

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кубанский государственный университет»
Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
качеству образования – первый
проректор
_____ Хагуров Т.А.
«05» _____ 2019 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.38 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ **ПРИРОДНЫХ И ТЕХНОГЕННЫХ ОБЪЕКТОВ** **И ПРОЦЕССОВ**

Направление подготовки **01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) Математическое моделирование в естествознании
и технологиях

Программа подготовки _____ академическая

Форма обучения _____ очная

Квалификация (степень) выпускника _____ бакалавр

Краснодар 2019

Рабочая программа дисциплины «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИРОДНЫХ И ТЕХНОГЕННЫХ ОБЪЕКТОВ И ПРОЦЕССОВ» составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 9 от 10 января 2018 г.

Программу составил:

Бабешко В.А., акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. кафедрой математического моделирования КубГУ



Рабочая программа дисциплины «Математическое моделирование природных и техногенных объектов и процессов» утверждена на заседании кафедры математического моделирования протокол № 11 «10» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования акад. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф. Бабешко В.А.



Утверждена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 1 «15» мая 2019 г.

Председатель УМК факультета
канд. экон. наук, доцент Коваленко А.В.



Рецензенты:

Калинчук В.В., д-р физ.-мат. наук, заведующий отделом математики, механики и нанотехнологий Южного научного центра РАН

Уртенев М.Х., д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики КубГУ

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Дисциплина «Математическое моделирование природных и техногенных объектов и процессов» ставит своей целью освоение методов построения математических моделей, описывающих основные особенности функционирования экологических, экономических и технологических систем; подготовку к выбору оптимальных подходов к построению моделей в соответствующей области практики.

Цели дисциплины соответствуют формируемым компетенциям ПК-1, ПК-2.

1.2 Задачи дисциплины

Основные задачи дисциплины:

- усвоение основных идей и подходов к построению математических моделей;
- знакомство с общими принципами и конкретными методами построения и исследования математических моделей различных систем;
- обучение методам формализации, алгоритмизации и реализации моделей на ЭВМ.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическое моделирование природных и техногенных объектов и процессов» относится к дисциплинам по выбору вариативной части Блока 1. Дисциплины (модули) бакалавра.

Курс является естественным продолжением читаемых ранее курсов и содержит систематическое изложение основных понятий и принципов математического моделирования, примеры построения математических моделей некоторых процессов и явлений и методы исследования этих моделей. Курс должен служить базой для формирования навыков математического моделирования в различных прикладных областях. Данная дисциплина наиболее тесно связана с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнениями математической физики.

Теоретической базой для освоения дисциплины являются математические дисциплины: математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, теория вероятностей и математическая статистика, исследование операций в объеме, предусмотренном для соответствующему направлению подготовки.

1.4 Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Программа определяет общий объем знаний, позволяющий сформировать у студента целостное представление об основах подходах к построению математических моделей, обеспечивающих широкий спектр их применений.

После изучения дисциплины студенты должны:

- знать приемы, методы, способы формализации объектов, процессов, явлений и их компьютерной реализации, достоинства и недостатки различных способов представления моделей систем на уровне, достаточном для использования в практической деятельности;
- уметь строить и верифицировать простейшие модели систем и процессов;
- владеть методологией и общими принципами построения математических моделей объектов и систем, а также методами анализа и синтеза (необходимо знать принципы моделирования, классификацию моделей систем и способы их представления);

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть следующей компетенцией:

Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
		знать	уметь	владеть
ПК-1	Способен решать актуальные и значимые задачи прикладной математики и информатики	– способы использования современных методов для решения научных и практических задач – принципы выбора методов и средств изучения математической модели; – подходы к верификации моделей и оценке затрат на их реализацию; – пакеты прикладных программ, используемые при построении моделей	– строить математические модели и оценивать их адекватность; – содержательно интерпретировать результаты;	– навыками анализа, сопоставления и обобщения результатов теоретических и практических исследований в предметной области; – основными методами исследования и математических моделей; – навыками содержательной интерпретации результатов; – навыками использования пакетов прикладных программ для обеспечения процесса моделирования
ПК-2	Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	– тематические сетевые информационные ресурсы; – современные тенденции развития научных и прикладных достижений в области математического моделирования;	– организовать эффективный поиск информации по предметной области; – использовать электронные библиотеки для углубления знаний по предметной области; – планировать этапы создания и верификации модели	– навыками работы с информацией из различных источников (печатных, электронных, сетевых); – навыками оценки вычислительной сложности модели;

2. Содержание и структура дисциплины

2.1 Распределение трудоемкости дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов. Курс «Математическое моделирование природных и техногенных объектов и процессов» состоит из лабораторных занятий, сопровождаемых регулярной индивидуальной работой преподавателя со студентами в процессе самостоятельной работы. Программой дисциплины предусмотрены 50 часов лабораторных работ.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (часы)
		7
Контактная работа (всего)	56,2	56,2
В том числе:		
Занятия лекционного типа	–	–
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)	–	–
Лабораторные занятия	50	50
Иная контактная работа:		
Контроль самостоятельной работы (КСР)	6	6
Промежуточная аттестация (ИКР)	0,2	0,2
Самостоятельная работа (всего)	51,8	51,8
В том числе:		
Курсовая работа	–	–
Проработка учебного (теоретического) материала	25	25
Подготовка к текущему контролю	26,8	26,8
Контроль: зачет		
Общая трудоемкость	час.	108
	в том числе контактная работа	56,2
	зач. ед	3

2.2 Структура дисциплины

Распределение видов учебной работы по разделам дисциплины. Разделы дисциплины, изучаемые в 7 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов		
		Всего	Аудиторная работа	Внеаудиторная работа
			ЛР	СРС
1	Общие вопросы моделирования	4	2	2
2	Моделирование экологических процессов и систем	8	4	4
3	Модели и методы оценки загрязнения атмосферы, водной среды и поверхности земли	18	8	10
4	Математические модели в сейсмологии	10	6	4
5	Модели взаимодействия элементов конструкций	12	6	6
6	Модели разрушения	12	6	6
7	Моделирование экономических систем. Теория потоковых диаграмм Форрестера	16	8	8
8	Статистические методы моделирования	10	4	6
9	Этапы системного моделирования. Проведение экспериментов на модели	8	4	4
10	Обзор изученного материала и проведение зачета	3,8	2	1,8
Контроль самостоятельной работы (КСР)		6	–	–
Промежуточная аттестация (ИКР)		0,2	–	–
Итого		108	50	51,8

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Лабораторные занятия

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Общие вопросы моделирования	Моделирование как метод научного познания. Классификация моделей.	Опрос по результатам лабораторной работы
2	Моделирование экологических процессов и систем	Общесистемный подход к моделированию экологических систем. Введение в теорию размерностей. Применение интегральных преобразований.	Представление индивидуального задания
3	Модели и методы оценки загрязнения атмосферы, водной среды и поверхности земли	Общая модель распространения загрязняющих веществ. Постановка основных задач. Вариационно-разностные методы решения задач. Корректность постановки начально-краевых задач для уравнения переноса и диффузии. Методы разрывных решений. Верификация модели. Осаждение загрязняющих веществ на разнотипные подстилающие поверхности.	Представление индивидуального задания
4	Математические модели в сейсмологии.	Основы механики деформируемого твердого тела. Распространение упругих волн. Определение напряжений в земной коре и литосфере	Опрос по результатам лабораторной работы
5	Модели взаимодействия элементов конструкций	Основы теории пластичности. Динамические и стационарные контактные задачи. Методы решения стационарных и нестационарных контактных задач	Опрос по результатам индивидуального задания;
6	Модели разрушения	Задачи о трещине и жестком включении в упругой полуграниченной среде. Критерии разрушения. Элементы теории вирусов "вибропрочности"	Опрос по результатам индивидуального задания
7	Моделирование экономических систем. Теория потоковых диаграмм Форрестера	Потоки и резервуары. Моделирование экономических взаимодействий. Модель производственно-сбытового комплекса. Моделирование динамики развития города	Опрос по результатам лабораторной работы
8	Статистические методы моделирования.	Моделирование случайных событий. Потоки случайных событий. Потоки случайных событий с последствием. Имитационные модели сложных систем.	Опрос по результатам лабораторной работы
9	Этапы системного моделирования. Проведение экспериментов на модели.	Алгоритмизация математических моделей Планирование машинных экспериментов. Обработка и анализ результатов моделирования	Опрос по результатам лабораторной работы

Примерные задания для лабораторных работ

Раздел 1

Моделирование как метод научного познания. Использование моделирования при исследовании, проектировании и эксплуатации различных систем. Параметры и характеристики. Исследование свойств системы в процессе системного анализа, синтез

оптимальной системы. Классификация моделей. Модели непрерывных и дискретных систем. Детерминированные и стохастические модели. Общие принципы построения моделей сложных систем. Возможности формализации больших систем. Адекватность и эффективность модели. Аналитические, численные, статистические методы. Сравнительный анализ методов моделирования.

