Доминирование стратегии.
2. Формальная постановка задачи линейного программирования.
3. Задача.

БИЛЕТ №3

по дисциплине «Теория игр»

для направления подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки

1. Классификация игр.
2. Решение конечных антагонистических игр методами линейного программирования.
3. Задача.

БИЛЕТ №4

по дисциплине «Теория игр»

1. Седловая точка. Равновесие Нэша.
2. Решение игры $m \times n$ приближенным методом.
3. Задача.

БИЛЕТ №5

по дисциплине «Теория игр»

1. Игры с противоположными интересами.

2. Игры с природой (статистические игры). Планирование эксперимента в играх с природой. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №6

по дисциплине «Теория игр»

1. Минимаксные и максиминные стратегии. Верхняя и нижняя цена игры. Цена игры.
2. Статические игры с полной информацией. Биматричные игры.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №7

по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистических игр. Принцип минимакса. Нижняя и верхняя цена игры. Игра с седловой точкой. Чистые стратегии.
2. Динамические игры с полной информацией.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №8

по дисциплине «Теория игр»

1. Смешанные стратегии. Теорема о существовании решения игры.
2. Бесконечно повторяемые игры.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №9

по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистической игры 2х2. Геометрическая интерпретация.
2. Статические игры с неполной информацией
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

БИЛЕТ №10
по дисциплине «Теория игр»

1. Решение антагонистической игры 2х1. Геометрическая интерпретация.
2. Динамические игры с неполной и несовершенной информацией.
3. Задача.

Заведующий КВМИ

Гайденко С.В.

Перечень компетенций, проверяемых оценочным средством: ПК-3, ПК-5.

**Критерии оценивания результатов обучения в соответствии
с уровнем освоения дисциплины**

Критерии оценки качества освоения студентами дисциплины:

- пороговый (оценка «удовлетворительно»)
- стандартный (оценка «хорошо»)
- эталонный (оценка «отлично»)

Критерий	В рамках формируемых компетенций студент демонстрирует
пороговый	Знание и понимание теоретического содержания курса с незначительными пробелами; отсутствие некоторых практических умений при решении задач.
стандартный	Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; недостаточную сформированность некоторых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; достаточное качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий.
эталонный	Полное знание и понимание теоретического содержания курса, без пробелов; сформированность необходимых практических умений при применении знаний в конкретных ситуациях; высокое качество выполнения всех предусмотренных программой обучения учебных заданий.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

- при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;
- при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;
- при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

5.1. Основная литература:

1. Благодатских, А.И. Сборник задач и упражнений по теории игр : учеб. пособие / А.И. Благодатских, Н.Н. Петров.. — Санкт-Петербург : Лань, 2014. — 304 с. <https://e.lanbook.com/book/49465>.
2. Мазалов, В.В. Математическая теория игр и приложения : учеб. пособие — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 448 с. <https://e.lanbook.com/book/90066>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в электронно-библиотечных системах «Лань» и «Университетская библиотека ONLINE».

5.2 Дополнительная литература:

1. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. - Изд. 4-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2007. - 208 с. 9785060058260.
2. Лабскер Л. Г. Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом : учебное пособие для студентов / Лабскер, Лев Григорьевич, Л. О. Бабешко ; Л. Г. Лабскер ; Акад. нар. хоз-ва при Правительстве РФ. - М. : Дело, 2001. - 464 с. - ISBN 5774902331.
3. Акимов, В.П. Математика для политологов: учебное пособие / В.П. Акимов.— Москва : МГИМО, 2011. — 210 с. <https://e.lanbook.com/book/65698>.

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).

Текущая самостоятельная работа студента, направленная на углубление и закрепление знаний студента, развитие практических умений, осуществляется при проработке материалов

лекций и соответствующей литературы, подготовке к промежуточному и итоговому контролю, подготовке к выполнению лабораторных работ и написанию отчетов.

Для улучшения качества и эффективности самостоятельной работы студентов предлагаются методические указания к лабораторным работам, списки основной и дополнительной литературы. Все методические материалы предоставляются как в печатном, так и в электронном видах.

Текущая и опережающая СРС заключается в:

- работе студентов с лекционным материалом, поиске и анализе литературы и электронных источников информации по заданной проблеме;
- изучение теоретического материала к лабораторным занятиям;
- подготовке к промежуточному контролю.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Формы контроля со стороны преподавателя включают:

- проверочные работы по результатам изучения некоторых разделов курса;
- отчет по лабораторным занятиям;
- экзамен.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Для подготовки к экзамену необходимо использовать указания и рекомендации, данные преподавателем в ходе занятий. Если студент испытывает какие-либо затруднения с пониманием материала, он всегда может получить консультацию преподавателя.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю).

7.1 Перечень информационно-коммуникационных технологий.

Проверка домашних заданий и консультирование посредством электронной почты.

7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

1. Microsoft Windows 10
2. Microsoft Office PowerPoint Professional Plus.

7.3 Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru/>)
2. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com>).
3. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (www.biblioclub.ru)

8. Материально-техническое обеспечение по дисциплине (модулю)

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины (мо-
---	-----------	---

		дуля) и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
2.	Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, доской маркером или мелом
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, доской маркером или мелом
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью.
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета