МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе, качеству образования – первый проректор
_____ Хагуров Т.А.
подпись
« 31 » мая 2019г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Б1.О.23 «КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ»

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (Профиль): Математическое моделирование в естествознании и технологиях

Программа подготовки Академическая

Форма обучения Очная

Квалификация Бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, профиль Математическое моделирование в естествознании и технологиях

Программу составили:

К.В. Малыхин, к.ф.-м.н., доцент

подпись

С.И. Фоменко, к.ф.-м.н., доцент

подпись

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры прикладной математики, протокол № 10 «15» мая 2019 г.
Заведующий кафедрой Уртенов М.Х.

подпись

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры, протокол № 11 от «10» апреля 2019г.
Заведующий кафедрой (выпускающей) Бабешко В.А.

подпись

Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики
протокол № 1 от «15» мая 2019 г.
Председатель УМК факультета Коваленко А.В.

подпись

Рецензенты:

Шапошникова Татьяна Леонидовна.
Доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор. Почетный работник высшего профессионального образования РФ. Директор института фундаментальных наук (ИФН) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

Марков Виталий Николаевич.
Доктор технических наук. Профессор кафедры информационных систем и программирования института компьютерных систем и информационной безопасности (ИКСиИБ) ФГБОУ ВО «КубГТУ».

1 Цели и задачи изучения дисциплины.

1.1 Цель освоения дисциплины.

Целью преподавания и изучения дисциплины «Комплексный анализ» является формирование представлений об обобщениях понятий математического анализа на случай функций комплексных переменных, функциональных рядов, интегралов с параметрами и теории поля, а также их роли в системе математических наук и в приложениях других естественнонаучных дисциплин.

1.2 Задачи дисциплины

– формирование у студента представлений об основных понятиях и методах Теории функций комплексного переменного;

– выработка навыков использования методов Комплексного анализа и Теории поля для решения математических и прикладных задач;

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины и модули».

Для изучения дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками по дисциплине «Математический анализ».

Знания, получаемые при изучении дисциплины «Комплексный анализ», формируют профессиональные компетенции студента в области Прикладной математики, используются в естественнонаучных и математических дисциплинах Блока 1.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения курса «Комплексный анализ»:

№ п.п.	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ПК-1	Способен решать актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики	основные понятия, положения и методы комплексного анализа	Использовать знания современного математического аппарата для решения математических и прикладных задач	навыками применения знаний по современному математическому аппарату для решения математических задач

2.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	• теоретические положения, лежащие в основе построения методов комплексного анализа • проблемы, постановки и обоснования задач математическо го и информационн ого обеспечения при исследовании прикладных систем • основные методы решения типовых задач комплексного анализа	• доказывать утверждения, специфичные для комплексного анализа, • выбрать метод для решения конкретной задачи комплексного анализа; • применять полученные знания для использования в практической деятельности анализа и решения прикладных задач.	методами комплексного анализа для исследования различных прикладных задач и выбора эффективных алгоритмов для решения и исследовании профессионал ьных и социальных задач.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 зач.ед. (216 часов), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры (часы)
			4 семестр
Контактная работа (всего), в том числе:			
Аудиторные занятия (всего)		144	144
В том числе:			
Занятия лекционного типа		64	64
Лабораторные занятия		80	80
Иная контактная работа			
В том числе:			
Контролируемая самостоятельная работа (КСР)		4	4
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,5	0,5
Самостоятельная работа, в том числе:			
Проработка учебного материала		6,8	6,8
Выполнение индивидуальных заданий		10	10
Подготовка к текущему контролю		6	6
Контроль			
Подготовка к экзамену		44,7	44,7
Общая трудоемкость	**час.**	**216**	**216**
	в том числе контактная работа	**148,5**	**148,5**
	зач. ед	**6**	**6**

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы и их трудоемкости по разделам дисциплины, разделы дисциплины, изучаемые в 4 семестре *(очная форма)*

№	Наименование разделов	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа		Внеаудиторная работа	
			Л	ЛР	СРС	ЭКЗ
1	2	3	4	6	7	5
1.	Элементы теории поля	21,7	6	6	3,7	6
2.	Функции комплексной переменной	68,6	24	30	4,7	9,9
3.	Основные теоремы теории аналитических функций	55	20	24	3,1	7,9
4.	Вычисление интегралов методами теории аналитических функций	25,1	6	6	4,1	9
5.	Интегралы, зависящие от параметра	29,1	8	12	5,1	4

6.	Обзор пройденного материала и прием зачета.	12		2	2,1	7,9
	Всего по разделам дисциплины:	211,5	64	80	22,8	44,7
	Контролируемая работа студента (КСР)	4				
	Промежуточная аттестация (ИКР)	0,5			0,2	0,3
	Итого по дисциплине:	**216**	**64**	**80**	**23**	**45**

Примечание: Л – лекции, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента, КСР – контролируемая работа студента; ИКР – иная контактная работа, ЭКЗ-подготовка к сдаче зачета и экзамена.

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	2	3	4
1.	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля, их характеристики. Поток векторного поля. Поток векторного поля через замкнутую поверхность. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля. Расчетная формула. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. Основные свойства дивергенции. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода. Циркуляция векторного поля. Понятие, физический смысл. Расчетная формула. Ротор векторного поля. Понятие. Расчетная формула. Пример поля с постоянной завихренностью. Формула Стокса. Теорема в развернутом виде. Формулировка в терминах теории поля.	Опрос по результатам индивидуального задания
2.	Функции комплексной переменной	Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Операции возведения в степень и извлечение корня n-й степени из комплексного числа. Предел последовательности комплексных чисел. Неограниченно возрастающие последовательности. Бесконечно удаленная точка Множества в С. Функции комплексной переменой. Основные понятия. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность функции комплексной переменной. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условие Коши-Римана. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной Функция $w = \frac{1}{z}$. Линейная функция $w = az + b$. Функции $W = Z^n$ и $\sqrt[n]{Z}$ Дробно-линейная функция. Теорема об определении дробно-линейной функции тремя парами точек. Круговое свойство дробно-линейной	Опрос по результатам индивидуального задания. Коллоквиум

		функции. Теорема о симметричных точках для дробно-линейной функции Показательная и логарифмическая функции. Функция Жуковского Трансцендентные функции в С.	
3.	Основные теоремы теории аналитических функций	Понятие интеграла в С. Существование. Основные свойства. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной Теорема Коши Теорема Коши для многосвязной области Неопределенный интеграл от функции комплексной переменной. Аналитичность неопределенного интеграла. Первообразная. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Производные высших порядков для аналитических функций. Теорема Лиувилля. Теорема Морера Понятие функционального ряда. Сходимость. Равномерная сходимость. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости. Теорема о непрерывности равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Теорема о почленном интегрировании равномерно сходящегося ряда в С. Теорема о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда в С. Степенные ряды . Теорема Абеля. Следствия из теоремы Абеля. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора Нули аналитической функции. Теорема единственности Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема об однозначном представлении аналитической функции рядом Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки. Определение вычета аналитической функции в изолированной особой точке..Расчетные формулы для полюсов. Основная теорема теории вычетов. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме всех вычетов. Следствие из нее	Опрос по результатам индивидуального задания
4.	Вычисление интегралов методами теории аналитических функций	Вычисление интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)\, d\varphi$. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x)dx$.	Опрос по результатам индивидуального задания. Зачет. Экзамен

5.	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра. Понятие равномерной сходимости и предельной функции. Критерий Коши. Теорема о предельном переходе под знаком собственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема о непрерывности собственного интеграла, зависящего от параметра. Теорема о дифференцировании, теорема об интегрировании собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость и достаточные условия равномерной сходимости (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле). Теорема о предельном переходе под знаком интеграла и теорема о непрерывности интеграла, зависящего от параметра. Теорема об изменении порядка интегрирования для несобственного интеграла, зависящего от параметра. B-функция, её свойства. Г-функция, её свойства. Связь между Г-функцией и B-функцией Понятие интегральных преобразований Лапласа, Фурье и Мелина. Прямые и обратные преобразования. Основные свойства интегральных преобразований и их приложения. Методы вычисления на основе теории вычетов.	Опрос по результатам индивидуального задания

2.3.2 Занятия семинарского типа – не предусмотрены.

2.3.3 Лабораторные занятия.

№	Наименование лабораторных работ	Форма текущего контроля
1	3	4
1.	Скалярное и векторное поле, дифференциальные операторы: градиент, дивергенция и ротор векторного поля	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
2.	Циркуляция, ротор векторного поля. Формула Стокса	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
3.	Поток векторного поля	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
4.	Дивергенция векторного поля. Формула Гаусса-Остроградского	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение

		практических индиви-дуальных заданий. Контрольная работа
5.	Комплексные числа, операции над ними	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий. Контрольная работа
6.	Операции возведения в степень и извлечения корня n-й степени из комплексного числа	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
7.	Множества в С	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
8.	Сходимость последовательностей в С	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
9.	Сходимость рядов в С	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
10	Функция комплексной переменной, непрерывность	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
11	Дифференцируемость функций комплексной переменной	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
12	Линейная функция $w = az + b$	Опрос по теоретическому материалу . Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
13	Функция $w = \frac{1}{z}$	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
14	Функции $W = Z^n$ и $\sqrt[n]{Z}$	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-

		дуальных заданий.
15	Дробно-линейная функция: основные свойства	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
16	Дробно-линейная функция: отыскание по трем точкам, отображения	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
17	Дробно-линейная функция: отображение круга, полуплоскости.	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
18	Дробно-линейная функция: отображения луночек.	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий. Контрольная работа
19	Показательная и логарифмическая функции. Их отображения, свойства	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
20	Функция Жуковского	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
21	Трансцедентные функции	Проверка выполнения практических заданий и опрос по результатам
22	Интеграл от функции комплексной переменной	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
23	Интегральная формула Коши	Проверка выполнения практических заданий и опрос по результатам.. Контрольная работа
24	Сходимость степенных рядов. Радиус сходимости	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
25	Ряд Тейлора. Разложение функций.	Проверка выполнения

		практических заданий и опрос по результатам
26	Ряд Тейлора. Метод неопределенных коэффициентов, приложения рядов Тейлора	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индивидуальных заданий.
27	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Изолированные особые точки, кратность полюса	Проверка выполнения практических заданий и опрос по результатам
28	Разложение в ряд Лорана в окрестности точки z=0 и z=∞	Проверка выполнения практических заданий и опрос по результатам Контрольная работа
29	Разложение в ряд Лорана в окрестности точки z=a	Проверка выполнения практических заданий и опрос по результатам Контрольная работа
30	Вычеты в однократных полюсах	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индивидуальных заданий.
31	Вычеты от кратных полюсов	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индивидуальных заданий.
32	Вычет в бесконечно удаленной точке	Проверка выполнения практических заданий и опрос по результатам
33	Вычисление интегралов по замкнутому контуру при помощи теории вычетов	Проверка выполнения практических заданий и опрос по результатам Контрольная работа
34	Вычисление интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)\, d\varphi$	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индивидуальных заданий.
35	Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индивидуальных заданий.
36	Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x)dx$	Проверка выполнения практических заданий и

		опрос по результатам Контрольная работа
37	Собственные интегралы, зависящие от параметра	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
38	Г-функция и В-функция	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
39	Несобственные интегралы, зависящие от параметра и равномерная сходимость интегралов.	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.
40	Интегральное преобразование Лапласа и Фурье. Использование теоремы Коши и Леммы Жордана о вычетах для вычисления обратных преобразований	Опрос по теоретическому материалу. Выполнение практических индиви-дуальных заданий.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид самостоятельной работы	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	2	3
1	Проработка и повторение лекционного материала, материала учебной и научной литературы	Методические указания для подготовки к лекционным и семинарским занятиям, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
2	Подготовка к лабораторным занятиям	Методические указания по выполнению лабораторных работ, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
3	Подготовка к решению задач	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.
4	Подготовка к текущему контролю	Методические указания по выполнению самостоятельной работы, утвержденные на заседании кафедры прикладной математики факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «КубГУ», протокол №7 от 18.04.2018 г.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:
–в печатной форме увеличенным шрифтом,
– в форме электронного документа,
Для лиц с нарушениями слуха:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа.
Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
– в печатной форме,
– в форме электронного документа,
Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3. Образовательные технологии.

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные информационно-объяснительные *лекции*, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой и др. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Лекции представляют собой систематический обзор понятий и методов Комплексного анализа с подачей материала в форме презентаций и с использованием других интерактивных технологий: проблемное обучение, моделирование, дискуссия.

Занятия, проводимые с использованием интерактивных технологий

№	Наименование разделов (тем)	Количество часов	
		всего ауд. часов	интерактивные часы
1	2	3	4
1.	Элементы теории поля	12	5
2.	Функции комплексной переменной	54	6
3.	Основные теоремы теории аналитических функций	44	6
4.	Вычисление интегралов методами теории аналитических функций	12	4
5.	Интегралы, зависящие от параметра	20	4
6.	Обзор пройденного материала	2	1
	Итого по дисциплине:	144	26

Лабораторное занятие позволяет научить студента применять теоретические знания при решении и исследовании конкретных задач, развить математическую интуицию и творческое мышление. Разбор конкретных ситуаций, математическое моделирование задач, встречающихся на практике (проблемное обучение), командная работа, визуализация и обсуждение результатов анализа широко используется при проведении лабораторных, а также самостоятельных работ.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием возможностей средств удаленного доступа (электронная почта, видеоконференция).

4. Оценочные и методические материалы

4.1 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «название дисциплины».

Оценочные средства включает контрольные материалы для проведения **текущего контроля** в форме:

– контроль за выполнением домашних заданий;

– проверка выполнения самостоятельных работ;

– проведение контрольных работ.

и **промежуточной аттестации** в форме вопросов и заданий к зачету и экзамену.

Зачет выставляется по результатам выполненных контрольных работ, индивидуальных заданий и текущей работы на лабораторных занятиях.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Вопросы и задания по темам лабораторных занятий

Лабораторное занятие 1. Скалярное и векторное поле, дифференциальные операторы: градиент, дивергенция и ротор векторного поля

Контрольные вопросы:

1. Определение скалярного и векторного поля
2. Вычисление градиента
3. Формула дивергенции
4. Формула ротора

Задачи:

Используется учебник [5], §12

В аудитории: 1(а) , 6(2), 8(1), 15(2,5), 38(1,4) ,41(1), 51(1)
На дом: 1(б), 6(1,4), 8(2,3) , 15(1,3, 4, 6), 38, 41(2, 4-6), 51(2), 53

Лабораторное занятие 2. Циркуляция, ротор векторного поля. Формула Стокса

Контрольные вопросы:

1. Определение работы векторного поля
2. Определение циркуляции векторного поля
3. Связь ротора и циркуляции векторного поля
4. Формула Стокса

Задачи:

Используется учебник [5], §12

В аудитории: 90(1,2), 91(2), 92(2), 94(1), 69(1,3)
На дом: 90(3), 91(1,3), 93(1), 94(2-5), 95, 96

Лабораторное занятие 3. Поток векторного поля

Контрольные вопросы:

1. Определение потока векторного поля через поверхность
2. Методы вычисления потока

Задачи:

Используется учебник [5], §12

В аудитории: 68(1-3), 69(2,4)
На дом: 68(4-7), 69(1,5,6)

Лабораторное занятие 4. Дивергенция векторного поля. Формула Гаусса-Остроградского

Контрольные вопросы:

1. Определение дивергенции через поток векторного поля
2. Формула Гаусса-Остроградского

Задачи:

Используется учебник [5], §12

В аудитории: 70(2,3,8), 103
На дом: 70(5,6), 106

Лабораторное занятие 5. Комплексные числа, операции над ними

Контрольные вопросы:

1. Алгебраическая форма комплексного числа
2. Операция сложения и умножения комплексных чисел
3. Тригонометрическая форма комплексного числа
4. Произведение, возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме
5. Извлечение корня из комплексного числа

Задачи:

1.04. Найти действительную и мнимую части следующих комплексных чисел:

1. $\frac{1}{1-i}$. 2. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$. 3. $\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$. 4. $\left(\frac{i^5+2}{i^{19}+1}\right)^2$. 5. $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$.

1.06. Найти модули и аргументы следующих комплексных чисел:

1. i. 2. -3. 3. $1+i^{123}$.
4. $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$. 5. $\frac{1-i}{1+i}$. 6. $-\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}$.
7. $(-4+3i)^3$. 8. $(1+i)^8(1-i\sqrt{3})^{-6}$. 9. $1+\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}$.

В аудитории: 1.04 (1,2), 1.06(1,3, 6,7)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 6. Операции возведения в степень и извлечения корня n-й степени из комплексного числа

Контрольные вопросы:

1. Возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме
2. Извлечение корня из комплексного числа
3. Экспоненциальная форма комплексного числа

Задачи:

1.58. Найти все решения следующих уравнений:

1. $z^2=i$. 2. $z^2=3-4i$. 3. $z^3=-1$. 4. $z^6=64$.
5. $z^7+1=0$. 6. $z^8=1+i$. 7. $\bar{z}=z^3$. 8. $|z|-z=1+2i$.

В аудитории: 1.58(1,2, 8)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 7. Множества в C

Контрольные вопросы:

1. Определение множества
2. Операции над множествами
3. Граничные и предельные точки

Задачи:

1.13. Дать геометрическое описание множеств всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющих следующим неравенствам:

1. $\operatorname{Re} z > 0$. 2. $\operatorname{Im} z \leqslant 1$. 3. $|\operatorname{Re} z| < 1$.
4. $|\operatorname{Im} z| < 1$, $0 < \operatorname{Re} z < 1$. 5. $|z| \leqslant 1$. 6. $|z - i| > 1$.
7. $0 < |z + i| < 2$. 8. $1 < |z - 1| < 3$. 9. $0 < \arg z < \pi/4$.
10. $|\pi - \arg z| < \pi/4$.

1.20. Выяснить, какие линии на плоскости записаны следующими уравнениями:

1. $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$ $(a > 0)$. 2. $\operatorname{Re} \frac{z-1}{z+1} = 0$.

3. $\operatorname{Im} \frac{z-1}{z+1} = 0$. 4. $\operatorname{Re} \frac{z-a}{z+a} = 0$ $(a > 0)$.

1.21. Выяснить, какие множества точек z комплексной плоскости удовлетворяют неравенствам:

1. $|z - i| + |z + i| < 4$. 2. $\operatorname{Re} \frac{1}{z} < \frac{1}{2}$. 3. $|z - 2| - |z + 2| < 2$.
4. $|1 + z| < |1 - z|$. 5. $0 < \arg \frac{i - z}{z + i} < \frac{\pi}{2}$. 6. $\operatorname{Re}(z(1 - i)) < \sqrt{2}$.
7. $\frac{\pi}{4} < \arg(z + i) < \frac{\pi}{2}$. 8. $|z| > 1 - \operatorname{Re} z$. 9. $\operatorname{Re} z^4 > \operatorname{Im} z^4$.

В аудитории: 1.13 (1, 4, 8,9), 1.20 (1,3), 1.21 (1,2, 3,5)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 8. Сходимость последовательностей в C

Контрольные вопросы:

1. Определение последовательности и ее предела
2. Методы вычисления пределов последовательностей
3. Признак Коши

Задачи:

2.09. Выяснить, при каких значениях комплексного параметра a сходятся последовательности:

1. $\{a^n\}$. 2. $\left\{\frac{a^n}{n}\right\}$. 3. $\{na^n\}$. 4. $\left\{\frac{a^n}{1 + a^n}\right\}$.
5. $\{1 + a + \ldots + a^n\}$. 6. $\left\{\frac{a}{1^2} + \frac{a^2}{2^2} + \ldots + \frac{a^n}{n^2}\right\}$.

2.10. Доказать сходимость следующих последовательностей и найти их пределы:

1. $\left\{\frac{a^n}{1+a^{2n}}\right\}$, $|a|<1$. 2. $\left\{\frac{a^n}{1+a^{2n}}\right\}$, $|a|>1$.

3. $\left\{\frac{a}{1^4}+\frac{a^2}{2^4}+\ldots+\frac{a^n}{n^4}\right\}$, $|a|>1$. 4. $\left\{\frac{1}{n}\left(1+e^{i\varphi}+\ldots+e^{in\varphi}\right)\right\}$, $0<\varphi<2\pi$.

5. $\left\{\frac{1}{\sqrt{n}}\left(1-e^{i\varphi}+e^{2i\varphi}-\ldots+(-1)^n e^{in\varphi}\right)\right\}$, $-\pi<\varphi<\pi$.

В аудитории: 2.09 (1,2,5), 2.10(1,2)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 9. Сходимость рядов в C

Контрольные вопросы:

1. Определение числового ряда
2. Признаки сходимости ряда из комплексных чисел

Задачи:

2.20. Доказать абсолютную сходимость следующих рядов:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} z^n$, $|z|<1$, $-\infty<\alpha<\infty$. 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n$, $|z|<e$.

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{(n!)^2} \frac{z^n}{1+z^n}$, $|z| \leqslant \frac{1}{4}$.

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+z)\ln^2 n}$, $z \neq -2, -3, -4, \ldots$.

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{z(z+1)\ldots(z+n)}{n!}$, $\operatorname{Re} z<-1$.

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left[\frac{z(z+n)}{n}\right]^{[n^{\alpha}]}$, $|z|<1$, $0<\alpha<1$.

7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(z+2)(z+4)\ldots(z+2n)}$, $z \neq -2, -4, -6 \ldots$.

8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{(z+1)(z+3)\ldots(z+2n+1)}$, $\operatorname{Re} z>\frac{1}{2}$.

2.25. Найти все значения действительного параметра α, при которых сходятся следующие ряды:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha} e^{in}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha} e^{\pi i/n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2+1)^{-\alpha} (e^{\pi i/n} - 1)$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha+1)(\alpha+2)\dots(\alpha+n)}{n!} i^n$.

В аудитории: 2.20(1,2, 5,6), 2.25(1,4)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 10. Функция комплексной переменной, непрерывность

Контрольные вопросы:

1. Примеры функций комплексной переменной
2. Предел функции комплексной переменной в точке
3. Определение непрерывности в точке

Задачи:

3.23. Выяснить, какие кривые определяются следующими параметрическими уравнениями (указать множество точек плоскости и порядок их прохождения):

1. $z = a + (b-a)t$, $0 \leqslant t \leqslant 1$.
2. $z = Re^{it}$, $0 \leqslant t \leqslant \pi$; $(R > 0)$.
3. $z = t + it^2$, $0 \leqslant t < \infty$.
4. $z = t + \frac{i}{t}$, $1 \leqslant t < \infty$.
5. $z = ae^{it} + \frac{1}{a} e^{-it}$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$, $(a > 1)$.
6. $z = 1 + e^{-it}$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.
7. $z = e^{2it} - 1$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.
8. $z = \begin{cases} e^{\pi it}, & 0 \leqslant t < 1, \\ t-2, & 1 \leqslant t \leqslant 3. \end{cases}$
9. $z = i\cos t$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.
10. $z = 1 + i\cos^2 t$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

1.58. Пользуясь определением e^z, доказать, что:

1) $e^{z_1} \cdot e^{z_2} = e^{z_1+z_2}$; 2) $e^{z+2\pi i} = e^z$;

3) если $e^{z+\omega} = e^z$ при всяком z, то

$$\omega = 2\pi k i \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

1.64. Исходя из определения соответствующих функций, доказать:

1) $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$; 2) $\sin z = \cos\left(\frac{\pi}{2} - z\right)$;

3) $\sin(z_1 + z_2) = \sin z_1 \cos z_2 + \cos z_1 \sin z_2$;

4) $\cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cos z_2 - \sin z_1 \sin z_2$;

5) $\operatorname{tg} 2z = \frac{2\operatorname{tg} z}{1 - \operatorname{tg}^2 z}$; 6) $\operatorname{ch}(z_1 + z_2) = \operatorname{ch} z_1 \operatorname{ch} z_2 + \operatorname{sh} z_1 \operatorname{sh} z_2$.

1.68. Найти действительные и мнимые части следующих значений функций:

1) $\cos(2+i)$; 2) $\sin 2i$; 3) $\operatorname{tg}(2-i)$;

4) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}-i\ln 2\right)$; 5) $\operatorname{cth}(2+i)$; 6) $\operatorname{th}\left(\ln 3+\frac{\pi i}{4}\right)$.

3.48. Выяснить, будут ли следующие функции равномерно непрерывны в области $0<|z|<1$:

1. $f=e^{-1/|z|}$. 2. $f=\frac{\operatorname{Re} z}{|z|}$. 3. $f=\frac{(\operatorname{Re} z^2)^2}{z^2}$. 4. $f=e^{-1/z^2}$.

В аудитории: 3.23 (1, 2, 4), 1.58(1), 1.64(1), 1.68(1,3) , 3.48(1,2)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 11. Дифференцируемость функций комплексной переменной

Контрольные вопросы:

1. Определение производной функции комплексной переменной
2. Условие Коши-Римана

Задачи:

8.01. Найти все точки, в которых дифференцируемы функции:
1. $\operatorname{Re} z$. 2. $x^2y^2\ (z=x+iy)$. 3. $|z|^2$. 4. $x^2+iy^2\ (z=x+iy)$.
5. $z\operatorname{Re} z$. 6. $2xy-i(x^2-y^2)\quad (z=x+iy)$.

8.08. Найти, где дифференцируемы следующие функции, и написать формулы для их производных:

1. $e^{\operatorname{ch} z}$. 2. $\sin(2e^z)$. 3. $\sin z\operatorname{ch} z-i\cos z\operatorname{sh} z$.

4. ze^{-z}. 5. $\frac{e^z}{z}$. 6. $\frac{z\cos z}{1+z^2}$.

8.09. Выяснить, где дифференцируемы следующие функции и найти их производные:

1. $\operatorname{tg} z$. 2. $\operatorname{ctg} z$. 3. $\frac{e^z+1}{e^z-1}$. 4. $\frac{1}{\operatorname{tg} z+\operatorname{ctg} z}$.

5. $(e^z-e^{-z})^{-2}$. 6. $\frac{\cos z}{\cos z-\sin z}$.

В аудитории: 8.01 (1,3,4), 8.07 (1,3), 8.08 (1,2) , 8.09 (1,5)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 12. Линейная функция $w = az + b$

Контрольные вопросы:

1. Определение линейной функции комплексной переменной
2. Свойства образа линейной функции

Задачи:

2.1. Найти целую линейную функцию, отображающую треугольник с вершинами в точках 0, 1, i на подобный ему треугольник с вершинами 0, 2, $1+i$.

2.2. Найти целое линейное преобразование с неподвижной точкой $1+2i$, переводящее точку i в точку $-i$.

2.3. Для указанных преобразований найти конечную неподвижную точку z_0 (если она существует), угол поворота вокруг нее ϑ и коэффициент растяжения k. Привести эти преобразования к каноническому виду $w - z_0 = \lambda(z - z_0)$:

1) $w = 2z + 1 - 3i$; 2) $w = iz + 4$; 3) $w = z + 1 - 2i$;
4) $w - w_1 = a(z - z_1)$ $(a \neq 0)$; 5) $w = az + b$ $(a \neq 0)$.

2.4. Найти общую форму целого линейного преобразования, переводящего:

1) верхнюю полуплоскость на себя;
2) верхнюю полуплоскость на нижнюю полуплоскость;
3) верхнюю полуплоскость на правую полуплоскость;
4) правую полуплоскость на себя.

2.5. Найти общую форму целого линейного преобразования, переводящего:

1) полосу $0 < x < 1$ на себя;
2) полосу $-2 < y < 1$ на себя;
3) полосу, ограниченную прямыми $y = x$ и $y = x - 1$, на себя.

В аудитории: 2.1, 2.2, 2.3 (1,2), 2.4 (1,2), 2.5(1)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 13. Функция $w = \frac{1}{z}$

Контрольные вопросы:

1. Определение конформного отображения
2. Производная функции
3. Образ функции 1/z

Задачи:

2.8. Для функции $w = 1/z$ найти образы следующих линий:

1) семейства окружностей $x^2 + y^2 = ax$;
2) семейства окружностей $x^2 + y^2 = by$;
3) пучка параллельных прямых $y = x + b$;
4) пучка прямых $y = kx$;
5) пучка прямых, проходящих через заданную точку $z_0 \neq 0$;
6) параболы $y = x^2$.

В аудитории: 2.8(1-3), 3.2 (а,г, е, ж)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 15. Дробно-линейная функция: основные свойства

Контрольные вопросы:

1. Определение дробно-линейной функции
2. Принципы построения отображений дробно-линейной функции

Задачи:

2.9. Выяснить, во что функция $w = \dfrac{1}{z - z_0} + h$ переводит:

1) прямоугольную сетку $x = C$, $y = C$;

2) полярную сетку $|z - z_0| = R$, $\arg(z - z_0) = \alpha$.

В задачах 2.11–2.15 выяснить, во что преобразуются указанные области при заданных отображающих функциях.

2.11. Квадрант $x > 0$, $y > 0$; $w = \dfrac{z - i}{z + i}$.

2.12. Полукруг $|z| < 1$, $\operatorname{Im} z > 0$; $w = \dfrac{2z - i}{2 + iz}$.

2.13. Угол $0 < \varphi < \dfrac{\pi}{4}$; $w = \dfrac{z}{z - 1}$.

2.14. Полоса $0 < x < 1$: 1) $w = \dfrac{z - 1}{z}$; 2) $w = \dfrac{z - 1}{z - 2}$.

2.15. Кольцо $1 < |z| < 2$; $w = \dfrac{z}{z - 1}$.

Лабораторное занятие 16. Дробно-линейная функция: отыскание по трем точкам, отображения

Контрольные вопросы:

1. Определение дробно-линейной функции
2. Круговое свойство дробно-линейной функции

Задачи:

2.17. Найти дробно-линейные функции, переводящие точки -1, i, $1 + i$ соответственно в точки: 1) 0, $2i$, $1 - i$; 2) i, ∞, 1.

2.18. Найти дробно-линейные функции, переводящие точки -1, ∞, i соответственно в точки:

1) i, 1, $1 + i$; 2) ∞, i, 1; 3) 0, ∞, 1.

2.19. Найти дробно-линейные функции по следующим условиям:

1) точки 1 и i неподвижны, а точка 0 переходит в точку -1;

2) точки $\dfrac{1}{2}$ и 2 неподвижны, а точка $\dfrac{5}{4} + \dfrac{3}{4}i$ переходит в ∞;

3) точка i является двойной неподвижной точкой, а точка 1 переходит в ∞.

В аудитории: 2.17(1), 2.18(1,2) , 2.19(1,2)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 17. Дробно-линейная функция: отображение круга, полуплоскости

Контрольные вопросы:

1. Определение дробно-линейного отображения
2. Точки, симметричные относительно окружности
3. Круговое свойство

Задачи:

2.24. Найти точки, симметричные с точкой $2+i$ относительно окружностей: 1) $|z|=1$; 2) $|z-i|=3$.

2.28. Отобразить верхнюю полуплоскость $\operatorname{Im} z>0$ на единичный круг $|w|<1$ так, чтобы:

1) $w(i)=0,\ \arg w'(i)=-\frac{\pi}{2}$; 2) $w(2i)=0,\ \arg w'(2i)=0$;

3) $w(a+bi)=0,\ \arg w'(a+bi)=\theta\ \ (b>0)$.

2.29. Отобразить верхнюю полуплоскость $\operatorname{Im} z>0$ на круг $|w-w_0|<R$ так, чтобы точка i перешла в центр круга, а производная в этой точке была положительной.

2.30. Отобразить круг $|z|<2$ на полуплоскость $\operatorname{Re} w>0$ так, чтобы $w(0)=1,\ \arg w'(0)=\pi/2$.

2.37. Отобразить круг $|z|<1$ на круг $|w|<1$ так, чтобы:

1) $w\left(\frac{1}{2}\right)=0,\ \arg w'\left(\frac{1}{2}\right)=0$; 2) $w\left(\frac{1}{2}\right)=0,\ \arg w'\left(\frac{i}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$;

3) $w(0)=0,\ \arg w'(0)=-\frac{\pi}{2}$; 4) $w(a)=a,\ \arg w'(a)=\alpha$.

2.38. Отобразить круг $|z|<R_1$ на круг $|w|<R_2$ так, чтобы $w(a)=b,\ \arg w'(a)=\alpha\ \ (|a|<R_1,\ |b|<R_2)$.

2.39. Отобразить круг $|z|<1$ на круг $|w-1|<1$ так, чтобы $w(0)=1/2$ и $w(1)=0$.

2.40. Отобразить круг $|z-2|<1$ на круг $|w-2i|<2$ так, чтобы $w(2)=i$ и $\arg w'(2)=0$.

В аудитории: 2.24(1), 2.28(1,2) , 2.30, 2.38
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 18. Дробно-линейная функция: отображения луночек

Контрольные вопросы:

1. Определение дробно-линейного отображения
2. Принцип соответствия границ

Задачи:

2.86. 1) Отобразить угол $0 < \arg z < \pi\alpha$ $(0 < \alpha \leqslant 2)$ на верхнюю полуплоскость.

2) Отобразить угол $-\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{2}$ на верхнюю полуплоскость так, чтобы $w(1-i) = 2$, $w(i) = -1$, $w(0) = 0$.

2.87. Найти функцию $w(z)$, отображающую полукруг $|z| < 1$, $\operatorname{Im} z > 0$, на верхнюю полуплоскость при условиях:

1) $w(-1) = 0$, $w(0) = 1$, $w(1) = \infty$;

2) $w(\pm 1) = \mp 1$, $w(0) = \infty$;

3) $w\left(\frac{i}{2}\right) = i$, $\arg w'\left(\frac{i}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

2.90. Отобразить на верхнюю полуплоскость:

1) сектор $|z| < R$, $0 < \arg z < \pi\alpha$ $(0 < \alpha \leqslant 2)$;

2) область $|z| > R$, $0 < \arg z < \pi\alpha$ $(0 < \alpha \leqslant 2)$.

2.91. Отобразить на верхнюю полуплоскость следующие круговые луночки (двуугольники):

1) $|z| < 1$, $|z - i| < 1$; 2) $|z| < 1$, $|z - i| > 1$;

3) $|z| > 1$, $|z - i| < 1$; 4) $|z| > 1$, $|z - i| > 1$;

5) $|z| > 2$, $|z - \sqrt{2}| < \sqrt{2}$.

В задачах 2.93–2.105 отобразить указанные области на верхнюю полуплоскость.

2.93. Плоскость с разрезом по отрезку $[-1, 1]$.

2.94. Плоскость с разрезом по отрезку $[-i, i]$.

2.95. Плоскость с разрезом по отрезку $[z_1, z_2]$.

2.96. Плоскость с разрезами по лучам $(-\infty, -R]$, $[R, \infty)$ $(R > 0)$.

В аудитории: 2.86(1), 2.87(1,2) , 2.90(1), 2.91(1), 2.93, 2.94
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 22. Интеграл от функции комплексной переменной

Контрольные вопросы:

1. Определение интеграла от функции комплексной переменной
2. Свойства интеграла
3. Способы вычисления интеграла от функции комплексной переменной

Задачи:

3.63. Вычислить интеграл $\int\limits_C |z|\,dz$ в случаях, когда кривая C является:

1. Прямолинейным отрезком, идущим из точки $z = -i$ в точку $z = i$;

2. Полуокружностью $|z|=1$, $\operatorname{Re} z \geqslant 0$, идущей из точки $z=-i$ в точку $z=i$.

3.64. Вычислить интеграл $\int\limits_{|z|=1} |z-1|\,|dz|$.

3.65. Вычислить интеграл $\int\limits_C z \sin z\, dz$, где C — прямолинейный отрезок, идущий из точки $z=0$ в точку $z=i$.

3.84. Вычислить интегралы

1. $\iint\limits_{|z|<1} z^2\, dx\, dy$. 2. $\iint\limits_{|z|<\rho} \frac{dx\, dy}{1+z^2}$, $0<\rho<1$.

3. $\iint\limits_{\rho<|z-a|<r} \frac{dx\, dy}{z-a}$. 4. $\iint\limits_{|z|<1} z^m \bar{z}^n\, dx\, dy$, $m,\ n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

В аудитории: 3.63(1), 3.65, 3.84(1,2)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 23. Интегральная формула Коши

Контрольные вопросы:

1. Теорема Коши
2. Формула Коши

Задачи:

3.27. Вычислить интеграл $\int\limits_C \frac{dz}{z^2+9}$, если:

1) точка $3i$ лежит внутри контура C, а точка $-3i$ — вне его;
2) точка $-3i$ лежит внутри контура C, а точка $3i$ — вне его;
3) точки $\pm 3i$ лежат внутри контура C.

3.28. Вычислить все возможные значения интеграла $\int\limits_C \frac{dz}{z(z^2-1)}$ при различных положениях контура C. Предполагается, что контур C не проходит ни через одну из точек 0, 1 и -1.

10.23. С помощью интегральной формулы Коши вычислить интегралы (все окружности обходятся против часовой стрелки):

1. $\int\limits_{|z+i|=3} \sin z\, \frac{dz}{z+i}$. 2. $\int\limits_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+1}$. 3. $\int\limits_{|z|=2} \frac{e^z}{z^2-1}\, dz$.

4. $\int\limits_{|z|=4} \frac{\cos z}{z^2-\pi^2}\, dz$. 5. $\int\limits_{|z+1|=1} \frac{dz}{(1+z)(z-1)^3}$. 6. $\int\limits_{|z-i|=1} \frac{\cos z}{(z-i)^3}\, dz$.

7. $\int\limits_{\partial D} \frac{e^z\, dz}{z(1-z)^3}$ (D: а) $|z|<1/2$; б) $|z|<3/2$; в) $|z-1|<1/2$).

8. $\int\limits_{|z|=r} \frac{dz}{(z-a)^n (z-b)}$ ($|a|<r<|b|$, $n=1, 2, \ldots$).

В аудитории: 3.27(1), 3.28, 10.23(1-3).На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 29. Разложение в ряд Лорана в окрестности точки z=a

Контрольные вопросы:

1. Ряд Лорана
2. Методы разложения функций в ряды

Задачи:

20.08. Следующие функции разложить в ряд Лорана по степеням z в кольце $1<|z|<2$:

1. $\frac{1}{(z+1)(z-2)}$. 2. $\frac{z^4+1}{(z-1)(z+2)}$. 3. $\frac{z}{(z^2+1)(z+2)}$.
4. $\frac{1}{(z-1)^2(z+2)}$. 5. $\frac{1}{(z^2+1)(z^2-4)}$. 6. $\frac{1}{(z^2-1)^2(z^2+4)}$.

20.09. Следующие функции разложить в ряд Лорана по степеням $z-a$ в кольце D (точка a и кольцо D указаны в скобках):

1. $\frac{1}{z(z-3)^2}$ $(a=1,\ D\colon 1<|z-1|<2)$.
2. $\frac{1}{(z^2-9)z^2}$ $(a=1,\ D\colon 1<|z-1|<2)$.
3. $\frac{z+i}{z^2}$ $(a=i,\ -i\in D)$. 4. $\frac{z^2-1}{z^2+1}$ $(a=1,\ 2i\in D)$.
5. $\frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ $(a=0,\ -\frac{3}{2}\in D)$. 6. $\frac{2z}{z^2-2i}$ $(a=1,\ -1\in D)$.
7. $\frac{z^3}{(z+1)(z-2)}$ $(a=-1,\ D\colon 0<|z+1|<3)$.
8. $\frac{1}{(z^2-1)(z^2+4)}$ $(a=0,\ D\colon |z|>2)$.

В аудитории: 20.08 (1, 3), 20.09 (1, 2,3,8)
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 30. Вычеты в однократных полюсах

Контрольные вопросы:

1. Определение вычета
2. Вычет на бесконечности

Задачи:

В задачах 4.23–4.58 найти особые точки функций, выяснить их характер и исследовать поведение функций на бесконечности [1]).

4.23. $\frac{1}{z-z^3}$. **4.24.** $\frac{z^4}{1+z^4}$. **4.25.** $\frac{z^5}{(1-z)^2}$. **4.26.** $\frac{1}{z(z^2+4)^2}$.
4.27. $\frac{e^z}{1+z^2}$. **4.28.** $\frac{z^2+1}{e^z}$. **4.29.** ze^{-z}. **4.30.** $\frac{1}{e^z-1}-\frac{1}{z}$.
4.31. $\frac{e^z}{z(1-e^{-z})}$. **4.32.** $\frac{1-e^z}{2+e^z}$. **4.33.** $\frac{1}{z^3(2-\cos z)}$. **4.34.** $\operatorname{th} z$.

В задачах 4.79–4.99 требуется найти вычеты указанных функций

4.79. $\dfrac{1}{z^3-z^5}$. **4.80.** $\dfrac{z^2}{(z^2+1)^2}$.

4.81. $\dfrac{z^{2n}}{(1+z)^n}$ (n — натуральное число). **4.82.** $\dfrac{1}{z(1-z^2)}$.

4.83. $\dfrac{z^2+z-1}{z^2(z-1)}$. **4.84.** $\dfrac{\sin 2z}{(z+1)^3}$. **4.85.** $\dfrac{e^z}{z^2(z^2+9)}$. **4.86.** $\operatorname{tg} z$.

4.87. $\dfrac{1}{\sin z}$. **4.88.** $\operatorname{ctg}^2 z$. **4.89.** $\operatorname{ctg}^3 z$.

4.90. 1) $\cos\dfrac{1}{z-2}$; 2) $z^3\cos\dfrac{1}{z-2}$. **4.91.** $e^{z+1/z}$. **4.92.** $\sin z\sin\dfrac{1}{z}$.

4.93. $\sin\dfrac{z}{z+1}$. **4.94.** $\cos\dfrac{z^2+4z-1}{z+3}$. **4.95.** $\dfrac{1}{z(1-e^{-hz})}$ $(h\neq 0)$.

4.96. $z^n\sin\dfrac{1}{z}$ (n — целое число). **4.97.** $\dfrac{1}{\sin(1/z)}$. **4.98.** $\dfrac{\sqrt{z}}{\sin\sqrt{z}}$.

В аудитории: 4.23-4.34
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 33. Вычисление интегралов по замкнутому контуру при помощи теории вычетов

Контрольные вопросы:

1. Теорем о вычетах

Задачи:

В задачах 4.115–4.124 вычислить интегралы, считая, что обход замкнутых контуров происходит в положительном направлении.

4.115. $\displaystyle\int_C \frac{dz}{z^4+1}$, где C — окружность $x^2+y^2=2x$.

4.116. $\displaystyle\int_C \frac{z\,dz}{(z-1)(z-2)^2}$, где C — окружность $|z-2|=\frac{1}{2}$.

4.117. $\displaystyle\int_C \frac{dz}{(z-3)(z^5-1)}$, где C — окружность $|z|=2$.

4.118. $\displaystyle\int_C \frac{z^3\,dz}{2z^4+1}$, где C — окружность $|z|=1$.

4.119. $\displaystyle\int_C \frac{e^z}{z^2(z^2-9)}\,dz$, где C — окружность $|z|=1$.

4.120. $\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_C \sin\frac{1}{z}\,dz$, где C — окружность $|z|=r$.

4.121. $\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_C \sin^2\frac{1}{z}\,dz$, где C — окружность $|z|=r$.

4.122. $\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_C z^n e^{2/z}\,dz$, где n — целое число, а C — окружность $|z|=r$.

4.123. $\displaystyle\int_{|z|=3} (1+z+z^2)(e^{1/z}+e^{1/(z-1)}+e^{1/(z-2)})dz$.

В аудитории: 4.115-4.120
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 33. Вычисление интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)\, d\varphi$

Контрольные вопросы:

1. Методы приведения интегралов к контурным в комплексной плоскости

Задачи:

В задачах 4.131–4.138 найти определенные интегралы. В случае, если интеграл несобственный и расходится, найти его главное значение (если оно существует).

4.131. $\int\limits_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a+\cos\varphi}$ $(a>1)$. Указание. Положить $e^{i\varphi}=z$.

4.132. $\int\limits_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a+b\cos\varphi)^2}$ $(a>b>0)$.

4.133. $\int\limits_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a+b\cos^2\varphi)^2}$ $(a>0,\ b>0)$.

4.134. $\int\limits_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1-2a\cos\varphi+a^2}$ (a — комплексное число и $a \neq \pm 1$).

4.135. $\int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3\varphi\, d\varphi}{1-2a\cos\varphi+a^2}$ (a — комплексное число и $a \neq \pm 1$).

4.136. $\int\limits_0^{2\pi} e^{\cos\varphi}\cos(n\varphi-\sin\varphi)\, d\varphi$ (n — целое число).

4.137. $\int\limits_0^{\pi} \operatorname{tg}(x+ia)\, dx$ (a — действительное число).

4.138. $\int^{2\pi} \operatorname{ctg}(x+a)\, dx$ (a — комплексное число и $\operatorname{Im} a \neq 0$).

В аудитории: 4.131-4. 135
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 35. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$

Контрольные вопросы:

1. Замыкание контура в комплексную плоскость

Задачи:

4.140. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\,dx}{(x^2+4x+13)^2}$. **4.141.** $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^2\,dx}{(x^2+a^2)^2}$ $(a>0)$.

4.142. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^n}$ (n — натуральное число).

4.143. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$ $(a>0,\ b>0)$. **4.144.** $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,dx$.

4.145. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{1+x^n}$ ($n \geqslant 2$ — натуральное число).

4.154. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{itx}}{x}\,dx$. **4.155.** $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\cos x\,dx}{x^2-5x+6}$.

4.156. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x\,dx}{(x^2+4)(x-1)}$. **4.157.** $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos tx}{1+x^3}\,dx$. **4.158.** $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos tx}{1-x^4}\,dx$.

В аудитории: 4.140-4. 143
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 35. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$
Контрольные вопросы:

1. Замыкание контура в комплексную плоскость и Лемма Жорадана

Задачи:

4.149. 1) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\cos x\,dx}{x^2-2x+10}$; 2) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x\,dx}{x^2-2x+10}$.

4.150. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x\,dx}{x^2+4x+20}$.

4.151. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax}{x^2+b^2}\,dx$ (a и b — положительные числа).

28.07. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\sin 2x}{x^2+2x+2}\,dx$.
2. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3\sin x}{x^4+5x^2+4}\,dx$.
3. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3+5x)\sin x}{x^4+10x^2+9}\,dx$.
4. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(2x^3+13x)}{x^4+13x^2+36}\sin x\,dx$.
5. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-1)\cos 2x}{x^2-4x+5}\,dx$.
6. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x}{x^2+2x+10}\,dx$.

В аудитории: 4.149-4. 150
На дом: остальные задачи из приведенных номеров

Лабораторное занятие 37. Собственные интегралы, зависящие от параметра
Контрольные вопросы:

1. Определение интеграла, зависящего от параметра
2. Особенности интегрирования интегралов, зависящих от параметра

Задачи:

Используется учебник [5], §13

В аудитории: 13(1), 14(1), 18(1,2)
На дом: 13,14,18 (др. задачи)

Лабораторное занятие 38. Г-функция и В-функци
Контрольные вопросы:

1. Определение и свойства Г-функция
2. Определение и свойства В -функция

Задачи:

Используется учебник [5], §15

В аудитории: 5(1-3), 6(1), 15(1,2), 16(1,2)
На дом: 5(3,4), 6(2-3), 15(3,4)

Лабораторное занятие 39. Несобственные интегралы, зависящие от параметра и равномерная сходимость интегралов
Контрольные вопросы:

1. Определение несобственного интеграла, зависящего от параметра
2. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра

Задачи:

Используется учебник [5],

В аудитории: §14 1(1,2,6), 2(1,2), §16: 6(1-3), 13(1-2)

На дом: Остальные номера из приведенного списка

Лабораторное занятие 40. Интегральное преобразование Лапласа и Фурье
Контрольные вопросы:

1. Определение и свойства интегрального преобразования Лапласа
2. Определение и свойства интегрального преобразования Фурье

Задачи:

Используется учебник [5]

В аудитории: §17: 1(1,2), 2(1,2), 5(1), 6(1), 17(1),

Дополнительное задание: выполнить обратное преобразование с помощью теории вычетов.

На дом: Остальные номера из приведенного списка

Образцы вопросов к коллоквиуму

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-1.

1. Скалярные и векторные поля, их характеристики..
2. Поток векторного поля.
3. Поток векторного поля через замкнутую поверхность.
4. Формула Гаусса-Остроградского.
5. Дивергенция векторного поля. Расчетная формула. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. Основные свойства дивергенции.
6. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
7. Циркуляция векторного поля. Понятие, физический смысл. Расчетная формула.
8. Ротор векторного поля. Понятие. Расчетная формула. Пример поля с постоянной завихренностью.
9. Формула Стокса. Теорема в развернутом виде. Формулировка в терминах теории поля.
10. Интегралы, зависящие от параметра. Понятие.
11. Понятие равномерной сходимости и предельной функции. Критерий Коши.
12. Теорема о предельном переходе под знаком собственного интеграла, зависящего от параметра.
13. Теорема о непрерывности собственного интеграла, зависящего от параметра.
14. Теорема о дифференцировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
15. Теорема об интегрировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
16. Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость. Понятие, примеры
17. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле)
18. Теорема о предельном переходе под знаком интеграла для несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19. Теорема о непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра.
20. Теорема об изменении порядка интегрирования для несобственного интеграла, зависящего от параметра.
21. B-функция, её свойства.
22. Г-функция, её свойства
23. Связь между Г-функцией и B-функцией.
24. Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами.
25. Операции возведения в степень и извлечения корня n-й степени из комплексного числа
26. Предел последовательности комплексных чисел.
27. Неограниченно возрастающие последовательности. Бесконечно удаленная точка.
28. Множества в C.
29. Функции комплексной переменной. Основные понятия.
30. Предел функции комплексной переменной.
31. Непрерывность функции комплексной переменной.
32. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условие Коши-Римана.
33. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.
34. Функция $w = \frac{1}{z}$.
35. Функция w =az+b.
36. Функции w=z^n, w=$\sqrt[n]{z}$.

4.1.2 Образцы заданий для контрольных и самостоятельных работ.

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ПК-2.

1. Найти поток векторного поля $\bar{a} = 9z \cdot \bar{i} + 7xy \cdot \bar{j} - xz \cdot \bar{k}$ через замкнутую поверхность S: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = 1,\ z = 3 \end{cases}$ (нормаль внешняя), используя формулу Гаусса-Остроградского и выбрав сторону поверхности, найти непосредственно поток через поверхность S_1: $x^2+y^2=9$, являющуюся частью поверхности S и определенную заданным уравнением.

2.. Вычислить по формуле Стокса и непосредственно циркуляцию векторного поля $\bar{a} = (y - x) \cdot \bar{i} + (y - x) \cdot \bar{j} + (2 - z) \cdot \bar{k}$ вдоль контура Γ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ z = 9 \end{cases}$, указав на чертеже направление обхода.

3.Доказать потенциальность заданного векторного поля и найти его потенциал, используя криволинейный интеграл: $\bar{a} = \left(y^2 z \cos xz\right) \cdot \bar{i} + 2y \sin xz \cdot \bar{j} + \left(xy^2 \cos xz + 2\right) \cdot \bar{k}$

4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $\mathbf{z = \sqrt{2} - i\sqrt{6}}$. Записать это число в тригонометрической форме и в показательной форме.

5. Решить уравнение $\sqrt{2} \cdot z^3 = -1 + i$ и изобразить на комплексной плоскости его корни.

6. Пусть $z_0 = 1 - i$. Найти пересечение множеств заданных неравенствами: $|z - z_0| \le |z_0|$, $\operatorname{Re} z \ge \operatorname{Re} z_0$.

7. Найти линейную функцию $w = az + b$, отображающую круг $|z - z_1| \le r_1$ на круг $|w - w_2| \le r_2$.

8. Пусть z_0 и w_0 такие, что $\operatorname{Re} z_0 > 0$ и $\operatorname{Im} w_0 < 0$. Найти линейную функцию $w = az + b$, отображающую полуплоскость $\operatorname{Re} z \ge 0$ на полуплоскость $\operatorname{Im} w \le 0$, такую что $w(z_0) = w_0$.

9. Найти образы областей: $D_1 = \{z : |z| < 1\}$, $D_2 = \{z : \operatorname{Re} z < -2\}$ при отображении $w = \dfrac{1}{z+1}$.

10. Найти образ области $D = \{\ z : \operatorname{Im} z > 0\ ,\ |z - 4i| > 1\ \}$ при отображении $w = \dfrac{1}{z + 3i}$.

11. Найти образ области $D = \{\ z : \operatorname{Re} z > -2\ ,\ \operatorname{Im} z < 2\ \}$ при отображении $w = \dfrac{1}{z - 2i}$.

12. Найти образ области $D=\{\, z:\operatorname{Re} z>4\ ,\ \operatorname{Im} z\ >-2\,\}$ при отображении $w=\sqrt{z-4+2i}+4-2i$ (считая, что $\sqrt{1}=1$).

13. Найти образ области $D=\{\, z:\operatorname{Re} z>0\ ,\ \operatorname{Im} z\ >0\,\}$ при отображении $w=\sqrt{\dfrac{i-z}{i+z}}$ (считая, что $\sqrt{1}=1$).

14. Найти образ области $D=\{\, z:\operatorname{Re} z<-1\ ,\ -1<\operatorname{Im} z\ <0\,\}$ при отображении $w=e^{-\pi(z+1)}$.

15. Используя интегральную формулу Коши, вычислить интеграл

$$\int\limits_{|\tau-1|=2} \frac{d\tau}{\tau^2-3}.$$

16. Разложить функцию $f(z)=\dfrac{1}{1-z}$ в ряд:

а). по неотрицательным степеням z;

в).по отрицательным степеням z.

Определить область сходимости полученного ряда.

17. Разложить функцию $f(z)=\dfrac{1}{z-1}+\dfrac{1}{z+3i}$ в ряд по степеням $\mathbf{z}$ в области:

а).содержащей точку $z=0$;

в). содержащей точку $z=\infty$;

с). содержащей точку $z=-2$.

Определить область сходимости полученного ряда.

18. Найти особые точки функции $f(z)=(z-1)^2\exp\left(\dfrac{1}{z-1}\right)$, определить их тип и вычислить вычеты в этих точках.

19. Вычислить вычеты функции $f(z)=\dfrac{1}{(z-1)^2(z+3i)}$ во всех особых точках (включая точку $\mathbf{z=\infty}$).

20. Используя вычеты, вычислить интеграл

$$\int\limits_{|\tau-2i|=2} \frac{d\tau}{(\tau-i)(\tau+4)}.$$

21. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

22. Вычислить интеграл

$$\int_{0}^{+\infty} \frac{x\sin x}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

23. Исследовать на сходимость интеграл на множествах E_1 и E_2

1) $\int_0^\infty e^{-(x-a)^2}dx$, $E_1=[0;1]$, $E_2=(0;\infty)$.

2) $\int_1^\infty \frac{ln^a x}{x}\sin x dx.$, $E_1=[0;1]$, $E_2=[1;\infty)$

24. Доказать непрерывность функции F(a) на множестве E

1) $F(a)=\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{|\sin x|^a}dx$, $E=(0;1)$;

2) $F(a)=\int_0^\pi \frac{\sin x}{x^a(\pi-x)^a}dx$, $E=(0;2)$.

25. Вычислить с помощью эйлеровых интегралов:

1) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2(2-x)}}$; 2) $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}}\frac{dx}{(x+2)^2}$; 3) $\int_0^\infty \frac{lnx}{x^2+1}dx$; 4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^4 x cos^6 x dx$.

26. Найти производную от несобственного интеграла по параметру a:

1) $\int_1^\infty \frac{sinax}{x^2}dx$; 2) $\int_0^\infty \frac{cosax}{1+x^2}dx$; 3) $\int_0^\infty \frac{1-cosax}{x}e^{-ax}dx$; 4) $\int_0^\infty e^{-ax^2}\,cosxdx$.

27. Доказать равномерную сходимость интегралов при $a \in E$:

1) $\int_2^\infty \frac{dx}{xln^a x}dx$, $E=[2;\infty)$; 2) $\int_0^\infty e^{-ax^2}dx$, $E=[1;\infty)$;

3) $\int_2^\infty \frac{ln^2 x}{x^2+a^{2dx;}}$, $E=(-\infty;\infty)$; 4) $\int_0^\infty \frac{xdx}{1+(x-a)^6}$, $E=(-\infty;1)$.

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену.

Перечень компетенций (части компетенции), проверяемых оценочным средством: ОПК-1, ПК-1.

1.Скалярные и векторные поля, их характеристики..
2.Поток векторного поля.
3. Поток векторного поля через замкнутую поверхность.
4. Формула Гаусса-Остроградского.
5. Дивергенция векторного поля. Расчетная формула. Формула Гаусса-Остроградского в терминах теории поля. Основные свойства дивергенции.
6. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.
7. Циркуляция векторного поля. Понятие, физический смысл. Расчетная формула.

8. Ротор векторного поля. Понятие. Расчетная формула. Пример поля с постоянной завихренностью.
10. Формула Стокса. Теорема в развернутом виде. Формулировка в терминах теории поля.
10. Интегралы, зависящие от параметра. Понятие.
11. Понятие равномерной сходимости и предельной функции. Критерий Коши.
12.Теорема о предельном переходе под знаком собственного интеграла, зависящего от параметра.
13.Теорема о непрерывности собственного интеграла, зависящего от параметра.
14.Теорема о дифференцировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
15.Теорема об интегрировании собственного интеграла, зависящего от параметра.
16.Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость. Понятие, примеры
17. Достаточные условия равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле)
18.Теорема о предельном переходе под знаком интеграла для несобственных интегралов, зависящих от параметра.
19.Теорема о непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра.
20. Теорема об изменении порядка интегрирования для несобственного интеграла, зависящего от параметра.
21. B-функция, её свойства.
22. Г-функция, её свойства
23.Связь между Г-функцией и B-функцией.
24.Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами.
25. Операции возведения в степень и извлечения корня n-й степени из комплексного числа
26. Предел последовательности комплексных чисел.
27. Неограниченно возрастающие последовательности. Бесконечно удаленная точка.
28. Множества в С.
29. Функции комплексной переменной. Основные понятия.
30. Предел функции комплексной переменной.
31. Непрерывность функции комплексной переменной.
32.Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условие Коши-Римана.
33. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.
34. Функция $w = \frac{1}{z}$.
35.Функция w =az+b.
36. Функции w=z^n, w=$\sqrt[n]{z}$.
37. Дробно-линейная функция.
38. Теорема об определении дробно-линейной функции тремя парами точек.
39. Круговое свойство дробно-линейной функции.
40. Теорема о симметричных точках для дробно-линейной функции.
41. Показательная и логарифмическая функции.
42. Функция Жуковского.
43. Трансцедентные функции.
44 Понятие интеграла в С. Существование. Основные свойства.
45. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной.
46. Теорема Коши для односвязной области.
47. Теорема Коши для многосвязной области.
48. Неопределенный интеграл от функции комплексной переменной. Аналитичность неопределенного интеграла. Первообразная.
49. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
50. Производные высших порядков для аналитических функций.

51. Теорема Морера.
52. Понятие функционального ряда. Сходимость. Равномерная сходимость. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
53. Теорема о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда.
54. Теорема о почленном интегрировании почленно сходящегося ряда.
55. Теорема о почленном дифференцировании равномерно сходящегося ряда.
56. Степенные ряды. Теорема Абеля.
57. Следствия из теоремы Абеля.
58. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора.
59. Нули аналитической функции. Теорема единственности.
60. Принцип максимума модуля.
61. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
62. Теорема об однозначном представлении аналитической функции рядом Лорана.
63. Изолированные особые точки аналитической функции. Их классификация.
64. Поведение аналитической функции в окрестности изолированных особых точек.
65. Определение вычета аналитической функции в изолированной особой точке. Расчетные формулы для полюсов.
66. Основная теорема теории вычетов.
67. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме всех вычетов. Следствие из нее.
68. Вычисление интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\cos\varphi, \sin\varphi)\, d\varphi$.
69. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$.
70. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x)dx$.

4.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Для успешного выполнения лабораторной работы обучающемуся следует ознакомиться с теоретической частью дисциплины по теме лабораторной работы, изложенной в лекциях. Для углубленного понимания теоретического материала могут быть использованы источники, указанные в списке основной литературы [1-4], дополнительной [8].

Критерием должной подготовки студентов к выполнению лабораторных работ являются приобретенные знания, позволяющие безошибочно ответить на вопросы, сформулированные по каждой теме лабораторных работ. Для приобретения должных навыков к решению задач предполагается решение задач на лабораторных занятиях в учебных аудиториях под руководством преподавателя. Закрепление приобретенных навыков осуществляется внеаудиторным самостоятельным решением студентом задач. Номера задач для решения в аудитории и дома указаны к каждой лабораторной работе.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

5.1 Основная литература:

1. М.И. Шабунин. Теория функций комплексного переменного / М.И.Шабунин, Ю.В. Сидоров. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Лаборатория знаний: Лаборатория базовых Знаний, 2016.- 303с. – ISBN 978-5-93208-209-6 (40)

2. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс]: Учеб.:Для вузов. – 6-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 336с. – (Курс высшей математики и математической физики) – ISBN 978-5-9221-0133-2 https://e.lanbook.com/book/48167

3. Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. - СПб. : Лань, 2015. – 448 с. - https://e.lanbook.com/book/67463

4. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учебник / Привалов И. И. - СПб. : Лань, 2009. - 432 с. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322

5.2 Дополнительная литература:

5. Кудрявцев, Лев Дмитриевич. Курс математического анализа: учебник для бакалавров: учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям. Т. 3 / Л. Д. Кудрявцев ; Моск. физико-техн. ин-т (Гос. ун-т). - 6-е изд. - Москва : Юрайт, 2012. - 351 с. - (Бакалавр. Базовый курс). - ISBN 9785991618922 : 306.79. (50)

6. Малыхин, К. В. Избранные главы комплексного анализ: учебное пособие / К. В. Малыхин, Н. М. Черных; М-во образования и науки Рос. Федерации, Кубанский гос. ун-т. - Краснодар : [Кубанский государственный университет], 2014. - 122 с. : - ISBN 9785820910685 : 34.21. (17)

7. Демидович, Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. - Москва : АСТ : Астрель, 2010. - 558 с. - ISBN 9785170100620. - ISBN 9785271036019 : 75.00. (2)

8. Львовский, С.М. Лекции по комплексному анализу: курс лекций / С.М. Львовский ; Независимый Московский Университет. - Изд. 2-е, стереотип. - Москва : МЦНМО, 2009. - 136 с. - ISBN 978-5-94057-577-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL:

http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63178 (11.09.2018).

9. Голуб, М. В., Еремин, А. А., Фоменко, С. И. Интегральные преобразования и распределения в задачах обработки и анализа сигналов: учеб. пособие / М. В. Голуб, А. А. Еремин, С. И. Фоменко. – Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2014. – 130 с. (12)

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По курсу предусмотрено проведение лекционных занятий, на которых дается основной теоретический материал, лабораторных занятий, позволяющих студентам в полной мере ознакомиться с понятиями и методами Комплексного анализа и навыками их применением в решении практических задач.

Важнейшим этапом является самостоятельная работа по дисциплине. Целью самостоятельной работы бакалавра является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий. Вырабатываются навыки самостоятельной работы. Закрепляются опыт и знания, полученные во время лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов в ходе изучения дисциплины состоит в выполнении индивидуальных заданий, задаваемых преподавателем, ведущим лабораторные занятия, подготовки теоретического материала к лабораторным занятиям, на основе конспектов лекций и учебной литературы, согласно календарному плану и подготовки теоретического материала к тестовому опросу, зачету и экзамену, согласно вопросам к экзамену.

Указания по оформлению работ:

- работа на лабораторных занятиях и конспекты лекций могут выполняться на отдельных листах либо непосредственно в рабочей тетради;

- оформление индивидуальных заданий желательно на отдельных листах.

Проверка индивидуальных заданий по темам, разобранным на лабораторных занятиях, осуществляется через неделю на текущем лабораторном занятии, либо в течение недели после этого занятия на консультации.

Для разъяснения непонятных вопросов лектором и ассистентом еженедельно проводятся консультации, о времени которых группы извещаются заранее.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе и выполнении практических заданий по разобранным во время аудиторных занятий примерам.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список задач и вопросов коллоквиума) и итоговой аттестации (зачета, экзамена).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы

Критерии выставления оценок.

Оценка «отлично»:

– систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины, а также по основным вопросам, выходящим за пределы учебной программы;

– точное использование научной терминологии систематически грамотное и логически правильное изложение ответа на вопросы;

– безупречное владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке научных и практических задач;

– выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы и нестандартные ситуации;

– полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;

– умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку, используя научные достижения других дисциплин;

–творческая самостоятельная работа на практических/семинарских/лабораторных занятиях, активное участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;

– высокий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «хорошо»:

– достаточно полные и систематизированные знания по дисциплине;

– умение ориентироваться в основном теориях, концепциях и направлениях дисциплины и давать им критическую оценку;

– использование научной терминологии, лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

– владение инструментарием по дисциплине, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;

– усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой по дисциплине;

– самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий;

– средний уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «удовлетворительно»:

– достаточный минимальный объем знаний по дисциплине;

– усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой;

– умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по дисциплине и давать им оценку;

– использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;

– владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении типовых задач;

– умение под руководством преподавателя решать стандартные задачи;

– работа под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий;

– достаточный минимальный уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

Оценка «неудовлетворительно»:

– фрагментарные знания по дисциплине;

– отказ от ответа (выполнения письменной работы);

– знание отдельных источников, рекомендованных учебной программой по дисциплине;

– неумение использовать научную терминологию;

– наличие грубых ошибок;

– низкий уровень культуры исполнения заданий;

–низкий уровень сформированности заявленных в рабочей программе компетенций.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на экзамене;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

7.1 Перечень информационно-коммуникационных технологий.

Информационные технологии – не предусмотрены.

7.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.

Программное обеспечение - не предусмотрено.

7.3 Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (http://www.elibrary.ru)

2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (http://www.biblioclub.ru)

3. ЭБС Издательства «Лань» http://e.lanbook.com/ ООО Издательство «Лань»

4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru ООО «Директ-Медиа»

8. Материально-техническое обеспечение по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лекционные занятия	Лекционные аудитории, оснащенные презентационной техникой (проектор, экран, ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО): А305, 133.
2.	Лабораторные занятия	Аудитории для проведения лабораторных и практических занятий, оснащенные учебной мебелью (столы, стулья), соответствующей количеству студентов, доской: 133, 149, 150.
3.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитории А305, 133, 150, 148, . оснащенные учебной мебелью (столы, стулья), презентационной техникой для проведения групповых и индивидуальных консультаций
4.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитории А305, 133. оснащенные учебной мебелью (столы, стулья)
5.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета: 102-А, а также студентческий читальный зал библиотеки КубГУ (к.109С) и зал доступа к электронным ресурсам и каталогам (к. А213).