- 1) Реализация в среде Matlab моделей физических процессов (колебания струны, одномерный теплоперенос);
- 2) Реализация в среде Matlab простейшей модели популяции.

Раздел 2

Общесистемный подход к моделированию экологических систем. Модели популяций. Модели массопереноса. Введение в теорию размерностей. Представление математической модели в безразмерном виде. Применение интегральных преобразований. Интегральные преобразования Фурье и Лапласа и их свойства.

- 3) Исследование в среде Matlab модели диффузии (две пространственные переменные) с различными граничными условиями;
- 4) Исследование в среде Matlab модели диффузии с учетом деградации примеси;
- 5) Исследование в среде Matlab модели диффузии с учетом гравитационного оседания;

Раздел 3

Общая модель распространения загрязняющих веществ. Уравнения переноса и турбулентной диффузии. Уравнения Навье – Стокса. Нестационарные и установившиеся процессы. Постановка основных задач переноса и диффузии. Типы граничных условий. Вариационно-разностные методы решения задач переноса-диффузии. Консервативные монотонные разностные схемы. Корректность постановки начально-краевых задач для уравнения переноса и диффузии (для различных областей и граничных условий). Свойства и представления δ -функции Дирака. Методы разрывных решений решения стационарных задач для случая сосредоточенных источников. Верификация модели переноса и диффузии примеси. Осаждение загрязняющих веществ на разнотипные подстилающие поверхности. Сведение смешанных краевых задач к системам интегральных уравнений. Построение приближенных решений систем интегральных уравнений (внутренняя и погранслойная составляющие решения). Факторизация функций. Теоремы о факторизации функций в виде суммы и произведения. Нормализация. Приближенная факторизация функций и матриц-функций. Интегральное уравнение свертки. Метод Винера – Хопфа решения интегральных уравнений на полупрямой.

- 1) Исследование в среде Matlab модели диффузии с учетом конвекции;
- 2) Использование инструментов Matlab для аналитических преобразований.
- 3) Решение задач для уравнения диффузии с использованием вариационно-разностных методов;
- 4) Решение задач массопереноса численно-аналитическими методами;
- 5) Реализация двумерной модели диффузии с учетом конвекции, осаждения и деградации примеси;
- 6) Численно-аналитическое решение задачи для поверхностного источника;
- 7) Верификация модели миграции примеси численно-аналитическими методами;
- 8) Использование инструментария аналитических преобразований Matlab для факторизации функций и матриц-функций второго порядка;
- 9) Решение интегральных уравнений.

Раздел 4

Основы механики деформируемого твердого тела (Сплошная среда. Виды внешних сил, тензор напряжений. Уравнения движения и равновесия в компонентах тензора напряжений. Тензор деформации. Обобщенный закон Гука. Уравнения упругого равновесия и движения в перемещениях). Распространение упругих волн (Два типа волн. Поверхностные волны Релея. волны Лява). Определение напряжений в земной коре и литосфере.

1) Определение вектора полного напряжения в заданной точке на площадке, касательной к цилиндрической поверхности $y^2 + z^2 = 4$ при заданных компонентах тензора напряжений;

2) Найти нагрузку, которой соответствует заданная функция напряжений, например,



3) Исследовать задачу кручения для призматического бруса, эллиптического сечения.

Раздел 5

Условия текучести и упрочнения. Основные соотношения теории пластических деформаций. Основные соотношения теории пластических течений. Динамические и стационарные контактные задачи. Модели контактного взаимодействия (условия в области контакта). Методы решения стационарных контактных задач. Применение интегральных преобразований в неограниченных и полуограниченных областях. Методы решения нестационарных контактных задач. Переход от динамических к стационарным задачам с помощью применения преобразования Лапласа.

1) Применение интегральных преобразований;

2) Численное обращение интегральных преобразований;

3) Нахождение решение однородных уравнений статической теории упругости в случае плоского напряженного состояния;

4) Расчет напряжений в заданной точке полуплоскости в случае заданной на границе локальной нагрузки, действующей под углом.

Раздел 6

Задачи о трещине и жестком включении в упругой полуограниченной среде. Критерии разрушения (энергетический критерий Гриффитса, силовой критерий Ирвина. Элементы теории «вирусов» вибропрочности (Формула Бетти. Основные соотношения между напряжениями и перемещениями. Классификация «вирусов» вибропрочности).

1) Модель бесконечной пластины единичной толщины с центральной поперечной трещиной;

2) Определение критической сжимающей силы для стержня с шарнирно закрепленными концами;

3) Определение максимального прогиба в середине равномерно нагруженной квадратной пластины, две стороны которой свободно оперты, а две другие защемлены методом Бубнова-Галеркина;

4) Моделирование простейших «вирусов» вибропрочности.

