

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
факультет математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор



Хагуров Т.А.

31 мая 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.40 АБСТРАКТНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):	Математика, Информатика
Форма обучения:	очная
Квалификация:	бакалавр

Краснодар 2019

1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины «Абстрактная и компьютерная алгебра»: формирование у студентов способности оперировать абстрактными объектами с аксиоматически заданными свойствами, понимания особенностей выполнения алгебраических операций компьютерными средствами.

Предмет изучения дисциплины «Абстрактная и компьютерная алгебра»: абстрактные математические объекты, их свойства и операции над ними.

1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи изучения дисциплины «Абстрактная и компьютерная алгебра»:

- теоретическое освоение студентами основных понятий, методов и базовых результатов абстрактной алгебры;
- приобретение навыков оперировать абстрактными объектами с аксиоматически заданными свойствами;
- обучение использованию возможностей образовательной среды для достижения результатов обучения;
- обучение студентов особенностям выполнения алгебраических операций компьютерными средствами;
- обучение студентов навыкам обеспечения качества учебно-воспитательного процесса.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Абстрактная и компьютерная алгебра» относится к обязательной части блока Б.1 «Дисциплины (модули)».

В соответствии с учебным планом данная дисциплина является последующей для дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций действительного переменного», «Линейная алгебра», «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Геометрия», «Программирование».

Изучение дисциплины «Абстрактная и компьютерная алгебра» необходимо для освоения следующих дисциплин: «Элементарная математика», «Математический практикум».

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Абстрактная и компьютерная алгебра» направлен на формирование у обучающихся следующих компетенций.

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	– основные понятия, методы и базовые результаты абстрактной алгебры; – методы поиска информации для решения	– проводить формальные доказательства математических результатов на основе аксиоматически заданных свойств	– навыками обеспечения корректности выполнения алгебраических операций компьютерными средствами;

№ п.п.	Индекс компе- тенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
			поставленных задач	объектов; – применять системный под- ход для реше- ния постав- ленных задач	– методами критического анализа и син- теза информа- ции для реше- ния постав- ленных задач
2	ПКО-1	Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности	– особенности компьютерной арифметики; – основные функции мате- матических па- кетов программ для проведения символических вычислений	– осваивать и использовать базовые науч- но-теоретичес- кие знания по предмету	– навыками ис- пользования практических умений по предмету в профессио- нальной дея- тельности

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов). Распределение часов по видам учебной работы представлено в таблице.

Вид учебной работы		Трудоемкость, часов	
		Всего	5 семестр
Контактная работа, в том числе:		56,2	56,2
Аудиторные занятия (всего)		52	52
в том числе:			
Занятия лекционного типа		18	18
Лабораторные работы		34	34
Иная контактная работа:		4,2	4,2
Контроль самостоятельной работы (КСР)		4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	0,2
Самостоятельная работа, в том числе:		51,8	51,8
Подготовка к лабораторным работам		40	40
Подготовка к текущему контролю		11,8	11,8
Контроль:		–	–
Подготовка к экзамену		–	–
Общая трудоёмкость	часов	108	108
	в том числе кон- тактная работа	56,2	56,2
	зач. ед.	3	3

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоёмкости по разделам дисциплины представлены в таблице.

№ раз-дела	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Вне-аудиторная работа
			Л	ПЗ	ЛР	СРС
1	Основы теории групп	53	10	–	18	25
2	Алгебраические кольца и поля	33	6	–	10	17
3	Компьютерная алгебра	17,8	2	–	6	9,8
	Итого	103,8	18	–	34	51,8
	КСР	4	–	–	–	4
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	–	–	–	0,2
	<i>Итого по дисциплине:</i>	108	18	–	34	56

Примечание: Л – лекции, ПЗ – практические занятия, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента

2.3 Содержание разделов дисциплины

В данном подразделе в табличной форме приводится описание содержания дисциплины, структурированное по разделам, с указанием по каждому разделу формы текущего контроля.

2.3.1 Занятия лекционного типа

Перечень занятий лекционного типа и их краткое содержание представлен в таблице. Формами текущего контроля являются устный опрос (УО) и письменный опрос (ПО).