Раздел 7

Метод математического моделирования в экономике. Некоторые модели финансовых и экономических процессов (модель равновесия рыночной экономики, макромоделю экономического роста, модель рекламы). Модель глобального развития Дж. Форрестера. Потоки и резервуары. Моделирование экономических взаимодействий. Модели запаздывания. Модель производственно-сбытового комплекса (производство, склад

оптовой торговли, склад розничной реализации). Моделирование динамики развития города. Описание и анализ основных характеристик (предприятия, жилой фонд, население).

- 1) Реализация простейшей модели рекламы;
- 2) Реализация модели гонки вооружений;
- 3) Реализация модели запаздывания первого порядка для постоянного входного сигнала;
- 4) Реализация модели запаздывания первого порядка для импульсного входного сигнала;
- 5) Реализация моделей запаздывания старших порядков для постоянного входного сигнала;
- 6) Реализация моделей запаздывания старших порядков для импульсного сигнала.

Раздел 8

Моделирование случайных событий. Потоки случайных событий. Потоки случайных событий с последствием. Имитационные модели сложных динамических систем. Основные понятия. Принципы и методы построения имитационных моделей.

- 1) Оценка параметров случайного процесса;
- 2) Оценивание параметров при наличии ошибок измерения;
- 3) Обработка и анализ результатов средствами пакета Statistica.

Раздел 9

Алгоритмизация математических моделей Планирование машинных экспериментов. Обработка и анализ результатов моделирования.

- 1) Обработка и анализ результатов средствами Excel;
- 2) Обработка и анализ результатов средствами пакета Matlab.

2.3.2 Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебный план не предусматривает курсовых работ по данной дисциплине.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
1	Подготовка к текущему контролю, подготовка индивидуальных заданий	1. Бабешко В.А., Павлова А.В., Бабешко О.М., Евдокимова О.В. Математическое моделирование экологических процессов распространения загрязняющих веществ. Краснодар: Изд-во КубГУ, 2009. 2. Маликов Р.Ф. Основы математического моделирования. М.: Горячая линия-Телеком, 2010. 368 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/5169. 3. Юдович В.И. Математические модели естественных наук. СПб.: Лань, 2011. 336 с. + [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/689.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в печатной форме увеличенным шрифтом,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

2.5 Самостоятельное изучение разделов дисциплины

Целью самостоятельной работы является углубление знаний, полученных в результате аудиторных занятий, выработка навыков индивидуальной работы, закрепление навыков, сформированных во время лабораторных занятий.

Примерные задания для самостоятельной работы

1. Решить задачу с использованием средств Matlab

Пусть функции $\varphi_i(x_1, x_2, x_3), i=1, 2, 3$ и $\psi(x_1, x_2, x_3)$ являются гармоническими.

При каком условии формулы

$$u_i = \varphi_i + (r^2 - a^2) \frac{\partial \psi}{\partial x_i}, \quad r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, \quad a = \text{const}$$

определяют решение однородных уравнений Ляме?

2. Решить задачу с использованием средств Matlab.

Пусть u, v, w — компоненты вектора перемещения, удовлетворяющие однородным уравнениям Ляме. Показать, что функции

$$\Phi_1 = 2u - \frac{1}{2(1-\nu)} \left[y \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + z \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]$$

$$\Phi_2 = 2v - \frac{1}{2(1-\nu)} \left[z \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) - x \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]$$

$$\Phi_3 = 2w + \frac{1}{2(1-\nu)} z \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

являются гармоническими.

3. Решить задачу с использованием средств Matlab

Найти общее решение однородных уравнений статической теории упругости, считая напряженное состояние плоским, т. е. $\sigma_{13} \equiv \sigma_{23} \equiv \sigma_{33} \equiv 0$.

4. Решить задачу с использованием средств Matlab

Найти общий вид плоского напряженного состояния ($\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$) в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , при условии, что $u_r = u_r(r, z)$, $u_z = u_z(r, z)$, $u_\varphi = 0$.

5. Решить задачу с использованием средств Matlab

Исследовать нормальные моды круглой мембраны с закрепленным краем. Построить изображения мембраны при различных нормальных колебаниях.

Перечень вопросов для самоподготовки

Раздел 1.

1. Что понимается под математической моделью?
2. Какие модели называются динамическими (статическими)?
3. Какие модели называются детерминированными (стохастическими)?
4. Что понимается под термином "верификация модели"?
5. Приведите примеры, демонстрирующие универсальность математических моделей и принцип аналогий.

Раздел 2.

1. Перечислите основные этапы математического моделирования физического процесса.
2. Приведите пример простейшей модели однородных популяций.
3. Запишите уравнение Вольтерра модели хищник-жертва.
4. Сформулируйте дифференциальный закон сохранения вещества.
5. Приведите формулы прямого и обратного преобразования Фурье.
6. Перечислите основные свойства преобразования Фурье.
7. Приведите формулы прямого и обратного преобразования Лапласа.
8. Перечислите основные свойства преобразования Лапласа.
9. С какой целью интегральные преобразования применяются к начально-краевым задачам?
10. Для чего вводятся безразмерные переменные?

Раздел 3.

1. Запишите уравнение диффузии с учетом дегградации вещества.
2. Запишите уравнение переноса с учетом гравитационного оседания.
3. Приведите уравнение, описывающее нестационарный (установившийся) процесс распространения примеси с учетом переноса и диффузии.
4. Приведите основные типы граничных условий на подстилающей поверхности.
5. В чем заключается идея метода разрывных решений?
6. Сформулируйте теорему о факторизации функции в виде суммы (произведения).
7. Запишите уравнение Винера–Хопфа.
8. Дайте определение аппроксимации разностной задачей исходной дифференциальной задачи.
9. Дайте определение устойчивости разностной схемы.
10. Что такое консервативная разностная схема?

Раздел 4.

1. Что такое сплошная среда?
2. Сформулируйте закон Гука.
3. Запишите уравнения движения и равновесия в компонентах тензора напряжений.
4. Запишите уравнения упругого равновесия и движения в перемещениях.

5. Приведите основные типы граничных условий.
6. Приведите примеры уравнений, описывающих стационарные и нестационарные процессы в деформируемом твердом теле.
7. Для чего ставятся условия излучения?
8. Сформулируйте принцип предельного поглощения.
9. Напишите условие излучения Зоммерфельда в трехмерном случае.
10. Волны каких типов распространяются в деформируемых твердых телах?

Раздел 5.

1. Что такое упругая деформация?
2. Что такое пластическая деформация?
3. Сформулируйте условия текучести.
4. Что такое упрочнение? Сформулируйте условия упрочнения.
5. Что называется пластическим течением?
6. Что такое контактные задачи?
7. Приведите простейшие примеры стационарных и нестационарных задач.
8. Приведите примеры условий в области контакта.
9. Каким образом можно перейти от нестационарной к стационарной задаче?
10. Каковы условия применения интегрального преобразования Фурье в неограниченных и полуограниченных областях?

Раздел 6

1. Поставьте задачу об установившихся антиплоских колебаниях упругого полупространства, вызванных вибрацией внутренней плоской трещины.
2. Сформулируйте критерий Гриффитса.
3. В чем состоит критерий разрушения Ирвина?
4. Что называют вирусом "вибропрочности".
5. Приведите примеры вирусов "вибропрочности" первого и второго рода.

Раздел 7.

1. В чем состоит идея метода потоковых диаграмм?
2. Запишите уравнение уровня.
3. Запишите уравнение темпа.
4. Как моделируются запаздывания.
5. Рассмотрите пример запаздывания второго порядка для импульсного входного условия.

Раздел 8.

1. Что такое случайные величины? Приведите примеры законов их распределения.
2. Как определяются параметры эмпирических распределений?
3. Что такое статистическая проверка статистических гипотез?
4. Назовите основные принципы построения имитационных моделей.
5. Приведите методы математической статистики, используемые для анализа результатов имитационного моделирования.

Раздел 9.

1. Что понимается под алгоритмизацией модели?
2. Опишите технологическую цепочку вычислительного эксперимента как средства решения сложных прикладных задач.
3. Какова роль машинного эксперимента в процессе верификации модели?

4. Перечислите виды факторов в имитационном эксперименте.
5. Приведите пример реализации технологии математического моделирования для решения простой задачи механики.

3. Образовательные технологии

С точки зрения применяемых методов используются как традиционные занятия, так и интерактивная подача материала с мультимедийной системой. Компьютерные технологии в данном случае обеспечивают возможность разнопланового отображения алгоритмов и демонстрационного материала. Такое сочетание позволяет оптимально использовать отведенное время и раскрывать логику и содержание дисциплины.

Цель *лабораторного занятия* – научить применять теоретические знания при решении конкретных задач. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах.

Темы, задания и вопросы для самостоятельной работы призваны сформировать навыки поиска информации, умения самостоятельно расширять и углублять знания, полученные в ходе лабораторных занятий.

Подход разбора конкретных ситуаций широко используется как преподавателем, так и студентами при проведении анализа результатов самостоятельной работы. Это обусловлено тем, что в процессе моделирования часто встречаются задачи, для которых единых подходов не существует. Каждая конкретная задача при своем моделировании (исследовании) имеет множество подходов, а это требует разбора и оценки целой совокупности конкретных ситуаций. Этот подход особенно широко используется при определении адекватности математической модели и результатов моделирования на отдельных этапах.

Применяемая технология коллективного взаимодействия в виде организованного диалога, реализует коллективный способ обучения.

Групповые индивидуальные задания формируют навыки исследовательской работы в коллективе.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Общее количество часов
7	ЛР	Компьютерные занятия в режимах взаимодействия «преподаватель – студент» и «студент – студент» (разделы 2–3)	14

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

4. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Учебная деятельность проходит в соответствии с графиком учебного процесса. Процесс самостоятельной работы контролируется во время аудиторных занятий и индивидуальных консультаций. Самостоятельная работа студентов проводится в форме изучения отдельных теоретических вопросов по предлагаемой литературе.

Фонд оценочных средств дисциплины состоит из средств текущего контроля (см. список лабораторных работ) и итоговой аттестации (зачета).

В качестве оценочных средств, используемых для текущего контроля успеваемости, предлагается перечень вопросов, которые прорабатываются в процессе освоения курса. Данный перечень охватывает все основные разделы курса, включая

знания, получаемые во время самостоятельной работы. Кроме того, важным элементом технологии является самостоятельное решение студентами и сдача заданий. Это полностью индивидуальная форма обучения. Студент рассказывает свое решение преподавателю, отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка успеваемости осуществляется по результатам: самостоятельного выполнения лабораторных работ, устного опроса при сдаче выполненных самостоятельных заданий, индивидуальных лабораторных заданий, ответа на зачете (для выявления знания и понимания теоретического материала дисциплины). Проверка индивидуальных заданий и устный опрос по их результатам позволяет проверить компетенцию ПК-4. Существенным элементом образовательных технологий является не только умение студента найти решение поставленной задачи, но и донести его до всей аудитории.

Соответствие компетенций, формируемых при изучении дисциплины, и видов занятий

Перечень компетенций	Виды занятий				Формы контроля
	Лаб.	Пр.	КСР	СРС	
ПК-1	+		+	+	– Опрос по результатам самостоятельной работы; – Опрос по результатам лабораторной работы; – Опрос по результатам выполнения индивидуальных заданий; – Зачет
ПК-2	+		+	+	– Опрос по результатам самостоятельной работы; – Опрос по результатам лабораторной работы; – Опрос по результатам выполнения индивидуальных заданий; – Зачет

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примеры индивидуальных заданий

Для статической задачи о распространении загрязняющих веществ

$$\begin{cases} u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) = M \delta(x - x_{i_0}, y - y_{j_0}) \\ \varphi(x, L) = 0 \\ \frac{\partial \varphi(x, 0)}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

где u – скорость ветра по оси x , v – по оси y , μ – коэффициент диффузии в направлении оси x и y , M – мощность точечного источника, x_{i_0} и y_{j_0} – координаты точечного источника.

Вариант 1

1. Постройте графики оригинала решения для различных значений параметров задачи, исходя из того, что преобразование Фурье решения имеет вид:

$$\Phi = \begin{cases} \frac{Me^{i\alpha x_0} e^{k_1(y-y_0)} \operatorname{sh} k_2(L-y_0)}{vk_2} \frac{k_1 \operatorname{sh} k_2 y - k_2 \operatorname{ch} k_2 y}{k_1 \operatorname{sh} k_2 L - k_2 \operatorname{ch} k_2 L}, & 0 \leq y \leq y_0 \\ \frac{Me^{i\alpha x_0} e^{k_1(y-y_0)} \operatorname{sh} k_2(L-y)}{vk_2} \frac{k_1 \operatorname{sh} k_2 y_0 - k_2 \operatorname{ch} k_2 y_0}{k_1 \operatorname{sh} k_2 L - k_2 \operatorname{ch} k_2 L}, & y > y_0 \end{cases}$$

$$\text{где } k_1 = \frac{v}{2\mu}, \quad k_2 = \frac{\sqrt{v^2 + 4\mu(\mu\alpha^2 - i\alpha u)}}{2\mu}.$$

Решение исходной задачи можно получить, построив численно обратное преобразование Фурье:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha, y) e^{-i\alpha x} d\alpha.$$

2. Постройте решение задачи (1) методом матричной прогонки и сравните его с решением, полученным в первом задании.