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Основы теории групп	1. Предмет и задачи абстрактной алгебры. Базовые понятия теории множеств. Свойства отображений. Понятие и основные свойства группы. 2. Степени элементов группы. Прямое произведение групп. Подгруппы. Произведение подгрупп. 3. Гомоморфизм групп. Симметрическая группа перестановок. Группы преобразований геометрических фигур на прямой и плоскости. Группы преобразований геометрических фигур в пространстве. Циклические группы. 4. Классы смежности и их свойства. Инвариантные подгруппы. 5. Фактор-группы. Канонический гомоморфизм. Изоморфизм фактор-групп. Топологические группы.	УО
2	Алгебраические кольца и поля	6. Кольца и их свойства. Кольцевой гомоморфизм. Кольца многочленов. 7. Идеалы.	УО, ПО

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
		8. Поля и их свойства. Векторные пространства. Фактор-пространства.	
3	Компьютерная алгебра	9. Компьютерная арифметика и её особенности. Вычисление сумм положительных чисел. Вычисление сумм чисел различных знаков. Контроль переполнения и потери порядка. Символические вычисления в математических пакетах.	УО, ПО

2.3.2 Занятия семинарского типа

Занятия семинарского типа учебным планом не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия

Распределение лабораторных занятий по разделам дисциплины представлено в таблице. Формами текущего контроля являются устный опрос (УО) и письменный опрос (ПО).

№	Наименование раздела	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	Основы теории групп	1. Общие свойства множеств и отображений. 2. Анализ бинарных операций. 3. Аксиомы и свойства группы. 4. Подгруппы и их свойства. 5. Построение и контроль гомоморфизмов групп. 6. Симметрическая группа перестановок. Группы преобразований геометрических фигур. 7. Циклические группы и их свойства. 8. Инвариантные подгруппы. 9. Построение фактор-групп.	УО
2	Алгебраические кольца и поля	10. Аксиомы и свойства колец. 11. Построение кольцевых гомоморфизмов. 12. Построение идеалов. 13. Свойства кольца многочленов. 14. Построение фактор-пространств.	УО, ПО
3	Компьютерная алгебра	15. Проверка законов ассоциативности и коммутативности. Вычисление машинного эпсилон. 16. Контроль переполнения и потери порядка в арифметических операциях. 17. Символические вычисления в математических пакетах	УО, ПО

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Выполнение курсовых работ (проектов) учебным планом не предусмотрено.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения

для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины представлен в таблице.

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Проработка и анализ лекционного материала; решение задач по темам курса; работа с вопросами для самопроверки	«Методические указания по организации самостоятельной работы студентов», утвержденные кафедрой информационных и образовательных технологий, протокол № 1 от 31 августа 2017 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Для более эффективного восприятия материала часть лекций и лабораторных занятий проводится с применением мультимедийного оборудования – комплекса аппаратно-программных средств, позволяющих пользователю работать с графикой, текстом, звуком, видео и др., организованными в виде единой информационной среды.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Текущий контроль знаний студентов выполняется в ходе проведения лабораторных занятий путем проверки результатов ответов студентов на вопросы самопроверки и выполнения аудиторных контрольных работ. Цель текущего контроля – проверка освоения теоретического и практического материала по дисциплине, формирование требуемых компетенций. Задания для текущего контроля аналогичны заданиям, представленным в задачниках по дисциплине, приведённых в списке основной и дополнительной литературы.

В качестве оценочных средств для самоконтроля могут служить:

- 1) задания, представленные в задачниках по дисциплине, приведённых в списке основной и дополнительной литературы в разделе 5;
- 2) перечень вопросов для подготовки к зачёту и контроля самостоятельной работы студента, приведённый в подразделе 4.2.

Примеры типовых заданий для текущего контроля успеваемости.

1). Задано отображение $f: X \rightarrow Y$ и множества $A, B \subset Y$. Доказать равенство

$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B).$$

2). На множестве $M \neq \emptyset$ определён ВЗК $*$ по правилу $x * y = x$. Выполняется ли аксиома (A)? Если выполняется аксиома (N), то что можно сказать о мощности множества M ?

3). Доказать, что множество всех подмножеств множества $M \neq \emptyset$ является группой относительно ВЗК Δ (симметрическая разность, $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$).

4). Являются ли ассоциативными на множестве N следующие операции $*$:

$$a * b = \min\{a, b\}; \quad a * b = a^b;$$

$a * b$ равно наибольшему общему делителю чисел a и b .

5). Доказать, что группа $(G, *)$ при $\#G = 4$ является абелевой.

6). Пусть $(G, *)$ и $(G', *)'$ – группы, f – гомоморфизм $G \rightarrow G'$, H – п/группа группы $(G, *)$. Доказать: $f(H)$ – п/группа в $(G', *)'$.

7). Пусть $(G, *)$ – группа, S – подмножество G , $S \subset G$, $S \neq \emptyset$. Определяем множество $N = \{a \in G \mid a * S = S * a\}$ (последнее равенство понимается как совпадение множеств). Доказать: Пусть $(N, *)$ – группа.

8). Пусть S – некоторое множество, $S \neq \emptyset$, G – множество биективных отображений из S в S . Определим на G ВЗК $*$: $\forall f, g \in G$ принимаем $f * g = g(f)$, т. е. $\forall s \in S \quad (f * g)(s) = g(f(s))$. Доказать: Пусть $(G, *)$ – группа.