Вариант 2

1. Постройте графики оригинала решения для различных значений параметров задачи, исходя из того, что преобразование Фурье решения имеет вид:

$$\Phi = \begin{cases} \frac{Me^{i\alpha x_0} e^{k_1(y-y_0)} \operatorname{sh} k_2(L-y_0)}{vk_2} \frac{k_1 \operatorname{sh} k_2 y - k_2 \operatorname{ch} k_2 y}{k_1 \operatorname{sh} k_2 L - k_2 \operatorname{ch} k_2 L}, & 0 \leq y \leq y_0 \\ \frac{Me^{i\alpha x_0} e^{k_1(y-y_0)} \operatorname{sh} k_2(L-y)}{vk_2} \frac{k_1 \operatorname{sh} k_2 y_0 - k_2 \operatorname{ch} k_2 y_0}{k_1 \operatorname{sh} k_2 L - k_2 \operatorname{ch} k_2 L}, & y > y_0 \end{cases}$$

$$\text{где } k_1 = \frac{v}{2\mu}, \quad k_2 = \frac{\sqrt{v^2 + 4\mu(\mu\alpha^2 - i\alpha u)}}{2\mu}.$$

Решение исходной задачи можно получить, построив численно обратное преобразование Фурье:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha, y) e^{-i\alpha x} d\alpha.$$

2. Постройте решение задачи (1) методом Зейделя и сравните его с решением, полученным в первом задании.

Примерный перечень вопросов, выносимых на зачет

1. Понятие математической модели как средства отражения реального мира. Параметры и характеристики. Классификация моделей.
2. Модели оценки загрязнения окружающей среды.
3. Основное уравнения переноса и диффузии примеси. Граничные условия краевой задачи теории распространения ЗВ (загрязняющих веществ). Моделирование различных типов источников ЗВ
4. Применение интегральных преобразований к решению задач переноса ЗВ
5. Метод разрывных решений
6. Методы сшивания
7. Верификация модели. Свойства решений уравнения переноса. Исследование поведения решения в различных направлениях ($x>0$), ($x<0$)
8. Моделирование площадных выбросов загрязняющих веществ. Решение задач распространения загрязняющего вещества с учетом оседания на разнотипные подстилающие поверхности
9. Введение безразмерных параметров при решении задач распространения ЗВ
10. Факторизация функций в виде суммы
11. Факторизация функций в виде произведения
12. Метод Винера-Хопфа решения интегральных уравнений
13. Интегральные уравнения свертки. Методы решения
14. Приближенное решение систем интегральных уравнений задач распространения ЗВ для разнотипных подстилающих поверхностей
15. Вариационно-разностные методы решения задач переноса и диффузии ЗВ. Применение метода расщепления при решении задач переноса и диффузии ЗВ
16. Введение в механику деформируемого твердого тела. Напряжения и деформации
17. Связь между напряжениями и деформациями. Обобщенный закон Гука
18. Уравнения движения деформируемого твердого тела в форме Коши
19. Уравнения движения деформируемого твердого тела в форме Ламе
20. Контактные задачи взаимодействия элементов конструкций
21. Методы решения контактных задач
22. Модели разрушения. Задача о включении в упругом теле
23. Задача о трещине в упругом теле. Критерии распространения трещин
24. Моделирование сложных систем. Математические модели в экономике
25. Метод потоковых диаграмм Форрестера. Уравнения уровней и темпов
26. Моделирование запаздываний различного порядка
27. Модель производственно-сбытового комплекса
28. Характеристики случайных переменных. Общая схема статистического моделирования
29. Моделирование случайных явлений. Оценивание
30. Выборочный метод
31. Этапы системного моделирования. Алгоритмизация математических моделей

Примеры задач для зачета

1. Определить полосу регулярности и факторизовать в виде суммы:

$$K(\alpha) = \frac{1}{(\alpha^2 + 4)(\alpha^2 + 64)}.$$

2. Определить полосу регулярности и факторизовать в виде произведения:

$$K(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 9}{2,5\alpha^2 + 3\alpha + 1}$$

3. Факторизовать в виде произведения: $K(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 16}{\alpha^2 + 2\alpha + 5}$.