9). Пусть $(G, *)$ – группа, $a \in G$. Определим отображение $f: \mathbb{Z} \rightarrow G$ по формуле: $\forall m \in \mathbb{Z}$ полагаем $f(m) = a^m$. Доказать: f – гомоморфизм $(\mathbb{Z}, +)$ в $(G, *)$.

10). Пусть $(G, *)$ – группа, H – подгруппа группы G . Доказать: 1) $\forall a, b \in G$ выполняется: $C_L(a) \cap C_L(b) = \emptyset$ либо $C_L(a) = C_L(b)$; 2) бинарное отношение R на множестве G : $a R b \Leftrightarrow a \in C_L(b)$ является отношением эквивалентности; 3) $C_L(a)$ – подгруппа $\Leftrightarrow \theta \in C_L(a)$.

11). Пусть G – множество с ВЗК $*$, для которых выполнены аксиомы (A), (N) и «часть» аксиомы (R), именно, следующее свойство: $\forall a \in G \quad \exists b \in G: a * b = \theta$. Доказать, что аксиома (R) выполняется полностью $\Rightarrow (G, *)$ – группа.

12). Отображение ставит в соответствие квадратным невырожденным вещественным матрицам фиксированного порядка их определители. Является ли это отображение гомоморфизмом в группу вещественных чисел, не равных 0, по умножению? Найти образ и ядро отображения.

13). Заданы перестановки из S_5 : $a = \langle 2 \ 3 \ 1 \ 5 \ 4 \rangle$, $b = \langle 4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 1 \rangle$.

Вычислить $a * b$, $b * a$, a^2 , b^2 , a^{-1} , b^{-1} и порядок элементов.

14). Пусть G – множество с ВЗК $*$, для которых выполнена аксиома (A), «часть» аксиомы (N), именно, следующее свойство: $\exists \theta' \in G: \forall a \in G \quad a * \theta' = a$, и аксиома (R) для $\theta = \theta'$. Доказать, что аксиома (N) выполняется полностью $\Rightarrow (G, *)$ – группа с нейтральным элементом $\theta = \theta'$. Подсказка: доказать, что $\theta' * a = a$, используя (R) и данное свойство.

15). Пусть $(G, *)$ – группа, H – подгруппа, N – НД группы G . Доказать: $H * N$ – подгруппа группы G .

16). Пусть $(G, *)$ – группа, N – НД группы G . Доказать: $\forall a, b \in G, \forall a' \in C(a), \forall b' \in C(b)$ выполняется: $a' * b' \in C(a * b)$.

17). Пусть $(\mathbb{Z}, +)$ – группа, H – множество чётных чисел. Доказать: 1) H – подгруппа; 2) H – НД; 3) дать описание фактор-группы $\mathbb{Z} / H$ (какие элементы входят в фактор-группу и как определяется их композиция).

18). Пусть $(G, *)$ – группа. Доказать, что множество всех внутренних автоморфизмов группы $(G, *)$ является НД в группе всех автоморфизмов группы $(G, *)$.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства для промежуточной аттестации имеют целью выявление степени освоения теоретических знаний и практических навыков по дисциплине «Абстрактная и компьютерная алгебра».

Перечень вопросов для подготовки к зачёту и контролю СРС.

1. Предмет и задачи абстрактной алгебры.
2. Базовые понятия теории множеств.
3. Свойства отображений.
4. Понятие и основные свойства группы.
5. Степени элементов группы.
6. Прямое произведение групп.
7. Подгруппы.
8. Произведение подгрупп.
9. Гомоморфизм групп.
10. Симметрическая группа перестановок.
11. Группы преобразований геометрических фигур на прямой и плоскости.
12. Группы преобразований геометрических фигур в пространстве.
13. Циклические группы.
14. Классы смежности и их свойства.
15. Инвариантные подгруппы.
16. Фактор-группы.
17. Канонический гомоморфизм.
18. Изоморфизм фактор-групп.
19. Топологические группы.
20. Кольца и их свойства.
21. Кольцевой гомоморфизм.
22. Кольца многочленов.
23. Идеалы.
24. Поля и их свойства.
25. Векторные пространства.
26. Фактор-пространства.
27. Компьютерная арифметика и её особенности.
28. Вычисление сумм положительных чисел.
29. Вычисление сумм чисел различных знаков.
30. Контроль переполнения и потери порядка.
31. Символические вычисления в математических пакетах.

Оценка «Зачтено» выставляется при условии, что студент проявил знания основного минимума изученного материала в объеме, необходимом для последующего обучения.