4. Факторизовать в виде произведения: $K(\alpha) = \frac{(\alpha^2 + 2\alpha + 5)(\alpha^2 + 4)}{(\alpha^2 + 6\alpha + 10)(\alpha^2 + 1)}$

5. Определить область регулярности и факторизовать в виде произведения:

$$K(\alpha) = \frac{1}{(\alpha^2 + 1)(\alpha^2 + 4\alpha + 5)}$$

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература

1. Данилов Н.Н. Математическое моделирование. Кемерово: КемеГУ, 2014. 98 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278827>.
2. Маликов Р.Ф. Основы математического моделирования. М.: Горячая линия-Телеком, 2010. 368 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5169>.
3. Юдович В.И. Математические модели естественных наук. СПб.: Лань, 2011. 336 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/689>.

5.2 Дополнительная литература

1. Бабешко В.А., Павлова А.В., Бабешко О.М., Евдокимова О.В. Математическое моделирование экологических процессов распространения загрязняющих веществ. Краснодар: Изд-во КубГУ, 2009.
2. Данилов Н.Н. Математическое моделирование. Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2014. 98 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278827>.
3. Емельянов А.А., Власова Е.А., Дума Р.В. Имитационное моделирование экономических процессов. М.: Финансы и статистика, 2009.
4. Захаров Ю.В. Математическое моделирование технологических систем : учебное пособие. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2015. 84 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477400>.
5. Математические модели и вычислительный эксперимент в проблеме контроля и прогноза экологического состояния атмосферы / В.И. Наац, И.Э. Наац, Р.А. Рыскаленко, Е.П. Ярцева. Ставрополь: СКФУ, 2016. 376 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467018>
6. Темам, Р. Математическое моделирование в механике сплошных сред / Р. Темам, А. Миранвиль. М.: Издательство "Лаборатория знаний", 2014. 319 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/50538>.

5.3 Интернет-ресурсы:

1. Мир математических уравнений EqWorld. [http:// eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm)
2. Физика, химия, математика. <http://www.ph4s.ru/index.html>

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

6.1 Перечень информационных технологий

- Проверка индивидуальных заданий и консультирование посредством электронной почты.
- Использование электронных презентаций при проведении лекционных и лабораторных занятий.

6.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Операционная система MS Windows.
2. Интегрированное офисное приложение MS Office.
3. Программное обеспечение для организации управляемого коллективного и безопасного доступа в Интернет.
4. Математические пакеты Matlab, Statistica.

6.3 Перечень информационных справочных систем:

1. Электронная библиотечная система "Юрайт" (<http://www.biblio-online.ru>).
2. Электронная библиотечная система "Университетская библиотека ONLINE" (<http://www.biblioclub.ru>).
3. Электронная библиотечная система издательства "Лань" (<http://e.lanbook.com>).
4. Электронная библиотечная система eLIBRARY.RU (<http://www.elibrary.ru>).

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Текущие задания (см. список лабораторных работ) должны быть в установленные сроки продемонстрированы студентом преподавателю во время лабораторного занятия, при этом защита показываемого текущего задания или индивидуального задания подразумевает диалог преподавателя и студента, в процессе которого студент должен прокомментировать представленные результаты и ответить на вопросы преподавателя, если таковые будут иметься. По результатам беседы защищаемое задание или работа либо принимается, либо даются рекомендации по доведению ее до надлежащего вида, после чего на последующем занятии происходит ее повторная защита.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1.	Лабораторные занятия	Компьютерный класс, укомплектованный компьютерами с лицензионным программным обеспечением, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (аудитории: 101, 102, 106, 106а, 105/1, 107(2), 107(3), 107(5), А301).
2.	Групповые (индивидуальные) консультации	Аудитория для семинарских занятий, групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные необходимой мебелью (доска, столы, стулья) и демонстрационным оборудованием (аудитории: 129, 131).
3.	Текущий контроль, промежуточная аттестация	Аудитория для семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная необходимой мебелью (доска, столы, стулья) (аудитории: 129, 131, 133, А305, А307, 147, 148, 149, 150, 100С, А3016, А512),

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
		компьютерами с лицензионным программным обеспечением и выходом в интернет (106, 106а, А301)
4.	Самостоятельная работа	Кабинет для самостоятельной работы, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения, обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду университета, необходимой мебелью (доска, столы, стулья). (Аудитория 102а, читальный зал).

Реализация курса предполагает наличие минимально необходимого для реализации данной программы перечня материально-технического обеспечения: аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций (цифровой проектор, экран, ноутбук); компьютерные классы для проведения лабораторных занятий.

Компьютерная поддержка учебного процесса по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика обеспечивается по всем дисциплинам. Факультет компьютерных технологий и прикладной математики, оснащен компьютерными классами, установлена локальная сеть, все компьютеры факультета подключены к сети Интернет.