Практическое задание выполнено, возможно, не в полном объёме, имеются отдельные неточности и ошибки.

Оценка «Не зачтено» выставляется при условии, что обнаружены существенные пробелы в знании основного материала, Практическое задание выполнено не в полном объёме, имеются существенные ошибки, окончательных ответов не получено.

5 ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Основная литература

1. Курош, А.Г. Теория групп / А.Г. Курош. – Москва : Физматлит, 2011. – 805 с. – ISBN 978-5-9221-1349-6 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457669> .
2. Шилин, И.А. Введение в алгебру. Группы : учеб. пособие – Санкт-Петербург : Лань, 2012. – 208 с. ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4120>.

Для освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья имеются издания в электронном виде в ЭБС «Лань» и «Юрайт».

5.2 Дополнительная литература

3. Ляпин, Е.С. Упражнения по теории групп : учеб. пособие / Е.С. Ляпин, А.Я. Айзенштат, М.М. Лесохин. – Санкт-Петербург : Лань, 2010. – 272 с. ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/528>.
4. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры : учеб. пособие для академического бакалавриата / Ю.И. Журавлев, Ю.А. Флеров, М.Н. Вялый. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2018. – 223 с. – ISBN 978-5-534-06277-9 ; То же [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://biblio-online.ru/book/114C0CFB-2E76-4C72-A8E2-68811C9A024A>.

6 ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. ЭБС «Университетская библиотека online». Режим доступа: www.biblioclub.ru.
2. ЭБС издательства «Лань». Режим доступа: <http://e.lanbook.com>.
3. ЭБС «Юрайт». Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru>.
4. ЭБС «ZNANIUM.COM». Режим доступа: www.znanium.com.

7 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный план по дисциплине «Абстрактная и компьютерная алгебра» предусматривает проведение внеаудиторной самостоятельной работы студентов. Основная цель самостоятельной работы студентов состоит в закреплении, расширении и углублении знаний материала, изучаемого на аудиторных занятиях, формировании навыков исследовательской работы и повышении образовательного уровня студентов без непосредственного участия преподавателя. Самостоятельная работа студентов по дисциплине включает следующие виды деятельности:

- проработку и анализ лекционного материала;
- изучение учебной литературы;
- поиск информации в сети Интернет по различным вопросам;
- решение задач по темам курса;
- работу с вопросами для самопроверки;
- подготовку к контрольной работе;
- подготовку к зачёту.

Организация процесса самостоятельной работы студентов по дисциплине представлена в таблице.

№	Наименование раздела	Содержание СРС	Кол-во часов	Форма контроля
1	Основы теории групп	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Решение задач по темам курса. Подготовка к контрольной работе.	25	УО
2	Алгебраические кольца и поля	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Решение задач по темам курса.	17	УО, ПО
3	Компьютерная алгебра	Проработка лекционного материала. Изучение учебной литературы. Решение задач по темам курса.	9,8	УО, ПО
–	–	–	51,8	–

8 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

8.1 Перечень необходимого программного обеспечения

Для обеспечения учебного процесса КубГУ располагает комплектом необходимого ежегодно обновляемого лицензионного программного обеспечения:

- операционными системами Microsoft Windows 8, 10;
- математическим пакетом MathCAD;
- интернет-браузерами для просмотра сайтов в сети Интернет.

8.2 Перечень информационных справочных систем

1. <https://ru.wikipedia.org> – созданная пользователями интернет-энциклопедия.
2. <http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике.
3. <https://www.matburo.ru/> – ссылки на лучшие материалы по высшей математике.
4. <http://www.exponenta.ru> – математика от пределов и производных до методов оптимизации, уравнений математической физики и проверки статистических гипотез в среде самых популярных математических пакетов.
5. <http://www.allmath.ru/> – математический портал, на котором представлен широкий круг материалов по математическим дисциплинам.

6. <http://math.semestr.ru> – автоматический сервис для самостоятельной работы студентов. Позволяет проверить ответ и проследить ход решения задачи.
7. www.Math-Net.ru – общероссийский математический портал.

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Распределение видов материально-технического обеспечения по видам занятий представлено в таблице.

Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
Лекционные занятия	Лекционная аудитория, специально оборудованная мультимедийными демонстрационными комплексами, учебной мебелью
Лабораторные занятия	Помещение для проведения лабораторных занятий оснащенное учебной мебелью, персональными компьютерами с доступом к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации
Групповые (индивидуальные) консультации	Помещение для проведения групповых (индивидуальных) консультаций, учебной мебелью, оснащенное презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением
Текущий контроль, промежуточная аттестация	Помещение для проведения текущей и промежуточной аттестации, оснащенное учебной мебелью, персональными компьютерами с доступом к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации
Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета